

# 建築設備基礎

木村建一 著

20160401  
version 0.8.2



國際人間環境研究所





# 建築設備基礎

木村 建一 著

Copyright (c) 2009 Ken-ichi Kimura

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled "GNU Free Documentation License".

## 序

本書は、1970年に学献社から出版された「建築設備基礎理論演習」が著者の知らないうちに出版社が倒産し、絶版となったため、装いを新たにして書名も変更し、『建築設備基礎』として発行することになった。

本書は、学生の間では「セツキソ」の略称で長い間親しまれていたが、絶版になって以来、方々の研究室の先生方や学生達から再版の希望が寄せられてきた。いくつかの出版社に問い合わせしてみたが、協力できないという返事をいただいていた。著作権は私が所有しているので、新しい基礎理論も採り入れたり、細かいところではかなりの部分に手を入れたりして、新しい形を整えた。

絶版になる前から、SI単位に改訂してほしいとの要望を聞いていたので、この際それを実現することにしたが、これが大変な作業であった。

学生時代に工学単位系で教育を受けられた多くの先生がたは、どうしても黒板の前に立つと、SI単位で授業をしようとする立ち往生することがある。学会に提出する論文は、1980年代からSI単位系で書くことが要求されているが、とっさの場合に単位の換算ができないことがある。学生の方は、高校までSI単位系で教育を受けているので、大学の教科書が古い工学系の単位になっていたのでは面食らってしまう。

本書の復刊については、かねがねお手伝いして下さるボランティアを募っていたが、なかなか実現しなかった。ところが幸いなことに、2008年の夏になって、早稲田大学大学院 理工学研究科 建築学専攻博士後期課程三年富樫英介君の発案によって具体的な作業に着手することができた。まず、前身書的全ページにわたってNPO環境住宅の田村京子氏がOCRによるスキャンをしてくださった。その結果が1章ごとに富樫君へ転送された。富樫君はそれをOpen Officeという素晴らしいソフトを使って、A5判に整える作業をしてくれた。これがまことに幸いなことであった。同じ大学院生の羽田正沖君の助力を得て、化け文字や単位の修正の後、著者が内容の再検討、修正、改訂、追加などを行った。富樫君はじめ、協力してくださった方々に心から感謝の意を表したい。

とりあえず、私が代表の国際人間環境研究所で発行することにしたが、内容についてはまだ不十分なところが多々ある。著者のホームページ [www.irihe.org](http://www.irihe.org) から無料公開することにしたので、修正や追加をすべきところなどを指摘していただきたい。なお、CDあるいは印刷物として受け取りたい方々には実費で差し上げることにしたいと考えている。

2009年3月

著 者 [ken1kimura@nifty.com](mailto:ken1kimura@nifty.com)

## 旧版「建築設備基礎理論演習」の序

本書は主として大学の建築学科および建築工学科に学ぶ学生で、特に将来建築設備の実務あるいは研究に携わろうとする者を対象としている。また、実務家で実際の仕事を何か理論的な裏付けを以て行ないたいという野心をもつ方々にも参考書として役立つのではないかと考えている。

従来建築学においては建築設計の科学的背景のための理論として建築計画原論という学問があり、これは建築計画の中の一分野として取り上げられていた。研究が進むにつれて、その内容が建築家にとって難解であるばかりでなく、特にそれが解析的な傾向を帯びるに及んで、建築家あるいはいわゆるデザイナーになろうとする学生には実際直接役に立たないものだと忌避される傾向が現われて来た。学問の内容も広がり、この理論がそのまま建築設備のための基礎理論として価値のあるものと認められる研究がふえて来た。以前は大学の教科における建築設備としては暖房換気、給排水、空気調和など設備そのものの実体を紹介するという範囲を出なかつたものが、その背後にある理論を講述することが必然的となって、勢い大学における設備関係の授業時間数も1950年代から徐々に増加して来た。そこで、建築設計に対する計画原論あるいは構造設計に対する構造力学と同じように建築設備設計に対する設備の基礎理論というものが生まれて来たわけである。ある大学ではこれを“設備原論”と称しており、この名の著書も2、3すでに出版されているが、本書ではできるだけ純粋に基礎となる理論を中心として扱える範囲にとどめた。“設備原論”という方が意味が広く、設備各論でも扱われるべき事項、衛生学、快適環境論、測定機器類の性質、さらに設備機器の性能論までも含むものであり、浅学の著者の力と守備範囲をこえることになる。これが本書名を“建築設備基礎理論”とした理由であるが、実際建築設備学は本邦のみならず諸外国でもいまだ学問体系として固まっていないのが現状である。

本書の内容としては、伝熱学、流体力学を中心とし熱力学、電気工学、音響学、光学、物理学、数学の一部も当然含まれるようなきわめて広範囲なものである。したがって、この中から建築設備に必要な部分を抜き出して系統的に論じるのは容易なことではない。もし、これを熱の次は流体というふうに順次述べていくとすると、これはあまりにも機械的であり、建築学科の学生向ではない。実際、機械工学ではこれに相当する伝熱学とか流体力学という名の参考書がいくらかもある。そこで本書ではこれらの種々雑多な学問を順次に取り上げるのではなく、アナロジーを用いてまとめようと考えた。たとえば、オームの法則のように熱でも電気でも流体でも同じようにあてはまる法則があり、あるいは指数関数によって表わされる減衰の性状はどんなエネルギーについてもあてはまるので、これを各項で別々に扱うのではなく、このような共通現象を取

り上げてその共通する理論に従って分類するという試みを行なってみた。これはなかなか容易なことではなく、この方針に沿った内容の構成に非常な苦勞をし、時間も費やすことになった。

程度としては工業高校程度でも理解できるものから、大学院程度にわたるものまで変化をつけてある。しかし、大学院程度の問題もできるだけわかりやすく解説したつもりである。

第I編第1章~第10章は基礎編とし上述のようなアナロジーによる分類をたてまえとして、いわゆる基礎となる事項、基本法則をまとめて取り上げた。

第II編第11章~第20章は解法編とし、問題に対する種々の解法、技法、テクニックなどを分類し、特に例題は建築設備に関係のあるものを中心に取り上げて、直接応用に結びつけられるように考えた。

第III編第21章~第30章は応用編で、建築設備に起こる実際問題を取り上げ、基礎編と解法編で述べた事項を巧みに組み合わせ問題で“解く”ことを中心に解説した。

本書は早稲田大学理工学部建築学科で“設備基礎理論”という名の学科目が設けられて以来、著者が講述したものを基にしたものである。本書の執筆の計画は5年前から始めたが、著者自身不勉強のため延び延びになって今日に至ってしまった。しかしまたその間カナダ国立研究所に留学し、その留学中に学びとったことで本書の内容充実に役立った部分も少なくない。それにしても、特に著者の不得意とする部分については解説が不十分であると思うので、今後逐次充実していきたいと考えている。

1970年6月

著 者



## 目次

第1章環境空間と設備.....	2
1.1 快適環境.....	2
1.2 エネルギーの供給・分配・循環・廃棄・貯蔵.....	3
1.3 システム・アナロジー.....	6
第2章基本量と単位.....	7
2.1 記号と単位.....	7
2.2 SI単位と工学単位と絶対単位.....	10
2.3 重要な基本量と複合単位.....	11
2.3.1 温度 (temperature).....	11
2.3.2 エネルギーと熱流 (energy and rate of heat flow).....	12
2.3.3 比熱 (specific heat).....	13
2.3.4 密度 (density).....	13
2.3.5 熱容量 (heat capacity, thermal capacity).....	14
2.3.6 圧力 (pressure).....	15
2.3.7 湿度 (humidity).....	17
第3章オームの法則.....	21
3.1 エネルギーの移動・ポテンシャル・抵抗.....	21
3.2 電気の移動.....	22
3.3 熱の移動.....	24
3.3.1 熱の移動の一般式.....	24
3.3.2 熱移動のいろいろ.....	25
3.4 湿気の移動.....	28
3.5 流体の移動.....	30
3.6 物質移動.....	31
第4章熱の基本法則.....	33
4.1 熱力学の法則.....	33
4.1.1 熱力学の第1法則.....	33
4.1.2 ゲイ・リュサックの法則 (Gay-Lussac's law).....	35
4.1.3 ボイル・シャルルの法則 (Boyle-Charle's law).....	36
4.1.4 アボガドロの法則 (Avogadro's law).....	36
4.1.5 熱力学の第2法則.....	36
4.1.6 エンタルピーと比熱.....	37
4.1.7 エントロピー (entropy).....	39
4.2 熱伝導 (Conductive Heat Transfer, Heat Conduction) の法則.....	40

---

4.2.1	フーリエの熱伝導の法則.....	40
4.2.2	熱伝導の微分方程式.....	41
4.3	熱放射の法則.....	44
4.3.1	ステファン・ボルツマンの法則 (stephan-Boltzman's law) .....	44
4.3.2	キルヒホッフの法則 (Kirchhoff's law) .....	45
4.3.3	プランクの法則 (Planck's law) .....	45
4.3.4	ウィーンの変位則 (Wien's displacement law) .....	46
4.3.5	ランベルトの余弦則.....	47
4.3.6	放射熱伝達の式.....	47
4.4	対流熱伝達の法則.....	50
4.4.1	ニュートンの冷却則.....	50
4.4.2	境界層.....	50
4.4.3	対流熱伝達率の式.....	51
4.5	物質移動の法則.....	56
4.5.1	物質移動の諸式.....	56
4.5.2	ルイスの関係.....	58
4.5.3	対流熱伝達と物質移動による熱伝達.....	59
第5章	流体の基本法則.....	61
5.1	粘性の法則 (Law of Viscosity).....	61
5.1.1	粘性係数 (Coefficient of Viscosity).....	61
5.1.2	ストークスの法則(Stokes's law).....	62
5.2	流体の運動に関する法則.....	62
5.2.1	連続の原理(質量不変の法則).....	62
5.2.2	連続の方程式.....	63
5.2.3	運動の方程式(運動量保存の法則).....	64
5.2.4	エネルギーの式.....	66
5.3	流体の圧力に関する法則.....	67
5.3.1	ベルヌーイの定理 (Bernoulli's theorem).....	67
5.3.2	トリチェリ (Torricelli) の定理.....	68
5.4	管内摩擦の法則.....	69
5.4.1	ダルシー・ワイスバッハ (Darcy-Weisbach) の式.....	69
5.4.2	ハーゲン・ポアズイユ(Hagen-Poiseuille)の法則.....	69
5.4.3	カルマン・ニクラゼ (Karman-Nikuradse) の式.....	70
5.4.4	コールブルックの式 (Colebrook's Equation).....	71
5.4.5	ムーディ (Moody) 線図.....	71
5.5	圧力差と流量との関係.....	71

---

---

目次

---

5.5.1 一般関係.....	71
5.5.2 すきま風と圧力差との関係.....	73
第6章環境指標.....	74
6.1 ウェバー・フェヒナーの法則 (Weber-Fechner's Law).....	74
6.2 音の感覚指標.....	76
6.2.1 デシベル(decibel)記号[dB].....	76
6.2.2 透過損失(transmission loss).....	77
6.3 光の感覚指標.....	78
6.3.1 明るさの指標.....	78
6.3.2 まぶしさの指標.....	82
6.4 色の感覚指標.....	83
6.5 温熱環境指標.....	85
6.5.1 人体の熱平衡.....	85
6.5.2 有効温度(effective temperature).....	86
6.5.3 平均周壁温度(mean radiant temperature).....	88
6.5.4 PMV (Predicted Mean Vote) 予測平均申告.....	89
6.5.5 空気調和の室内設計条件.....	89
6.6 空気清浄度.....	90
6.6.1 有害物質の許容濃度.....	90
6.6.2 必要換気量の式.....	90
第7章吸収, 反射, 透過.....	92
7.1 吸収率, 反射率, 透過率.....	92
7.1.1 板状物質の吸収率, 反射率, 透過率.....	92
7.1.2 音のエネルギーの吸収, 反射, 透過.....	93
7.2 吸収, 反射, 透過の機構.....	93
7.2.1 表面反射率と吸収係数.....	93
7.2.2 吸収率, 反射率, 透過率の式.....	95
7.2.3 入射角と $a, \rho, r$ との関係.....	95
7.2.4 各種板ガラスの波長別透過率.....	96
7.3 放射率と日射吸収率.....	98
7.4 複合材の吸収率, 反射率, 透過率.....	100
7.4.1 2種の材料の組合せ.....	100
7.4.2 多種材料の組合せ.....	101
第8章減衰.....	103
8.1 減衰の形.....	103
8.2 距離の $n$ 乗に反比例する減衰.....	104

---

---

8.2.1 光と音のエネルギー密度の減衰.....	104
8.2.2 吹出気流速速度の減衰.....	104
8.3 $e^{-kx}$ 形の減衰.....	106
8.3.1 日射の大气透過率と消散係数.....	106
8.3.2 残響時間.....	107
8.3.3 室温変動率.....	109
8.3.4 有毒ガスの発生量と室内の有毒ガス濃度.....	110
8.4 $e^{-kx}$ 形の減衰.....	111
8.4.1 複合形の減衰.....	111
8.4.2 $\Sigma a e^{-kx}$ の形の減衰.....	112
第9章拡散、伝搬.....	113
9.1 気体の分子拡散.....	113
9.1.1 フィックの拡散の法則 (Fick's law).....	113
9.1.2 汚染物質の大气中への拡散.....	114
9.2 熱の拡散.....	115
9.3 光の拡散反射と拡散透過.....	117
9.3.1 鏡面反射.....	117
9.3.2 完全拡散反射.....	117
9.3.3 不完全拡散反射.....	117
9.3.4 拡散透過.....	118
9.4 音の伝搬.....	119
9.4.1 音波の波動方程式.....	119
第10章形態係数.....	121
10.1 形態係数の定義.....	121
10.1.1 形態係数の意味および用語.....	121
10.1.2 形態係数の定義式.....	121
10.2 形態係数の定義に関する法則.....	123
10.2.1 立体角投射の法則.....	123
10.2.2 錐面積分の法則.....	124
10.2.3 全形態係数.....	125
10.3 形態係数の公式.....	127
10.3.1 形態係数の公式.....	127
10.3.2 ラディオシティ(Radiosity) <sup>†</sup> .....	129
10.3.3 ゲブハルトの吸収係数(Gebhart's absorption factor) <sup>†</sup> .....	129
10.4 形態係数の実用図表.....	130
10.4.1 点対面の形態係数.....	130

---

---

10.4.2 対面の形態係数(全形態係数).....	131
10.5 形態係数の性質に関する法則.....	133
10.5.1 相反法則.....	133
10.5.2 全形態係数の和.....	134
10.5.3 相反法則の応用.....	134
10.5.4 球面の一部に対する形態係数.....	135
10.5.5 一様断面の形態係数.....	136
第11章 平衡式.....	138
11.1 平衡式の役割と条件.....	138
11.2 熱の平衡.....	139
11.2.1 表面温度を求める問題.....	139
11.2.2 相当外気温度.....	140
11.2.3 熱容量を含む系.....	141
11.3 圧力の平衡.....	142
11.3.1 中性帯.....	142
11.3.2 流体の流れにおける平衡.....	143
11.4 物質平衡.....	144
第12章 次元解析.....	146
12.1 $\pi$ 定理と無次元数.....	146
12.1.1 $\pi$ 定理.....	146
12.1.2 無次元数.....	147
12.2 対流熱伝達への応用.....	149
12.3 物質移動への応用.....	149
12.3.1 熱伝達とのアナロジー.....	149
12.4 固体の非定常熱伝導への応用.....	151
第13章 図の理解と作成.....	154
13.1 図の理解.....	154
13.2 図の種類.....	154
13.2.1 図の分類.....	154
13.2.2 直交座標図.....	155
13.2.3 ノモグラフ.....	156
13.2.4 三角図表.....	158
13.2.5 空気線図(psychrometric chart) .....	160
13.3 図から関係式への変換.....	165
13.3.1 最小2乗法(least squares method).....	165
13.3.2 指数関数の多項式.....	166

---

---

第 14 章 フーリエ級数.....	168
14.1 フーリエ級数の定義.....	168
14.1.1 フーリエ級数の一般式.....	168
14.1.2 フーリエ級数の公式.....	170
14.1.3 フーリエ級数の簡単な例.....	170
14.2 調和分析.....	172
14.3 周波数応答.....	175
第 15 章 数学公式.....	177
15.1 超越関数.....	177
15.1.1 三角関数.....	177
15.1.2 対数と指数.....	178
15.1.3 双曲線関数.....	179
15.1.4 超越関数の展開式.....	180
15.2 微積分.....	180
15.2.1 主要関数の微積分公式.....	180
15.2.2 積の微分と部分積分.....	181
15.3 簡単な常微分方程式.....	182
15.3.1 線形 1 階微分方程式の解.....	182
15.3.2 階 1 次常微分方程式.....	183
15.3.3 偏微分方程式.....	184
15.4 環境推計 (Environmental Stochastics).....	185
15.4.1 統計量.....	185
15.4.2 度数分布.....	186
15.4.3 確率密度関数.....	187
15.4.4 自己相関関数.....	188
第 16 章 重み関数.....	190
16.1 重み関数とデュアメル の定理.....	190
16.1.1 重み関数の簡単な例.....	190
16.1.2 励振と応答.....	190
16.1.3 デュアメル の定理.....	193
16.1.4A に対する B の重み関数.....	195
16.1.5 重畳の原理(superposition principle).....	196
16.2 基本の励振形.....	196
16.2.1 単位関数とデルタ関数.....	196
16.3 単位応答(Initial Response).....	198
16.3.1 重み関数と単位応答.....	198

---

---

16.3.2 単位応答の例.....	199
16.4 室温変動理論における重み関数.....	200
16.4.1 室温変動の計算順序.....	200
16.4.2 壁体の単位応答と相反定理.....	201
16.4.3 外気温による室温の重み関数 $\varphi a(\tau)$ .....	202
16.4.4 暖房に対する室温の重み関数 $\varphi_{H}(\tau)$ .....	203
16.4.5 室温の重み関数の一般的性質.....	204
16.4.6 室温の重み関数の簡単な例.....	204
16.4.7 周期的重み関数.....	205
16.5 時系列による重み係数.....	206
16.5.1 時系列の基本励振.....	207
16.5.2 冷房負荷の重み係数.....	208
第 17 章 ラプラス変換.....	209
17.1 原空間と像空間.....	209
17.1.1 演算子法の原理.....	209
17.1.2 ラプラス変換の定義.....	210
17.2 ラプラス変換の基本演算公式.....	210
17.3 逆変換.....	211
17.3.1 逆変換の理論.....	211
17.3.2 逆変換の基本公式.....	212
17.3.3 ヘビサイド(Heavside)の展開定理.....	213
17.4 ラプラス変換の利用.....	214
17.4.1 公式による逆変換.....	214
17.4.2 連立微分方程式.....	215
17.4.3 合成形積分方程式.....	216
第 18 章 数値解法と反復法.....	218
18.1 差分式.....	218
18.2 反復法.....	220
18.2.1 不規則断面の熱伝導.....	220
第 19 章 図解法.....	223
19.1 シュミットの図解法.....	223
19.2 空気線図.....	225
19.2.1 湿り空気の混合.....	225
19.2.2 結露の検討.....	227
19.2.3 空調における外気導入.....	227
19.3 換気の図解法.....	228

---

---

19.3.1 抵抗曲線.....	228
19.3.2 駆動力の特性曲線.....	228
19.3.3 作動状態.....	231
第 20 章 電子計算.....	233
20.1 手計算と電子計算.....	233
20.1.1 電子計算の利点.....	233
20.1.2 電子計算の論理.....	234
20.1.3 ハードウェアとソフトウェア.....	235
20.2 プログラム.....	236
20.2.1 計算式.....	236
20.2.2 フローチャート.....	236
20.2.3 アルゴリズム(Algorithm).....	239
20.2.4 プログラム言語.....	242
20.2.5 関計算.....	244
20.3 電子計算の短所とその利用.....	246
20.3.1 電子計算の短所.....	246
20.3.2CPS.....	247
20.3.3 コンピュータグラフィックス.....	248
20.3.4CAD.....	248
20.4 ソフトウェアのいろいろ.....	249
第 21 章 効率.....	251
21.1 性能と効率.....	251
21.2 照明の効率.....	252
21.2.1 照明率(Utilance).....	252
21.2.2 ランプの照明効率(Luminous Efficiency).....	252
21.2.3 照度と照明発熱量との関係.....	253
21.3 熱力学のサイクルにおける効率.....	254
21.3.1 完全ガスの状態変化と $p$ $v$ 線図.....	254
21.3.2 カルノーサイクル.....	256
21.3.3 熱効率.....	257
21.3.4 冷凍機の動作係数.....	257
21.3.5 ヒートポンプの成績係数 (Coefficient of Performance).....	259
21.3.6 熱力学的温度による効率の表示.....	259
21.3.7 エントロピーと効率との関係.....	262
21.3.8 エクセルギー.....	263
第 22 章 日射.....	265
22.1 日射と冷房負荷.....	265

---

---

22.2 太陽定数と太陽位置.....	265
22.2.1 太陽定数(solar constant).....	265
22.2.2 太陽位置.....	266
22.2.3 壁面に対する太陽方位角 (wall solar azimuth).....	268
22.3 直達日射.....	269
22.3.1 法線面直達日射.....	269
22.3.2 水平面直達日射.....	271
22.3.3 垂直面直達日射.....	272
22.3.4 清澄度.....	272
22.4 拡散日射(Diffuse Radiation).....	273
22.4.1 拡散日射の定義.....	273
22.4.2 天空日射.....	274
22.4.3 反射日射.....	275
22.5 曇天日の日射.....	276
22.5.1 平均的曇天日の日射量推定.....	276
22.5.2 雲量係数 CCF (cloud cover factor).....	277
22.6 日射の遮蔽 (しゃへい) .....	278
22.6.1 見かけの太陽高度(profile angle).....	278
22.6.2 ブリズ・ソレイユ (brise-soleil).....	279
第23章 平面壁の非定常熱伝導.....	283
23.1 非定常熱伝導理論の意義.....	283
23.1.1 目的.....	283
23.1.2 周期的熱伝導との相違.....	284
23.2 単層均質平面壁の解式.....	286
23.2.1 壁体温度の単位応答と重み関数.....	286
23.2.2 ラプラス変換による解式.....	287
23.2.3 表面熱流の単位応答と重み関数.....	289
23.2.4 両表面温度が与えられた場合の壁体温度と表面熱流.....	289
23.2.5 表面温度と表面熱流の行列表示.....	290
23.3 多層壁の1次元非定常熱伝導.....	292
23.3.1 層以外の材の熱容量を無視する場合.....	292
23.3.2 一般多層壁の場合.....	296
23.4 壁体の応答係数 (Wall Response Factors).....	297
23.4.1 応答係数の定義.....	297
23.4.2 応答係数の求め方.....	298
23.4.3 公比 (common ratio).....	301

---

---

第 24 章放射+対流の熱伝達.....	303
24.1 大気放射 (Atmospheric Radiation).....	303
24.1.1 日射相当外気温度 (Sol-Air Temperature).....	303
24.1.2 大気放射の式.....	304
24.1.3 建物外表面での熱平衡式.....	307
24.1.4 熱平衡式の解法.....	309
24.2 室内に起こる放射と対流.....	311
24.2.1 床面での熱平衡.....	312
24.2.2 内側ベネシヤンプラインドの伝熱機構.....	313
24.2.3 室内表面と室内空気との間の放射熱伝達.....	315
24.3 中空層の伝熱.....	317
24.3.1 壁体内部の中空層.....	317
24.3.2 太陽熱集熱器.....	321
第 25 章すきま風.....	328
25.1 換気回数 (Air Change Rate).....	328
25.2 風圧 (Wind Pressure).....	330
25.2.1 風圧.....	330
25.2.2 風速と地上高との関係.....	331
25.2.3 風圧係数.....	332
25.3 すきま抵抗.....	333
25.3.1 開口部の圧力損失と流速と流量との関係.....	333
25.3.2 サッシの漏気特性.....	334
25.4 すきま風による室の換気量.....	336
25.4.1 内部間仕切のない室の場合.....	336
25.4.2 多室換気の場合.....	339
第 26 章煙突効果.....	342
26.1 煙突効果の原理.....	342
26.1.1 煙突効果と高層建築.....	342
26.2 煙突効果による結露.....	345
26.3 煙突効果と風.....	345
26.4 室内加圧.....	347
26.5 圧力分布と漏入漏出量.....	347
26.6 煙突効果と火災時の煙.....	350
第 27 章回路網.....	354
27.1 回路の一般式.....	354
27.1.1 流路と回路.....	354

---

---

目次

---

27.1.2 流路の条件式.....	354
27.1.3 回路網の問題の解法.....	355
27.1.4 抵抗の結合.....	356
27.1.5 回路の置き換え.....	356
27.2 回路網のアナロジー.....	358
27.3 配管網.....	360
第 28 章 湿気の移動.....	363
28.1 結露.....	363
28.1.1 結露のメカニズム.....	363
28.1.2 表面結露の防止.....	363
28.1.3 内部結露.....	365
28.2 屋根散水.....	366
28.3 換気による湿気の移動.....	368
28.3.1 定常状態の湿気移動.....	368
28.3.2 非定常状態の湿気移動.....	369
28.3.3 熱供給と水蒸気発生とがある場合.....	370
28.4 吸放湿.....	371
第 29 章 熱取得と冷房負荷.....	376
29.1 熱取得.....	376
29.1.1 熱取得と冷房負荷の相違.....	376
29.1.2 熱取得の種類.....	376
29.2 照明発熱による負荷.....	378
29.2.1 照明発熱量.....	378
29.2.2 照明発熱の蓄熱理論.....	380
29.2.3 照明負荷の重み係数.....	382
29.3 人体および器具からの発熱による負荷.....	384
29.3.1 人体発熱.....	384
29.3.2 器具からの発熱.....	385
29.4 ガラス窓透過日射.....	386
29.4.1 日射熱負荷の計算順序.....	386
29.4.2 透過日射の熱取得.....	386
29.4.3 透過日射熱取得に対する冷房負荷重み係数.....	389
29.5 ガラス窓貫流熱.....	390
29.5.1 ガラスの熱貫流率.....	391
29.5.2 ベネシャンブラインドがある場合のガラス.....	391
29.5.3 外気温のとり方.....	391

---

---

目次

---

29.5.4 室内側表面熱伝達率のとり方.....	392
29.5.5 外表面熱伝達率のとり方.....	392
29.6 外壁貫流熱.....	393
29.6.1 軽量壁.....	393
29.6.2 重量壁.....	393
第30章 間欠空調.....	396
30.1 室温変動と熱負荷.....	396
30.1.1 冷房負荷と除去熱量.....	396
30.1.2 間欠空調の3期間.....	396
30.1.3 室温変動と負荷変動の形.....	397
30.2 室の熱容量.....	397
30.2.1 室内空気の熱容量.....	398
30.2.2 家具の熱容量.....	398
30.3 熱容量質点系による数値解.....	398
30.3.1 各質点での熱平衡式.....	399
30.3.2 数値解の連立方程式.....	400
30.3.3 室温変動と冷房負荷変動の式.....	400
30.3.4 計算例.....	401
30.4 解折解.....	405
30.4.1 空調停止後の室温変動.....	405
30.4.2 予熱負荷と予熱時間.....	408
30.4.3 調整時の冷房供給熱量.....	410
30.5 重み係数法による解.....	410
30.5.1 空調停止後の室温変動.....	410
30.5.2 予熱時間と予熱負荷.....	411
30.5.3 調整時の除去熱量.....	415
30.5.4 計算例.....	415

---

---

## 第I編 基礎編

建築設備学は、数学、物理学、化学を始め、衛生学、熱力学、流体力学、化学工学、電磁気学などの多岐にわたる分野を組み合わせた学際学であるといえる。その基礎理論として、これらの中から特に建築設備に関係の深い部分を取り出して、その基本事項、基本法則などをこの基礎編にまとめてみた。実務にあたっては、全く新しい計画を行う際には、基礎に戻って検討することが必要になるので、その意味でもこの基礎編は役にたつであろう。

## 第1章 環境空間と設備 (Environmental Space and Equipment Systems)

### 1.1 快適環境

建築の中の空間を質的に見るとき、そこにはいろいろな種類の環境空間がある。建築設備の目的は、一言でいえば、その環境空間を快適にすることであるということができる。それでは快適とは何かといえ、これには残念ながら今のところ1つの数字で表わせるような指標がない。たとえば、室の温度はちょうどよくてもやかましかったり、明るさがちょうどよくても人が大勢いてムンムンするような環境では総合的に快適であるとはいえない。また停電や断水などが起こったときのように現代生活に欠くことのできないものがなくなればやはり広い意味で快適ではなくなる。このように環境にはいろいろな要素があって、たとえその中の1つの要素についてでも快適でなければ、その環境は快適であるとはいえないのである。また各環境要素について快適な範囲があり、しかも快・不快が厳然と区別されているわけでもない。建築設備とはそのような意味での快適環境を維持するためのシステム<sup>†1</sup>であるということができる。

環境の質を支配する要素を著者の判断によって分類列挙すると表 1.1 のようになる。この表のように、熱、空気、光、音などの物理量に関してそれぞれ右側に示すような環境支配要素を考えることができるが、それぞれの要素について快適範囲あるいは快適限界がある。またいくつかの要素を組み合わせたものとして別の指標を作ることも考えられている。実効温度などはその例であって、1つの環境指標であるが、これについては第6章で考察する。

---

†1 ある目的をもって働くいくつかの要素の結合体

表 1.1

物理量	環境支配要素
熱に関するもの	温度、湿度、放射
空気に関するもの	気流速度、じんあい、有害物質、イオン濃度、臭気
光に関するもの	輝度、まぶしさ、色彩、見やすさ
音に関するもの	騒音、振動、聞きやすさ

## 1.2 エネルギーの供給・分配・循環・廃棄・貯蔵

快適環境を作り出すためには表 1.1 のような熱、空気、光、音などの要素に関して快適性を維持することが必要で、さらにその快適環境の中で人間が活動するためにはエネルギーが必要である。供給すべきエネルギーに水<sup>†1</sup>、電気、ガス、石炭、石油などがあり、排除すべきものには汚水、臭気、じんあい、汚染空気、不要熱などがある。これを制御調整するのが建築設備である。この系統は一見複雑であるが、原理は簡単であって、供給、分配の系統と廃棄、循環、貯蔵の系統がある。

また採光に必要な日射エネルギー、人工照明として利用される電気エネルギー、空間そのものを使用する人体からの発熱、換気のための外気導入に伴う熱エネルギーなどは全部空気調和設備の制御対象となるエネルギーで、これらは環境空間への侵入エネルギーということもできる。

食堂などに供給される食物も結局は排泄物とじんかい物となり、この処理のために上水を必要とし、廃棄系統の設備が必要となる。

火災が起こることを想定して、その燃焼エネルギーを鎮圧するための消化水はいつでも供給できる態勢にしておく必要がある。

快適環境を作り出すために供給されるエネルギーは必ずしもその全部が有効に働かず、ある部分は再び建築物の中で不要なエネルギーに転化されている。

<sup>†1</sup> 水そのものは物質であってエネルギーではないが、ここではポンプで加圧されて建物内に送られてくる上水道を考えているので広い意味でのエネルギーとみなす。

表 1.2

空気調和設備	暖冷房、空気浄化、排気
給排水設備	上水、下水、汚水、消化
電気設備	照明、エレベータや機器への動力
ガス設備	ガス

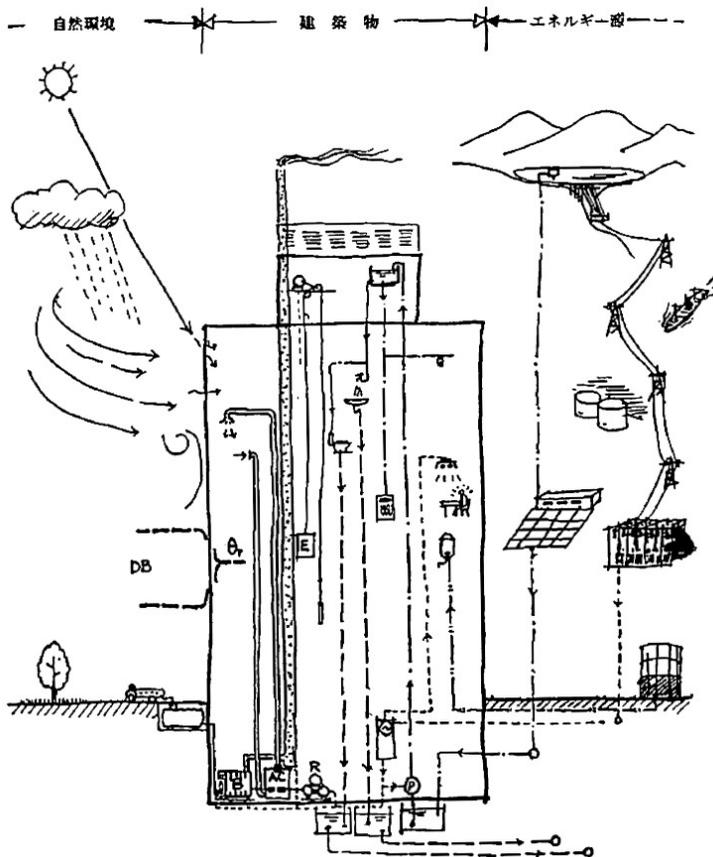


図 1.1

建築設備を機能上から分類すると表 1.2 のようになる。

特殊な場合を除いて基本的には大別してこの 4 種になる。設備基礎理論の学習に先立って常にこれを念頭において何が問題となっているかを注意しつつ問題を解く必要がある。図 1.1 はある 1 つの建築物が自然環境の影響を受けて存在するときに、エネルギー源からいくつかのエネルギーを取り込むことによって、建築設備を働かせている状況を示したものである。特に図 1.2 に掲げた建築物内部の設備の供給、分配、循環、廃棄の系統を簡略化して示してある。

【例題 1.1】建築物をとりまく環境とエネルギーの供給廃棄との関係における建築設備の働きを図解せよ。

【解】この解にはいろいろな図が考えられるが、著者の考えた図を図 1.2 に示す。この図で中央の建物の中の快適環境を作り出す設備にはエネルギーが必要であり、外気や日射などの自然環境の影響を受けつつ供給されるエネルギーを活用しその機能を果たすことになるが、そのとき供給エネルギーのうちのいくらかは有効に活用されず、煤煙、じんあい、汚水のような形で廃棄され、これは結局自然に還元される。そのため自然環境はありのままの自然ではなくなり、図に示すようにゆがんだ格好になり本当の自然は遠くの方にしかないことになる。また人間の生産活動も理想的には快適環境の下で行なわれ、エネルギー源の開発その他文明の向上に寄与されるが、一方工場排水、車の排気ガスなど直接自然環境を犯すことも見逃すことはできない。

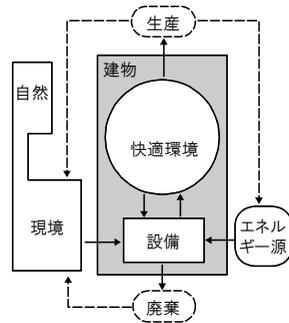


図 1.2

このように建築設備の働きは快適環境の造成が主目的ではあるが、一方で自然をそこなうような悪循環の中に生きているのである。したがって、研究および実務の上でもこの点を常に念頭におき、都市・自然の中での建築設備の役割を常に考えなければならない。

### 1.3 システム・アナロジー

建築設備の中には、いくつかの異なった目的のための異なった設備がある。しかしそのシステムの作用は前節に述べたところにより、侵入エネルギーに対し供給エネルギーでこれを調整することであって、異なった設備の働きにも共通した性質が多くある。本書ではこの共通な因子を同時に理解することによってより納得のゆく基礎理證を把握できるように考えたつもりである。たとえば

オームの法則による流れとポテンシャルの差と抵抗との関係（第3章）

ウェバー・フェヒナーの法則による刺激と感覚との関係（第6章）

各種エネルギーの吸収と反射と透過（第7章）

エネルギーの共通した減衰性状（第8章）

エネルギーの拡散と伝搬（第9章）

放射と採光照明とに共通な形態係数（第10章）

などをアナロジーによって説明する。

システム・アナロジーをさらに一般的に説明すると次のようになる。

ある系があって、この系に対する入力を与えられれば、その系の中でなんらかの変換が行なわれ、何かの形で出力が現われる。このとき、入力と出力との関係はその系に特有のもので、それを一般にその系の特性という。図1.3はこの関係を図示したものであるが、系の特性がわかったとき、入力を与えられれば出力はすぐ求められることになる。したがって、いろいろな意味で系の特性を探求することが設備基礎理論の中で重要な部分を占めると考えてよい。しかも前に述べたように、異なった事象について全く同様な性質を示すものがかなり多いので、これをいろいろなシステムについてアナログカルに理解することは有益なことだと考えられる。

したがって、個々の部分の内容の理解の上で図1.3のような入出力と系の特性との関係を常に頭に描いているとその理解が容易になってくる。

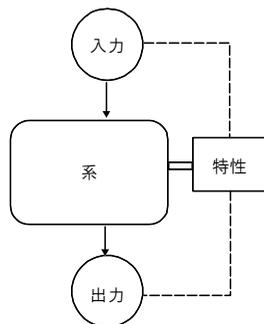


図 1.3

## 第2章 基本量と単位 (Fundamental Items and Units)

### 2.1 記号と単位

本書で用いるいろいろな量の記号と名称とその単位とを記号の索引もかねてアルファベット順に表2.1に示しておく。いろいろな技術書、参考書の使用記号は著者によってまちまちであるが、本書ではなるべく多く用いられている記号を採用し、なるべく重複を避けるようにして統一した記号を用いるように心がけた。なかには同じ記号で別の量を表わす場合も起きてくるが、一般に使用されているものは重複しても混乱や支障のないかぎりそのまま使用することにした。

単位については、SI単位系による単位を用い、単位の記号には[ ]を付けて表わす。ただし、従来から工学単位を使い馴れてきた方々の便を考慮して、工学単位による表現も併記するようにした。また、工学単位を用いて書かれた古い文献を参照する場合にも工学単位による表記は役に立つと思われる。

表2.1

記号	名称	英文名称	SI単位	工学単位
<i>A</i>	面積（特に断面積）	area	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
<i>a</i>	熱拡散率	thermal diffusivity	m <sup>2</sup> /s	m <sup>2</sup> /h
<i>B</i>	輝度	brightness	cd/m <sup>2</sup>	cd/m <sup>2</sup>
<i>C</i>	濃度	concentration	kg/m <sup>3</sup> , ppm	kg/m <sup>3</sup> , ppm
<i>C</i>	熱コンダクタンス	thermal conductance	W/(m <sup>2</sup> K)	kcal/m <sup>2</sup> h°C
<i>C<sub>p</sub></i>	定圧比熱	constant pressure specific heat	J/(kgK)	kcal/kg°C
<i>C<sub>v</sub></i>	定積比熱	constant volume specific heat	J/(kgK)	kcal/kg°C
<i>C</i>	風圧係数	coefficient of wind pressure	-	-
<i>c</i>	風圧係数	velocity of light or sound	m/s	m/s
<i>D</i>	光または音の速度	diffusion coefficient	m <sup>2</sup> /s	m <sup>2</sup> /h
<i>d</i>	拡散係数	diameter	m	m
<i>E</i>	直径	illuminance	lx	lx
<i>E</i>	照度	energy	J,kJ	kcal
<i>F</i>	エネルギー	light flux	lm	lm

建築設備基礎

記号	名称	英文名称	SI 単位	工学単位
<i>F</i>	光束	form factor	-	-
<i>F</i>	(全) 形態係数	force	N(=kg·m/s <sup>2</sup> )	kgf
<i>f</i>	力	water vapor pressure	Pa, mmHg	mmHg
<i>G</i>	水蒸気圧	rate of mass flow	kg/s, kg/h	kg/h
<i>G</i>	流量	weight	kg	kg
<i>G</i>	重量	conductance	Ω	Ω
<i>g</i>	コタ <sup>ク</sup> タ <sup>ス</sup> (電気)	rate of ventilation	kg/h	kg/h
<i>H</i>	換気量	total rate of heat flow	kJ/s	kJ/s
<i>h</i>	熱量	solar altitude	度	度
<i>I</i>	太陽高度	sound intensity	W/m <sup>2</sup>	watt/m <sup>2</sup>
<i>I</i>	音のエネルギー密度	solar radiation	W/(m <sup>2</sup> K)	kcal/m <sup>2</sup> h
<i>I</i>	日射量	enthalpy	kJ/kg	kcal/kg
<i>I</i>	エンタルピー	electric current intensity	A(amp.)	A(amp.)
<i>J</i>	電流の強さ	radiocivity	W/m <sup>2</sup>	kcal/m <sup>2</sup> h
<i>K, U</i>	射度	thermal transmittance	W/(m <sup>2</sup> K)	kcal/m <sup>2</sup> h°C
<i>k<sub>x</sub></i>	熱貫流率(熱通過率)	mass transfer coefficient	kg/(m <sup>2</sup> h(g/kg))	kg/m <sup>2</sup> h(kg/kg')
<i>k<sub>c</sub></i>	物質移動係数	"	kg/m <sup>2</sup> h(kg/m <sup>3</sup> )	kg/m <sup>2</sup> h(kg/m <sup>3</sup> )
<i>k<sub>p</sub></i>	"	"	kg/m <sup>2</sup> h(mmAq)	kg/m <sup>2</sup> h(mmAq)
<i>k<sub>i</sub></i>	"	"	kg/m <sup>2</sup> h(kJ/kg)	kg/m <sup>2</sup> h(kcal/kg')
<i>L</i>	"	rate of water flow	kg/h	kg/h
<i>L</i>	水流量	work	kg m	kgm
<i>L</i>	仕事	sound intensity level	dB	dB
<i>l</i>	音の強さのレベル	length	m	m
<i>M</i>	長さ	weight, Menge (独)	kg s <sup>2</sup> /m	kg s <sup>2</sup> /m
<i>M</i>	質量	mean	-	-
<i>m</i>	平均値	molecular weight	s <sup>2</sup> /m	s <sup>2</sup> /m
<i>N</i>	質量 (モル重量)	rate of molecular diffusion	mol/(m <sup>2</sup> s)	kmol/m <sup>2</sup> h
<i>n</i>	分子拡散量	air change rate	回/h, h <sup>-1</sup>	回/h
<i>n</i>	換気回数	molecular density	mol/m <sup>3</sup>	kmol/m <sup>3</sup>
<i>P</i>	分子密度	moisture conductance	g/(m <sup>2</sup> h Pa)	g/m <sup>2</sup> h mmHg
<i>P'</i>	湿気コタ <sup>ク</sup> タ <sup>ス</sup>	moisture conductance	g/(m <sup>2</sup> h mmHg)	
<i>P<sub>t</sub></i>	"	moisture transmittance	kg/(m <sup>2</sup> h (kg/kg'))	kg/m <sup>2</sup> h (kg/kg')
<i>P<sub>t</sub>'</i>	湿気貫流率	moisture transmittance		
<i>p</i>	"	pressure	kg/cm <sup>2</sup> , kg/m <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup> , kg/m <sup>2</sup>
<i>Q</i>	圧力	quantity of heat	J, kJ	kcal
<i>Q</i>	熱量	heat capacity	kJ/K	kcal/°C
<i>Q</i>	熱容量	rate of air flow,	m <sup>3</sup> /h	m <sup>3</sup> /h
<i>Q</i>	風量、	rate of ventilation	m <sup>3</sup> /h	m <sup>3</sup> /h
<i>q</i>	換気量	rate of heat flow	W/m <sup>2</sup>	kcal/m <sup>2</sup> h,
<i>R</i>	熱流量	overall thermal resistance	m <sup>2</sup> K /W	m <sup>2</sup> h°C /kcal
<i>R</i>	熱抵抗	electric resistance	Ω	Ω
<i>r</i>	電気抵抗	thermal resistivity	mK /W	mh°C / kcal
<i>r</i>	熱伝導比抵抗	radius	m	m
<i>S</i>	半径	surface area	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
<i>s</i>	表面積	entropy	kJ/(kg K)	kcal/kg°K
<i>T</i>	エントロピー	absolute temperature	K	°K

記号	名称	英文名称	SI 単位	工学単位
$t$	絶対温度	time	h	h
$U$	時間	internal energy	kJ	kcal
$u$	内部エネルギー	velocity in x direction	m/s	m/s
$V$	$x$ 方向の速度	volume	$m^3$	$m^3$
$V$	体積、容積	electric potential	V (volt)	V (volt)
$V$	電位	value	-	-
$v$	明度	velocity	m/s	m/s
$v$	速度、 $y$ 方向の速度	specific volume	$m^3/kg$	$m^3/kg$
$W$	比体積	wattage, power	W	W
$W$	電力	heat loss coefficient	W/K	kcal/h°C
$w$	熱損失係数	rate of moisture transfer	$g/m^2h$	$g/m^2h$
$w$	透湿量	rate of mass transfer	$kg/m^2h$	$kg/m^2h$
$x$	物質移動量	humidity ratio	$g/kg$	$g/kg$
$x$	絶対湿度	variable length of x direction	m	m
$Z$	$x$ 方向の長さ	vapor resistance	$m^2h Pa/g$	$m^2h mmHg/g$
$Z'$	透湿抵抗	vapor resistance	$m^2h (g/kg) /kg$	$m^2h (g/kg) /g$
$z$	透湿抵抗	vapor resistivity	$mh Pa/g$	$mh mmHg/g$
$z'$	透湿比抵抗	vapor resistivity	$mh (g/kg) /kg$	$mh (g/kg) /g$
$a$	透湿比抵抗	solar azimuth	度	度
$a$	太陽方位角	acceleration	$m/s^2$	$m/s^2$
$a$	加速度	absorptivity	-	-
$a_i$	吸収率	inside film coefficient	$W/(m^2K)$	$kcal/m^2h°C$
$a_o$	内側表面熱伝達率	outside film coefficient	$W/(m^2K)$	$kcal/m^2h°C$
$a_o$	外側表面熱伝達率	convective heat transfer coefficient	$W/(m^2K)$	$kcal/m^2h°C$
$a_r$	対流熱伝達率	radiative heat transfer coefficient	$W/(m^2K)$	$kcal/m^2h°C$
$B$	放射熱伝達率	volume expansivity	-	-
$B_i$	体膨張係数	inside film coefficient of moisture	$g/(m^2h Pa)$	$g/m^2h mmHg$
$B_i'$	内表面湿気伝達率	transfer	$kg/[m^2h (g/kg)]$	$kg/m^2h (g/kg)$
$B_o$		inside film coefficient of moisture	$g/(m^2h Pa)$	$g/m^2h mmHg$
$B_o'$	外表面湿気伝達率	transfer	$kg/[m^2h (g/kg)]$	$kg/m^2h (g/kg)$
$\gamma$		specific weight	使わない	$kg/m^3$
$\Delta$	比重量	increment	-	-
$\delta$	増分	thickness, incremental length	m	m
$\varepsilon$	厚さ、微少長さ	emissivity	-	-
$\zeta$	放射率	coefficient of resistance	-	-
$\eta$	抵抗係数	efficiency	%	%
$\theta$	効率	temperature	°C	°C
$\Delta\theta$	温度	temperature difference	°C	-
$\xi$	温度差	pressure loss coefficient	-	-
$\kappa$	圧力損失係数	specific heat ratio	-	-
$\lambda$	比熱比	thermal conductivity	$W/(mK)$	$kcal/mh°C$
$\lambda$	熱伝導率	friction coefficient	-	-
$\mu$	管摩擦係数	coefficient of viscosity	$N/m^2s$	$kg s/m^2$
$\mu$	粘性係数	permeability	$g/(m h Pa)$	$g/mh mmHg$
$\mu$	透湿率	permeability	$kg/[m h (g/kg)]$	$kg/mh(kg/kg')$
$\nu$	透湿率	coefficient of kinematic viscosity	$m^2/s$	$m^2/s$

記号	名称	英文名称	SI 単位	工学単位
$\rho$	動粘性係数	density	kg/m <sup>3</sup>	kg s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup>
$\rho$	密度	reflectivity	-	-
$\rho$	反射率	electric resistivity	$\Omega$ m	$\Omega$ m
$\sigma$	電気抵抗率	standard deviation	-	-
$\tau$	標準偏差	transmissivity	-	-
$\tau$	透過率	shear strength	N/m <sup>2</sup>	kgf/m <sup>2</sup>
$\phi$	摩擦力、せん断力	profile angle	度	度
$\phi(\tau)$	見かけの太陽高度	inditial response	-	-
$\phi$	単位応答	relative humidity	%	%
$\phi$	関係湿度	relative humidity	-	-
$\phi(\tau)$	相対湿度	configuration factor	-	-
$\psi$	形態係数	weighting function	-	-
$\omega$	重み関数	saturation degree	%	%
$\omega$	飽和度	angular velocity	rad/h	rad/h
	角速度			

諸定数

$C_b$ : 黒体の放射定数 (constant of black body)	5.67W/(m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> ) =4.88 kcal/(m <sup>2</sup> h K <sup>4</sup> )
$\sigma$ : 黒体の放射定数 (constant of black body)	5.67 × 10 <sup>-8</sup> W/(m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> ) =4.88 × 10 <sup>-8</sup> kcal/(m <sup>2</sup> h K <sup>4</sup> )
$g$ : 重力加速度 (gravity acceleration constant)	9.80 m/s <sup>2</sup>
$R$ : アボガドロ定数 (Avogadro's constant)	847.83 kg/(K kg)
$A$ : 仕事の熱当量 (proportionality factor to relate units of heat to units of work)	1/426.79 kcal/(kg m)
$J$ : 熱の仕事当量 (proportionality factor to relate units of work to units of heat)	426.79 (kg m)/kcal
$r_0$ : 0°C の水の蒸発潜熱 (latent heat of water evaporation)	2.501 kJ/kg (597.5 kcal/kg)

## 2.2 SI 単位と工学単位と絶対単位

本書で用いる SI 単位系(Systeme Internationale) は、だいたい絶対単位による CGS 系とほとんど同じであるが、特に異なるところは熱量の単位に[kcal/h]を用いず、[W]を用いることと考えてよい。SI 単位は特に欧州でフードポンド系に代わって導入が進んできた単位系で、すでに ISO(international Standard Organisation)で国際的に認知されており、学術論文では日本でも必ず SI 単位で

書かなければならないようになっている。

物理学などで用いられる絶対単位系では質量を [kg] で表わすが、工業あるいは、工学では工学単位が用いられ、重量を [kg] で表わし、力も [kg] で表わす。力を [kg] で表わすのは [kg 重] の意味で、[kgf] と表されることもある。工学単位は重力単位とも呼ばれる。したがって重さに関係のある量は両者の単位表示系で単位が異なり、一方を他方に変えるときは重力の加速度  $g=9.8 \text{ m/s}^2$  で補正しなければならない。

SI 単位では質量は  $M$  [kg] で表し、重量は使わない。工学単位では質量は  $M$  [ $\text{kg s}^2/\text{m}$ ] で表わされ、重量  $G$  [kg] との間には

$$M [\text{kg s}^2/\text{m}] = \frac{G [\text{kg}]}{g [\text{m/s}^2]} \quad (2.1)$$

の関係がある。

SI 単位では単位体積あたりの質量は密度  $\rho$  [ $\text{kg/m}^3$ ] という。工学単位では単位体積あたりの重量を比重量  $\gamma$  [ $\text{kg/m}^3$ ] といい、単位体積あたりの質量は密度  $\rho$  [ $(\text{kg s}^2/\text{m}^4)$ ] という。体積を  $V$  [ $\text{m}^3$ ] とし、この関係を式で示せば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \gamma [\text{kg/m}^3] &= \frac{G [\text{kg}]}{V [\text{m}^3]} \\ \rho [\text{kg s}^2/\text{m}^4] &= \frac{M [\text{kg s}^2/\text{m}]}{V [\text{m}^3]} = \frac{\gamma [\text{kg/m}^3]}{g [\text{m/s}^2]} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

$\gamma$  は比重ではなくて正しくは比重量という。SI 単位では比重量は使わない。比重量と密度とは全く異なるものであることに注意しなければならない。しかし上式からわかるように工学単位で表わされた比重量の数値と SI 単位で表わされた密度の数値とは等しい。

## 2.3 重要な基本量と複合単位

### 2.3.1 温度 (temperature)

温度の表示には摂氏 (Celcius) と華氏 (Fahrenheit) とがあり、本書では特にこ

だわらない限り温度は $\theta$ で表し、その単位は[°C] (degree Celcius) である。華氏で表した温度 $\theta_F$ の単位は[°F] (degree Fahrenheit) であり、 $\theta$ と $\theta_F$ の間には次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \frac{5}{9}(\theta_F - 32) \\ \theta_F &= \frac{9}{5}\theta + 32 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

また熱力学的最低温度を基準にした温度が絶対温度 (absolute temperature) で、これにも摂氏絶対温度  $T$  [°K] (Kelvin) と華氏絶対温度  $T_F$  [°R] (Rankine) とがある。すなわち

$$\left. \begin{aligned} T &= \theta + 273.16 \\ T_F &= \theta_F + 459.67 \\ T &= \frac{5}{9}T_F \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

### 2.3.2 エネルギーと熱流 (energy and rate of heat flow)

工学、工業で用いられるエネルギーまたは熱量の単位はジュール[J]あるいは[kJ]で、工学単位では[kcal]が使われる。[kJ]と[kcal]とを換算するには  $1 \text{ kcal} = 4.1855 \text{ kJ}$  であるが、略算には  $1 \text{ kcal} = 4.2 \text{ kJ}$  と覚えておくとよい。

工学単位では、水 1 kg の温度を 1 °C だけ高めるに必要な熱量を 1 kcal と定義したが、SI 単位では水 1 kg の温度を 1 °C だけ高めるに必要な熱量は 4.2 kJ になる。またイギリスやアメリカで用いられてきた熱量の単位は[Btu] (British thermal unit)で、1 Btu とは水 1 lb の温度を 1 °F だけ高めるに必要な熱量をいう。 $1 \text{ kcal} = 3.968 \text{ Btu}$  (約 4 Btu)、また  $1 \text{ Btu} = 0.252 \text{ kcal}$  である。

また電力の積算の単位であるキロワット時[kWh]もエネルギーの単位に換算される。 $1 \text{ kWh} = 860.0 \text{ kcal} = 3.6 \text{ MJ}$  である。

熱流とは単位時間に流れるエネルギーの割合を意味し、その単位は[W]あるいは[kW]で、工学単位では[kcal/h]である。 $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$  である。また、ときによっては熱量という表現で熱流を意味する場合もあるので、単位に注意する必要がある。本書ではエネルギーには  $Q$ 、熱流には  $H$  の記号を用いる。したがって

両者の間には次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} Q &= \int H dt \\ H &= \frac{dQ}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

さらに単位面積あたりの熱流も単に熱流とよくよばれるが、この場合は本書では記号に  $q$  を用いる。単位は  $[\text{W}/\text{m}^2]$  で、工学単位では  $[\text{kcal}/(\text{m}^2 \text{ h})]$  であり、 $H$  との関係は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} H &= \int q dA \\ q &= \frac{dH}{dA} \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

### 2.3.3 比熱 (specific heat)

物質 1 kg の温度を 1 °C 高めるに必要な熱量を比熱といい、単位は  $[\text{kJ}/(\text{kg } ^\circ\text{C})]$  であり、これは物質に固有な値である。工学単位では  $[\text{kcal}/(\text{kg } ^\circ\text{C})]$  である。物質 1 lb の温度を 1 °F 高めるのに必要な熱量の単位は  $[\text{Btu}/(\text{lb } ^\circ\text{F})]$  であり、 $1 \text{ kcal}/(\text{kg } ^\circ\text{C}) = 1 \text{ Btu}/(\text{lb } ^\circ\text{F})$  である。

熱力学で扱う気体の比熱には定積比熱  $C_v$  と定圧比熱  $C_p$  があり、常に定圧比熱の方が大きい。その差は気体の種類によって異なり、工学単位では次式が一般に成立する。

$$C_p - C_v = AR \quad (2.7)$$

ここに、 $A$  は仕事の熱当量で  $1/427 \text{ kcal}/(\text{kg m})$ 、 $R$  はガス定数で単位は  $[(\text{kg m})/(\text{K kmol})]$  である。またアボガドロ定数  $848 \text{ (kg m)}/(\text{K kmol})$  と気体の分子量  $M$  を用いると、 $1 \text{ kmol} = M [\text{kg}]$  であるから、 $R = 848/M [(\text{kg m})/(\text{K kg})]$  となり、上式は

$$C_p - C_v = \frac{848}{427 M} \quad (2.8)$$

となる。

一般に単に比熱といえば定圧比熱を意味すると考えてよい。

### 2.3.4 密度 (density)

ある物質の密度  $\rho [\text{kg}/\text{m}^3]$  は単位体積あたりの質量で表わされるが、建築設備でよく出てくる物質、たとえば空気、水、水蒸気などについて簡単にその数値

の求め方を記しておく。

(1) 乾燥空気の密度  $\rho$

$$\rho = \frac{1.293}{1 + 0.00366\theta} \frac{f_a}{760} \quad [\text{kg/m}^3] \quad (2.9)$$

ここで、 $\theta$  : 温度[°C]、 $f_a$  : その乾燥空気の圧力 [mmHg]

(2) 湿り空気の密度  $\rho$

$$\rho = (1 - 0.377\phi) \frac{f_s}{f_a} \frac{1.293}{1 + 0.00366\theta} \frac{f_a}{760} \quad (2.10)$$

ここで、 $\phi$  : 相対湿度 [%]、 $f_s$  : 飽和水蒸気圧 [mmHg]

または、

$$\rho = \frac{353.25}{273.16 + \theta} (1 - 0.37803 \frac{f}{f_a}) \approx \frac{353}{273 + \theta} \quad (2.11)$$

$\theta = 20^\circ\text{C}$ 、 $\phi = 65\%$  では  $\rho = 1.202 \text{ kg/m}^3$

ここで、 $f_a$  : 大気圧 [mmHg]、 $f$  : そのときの水蒸気圧 [mmHg]

### 2.3.5 熱容量 (heat capacity, thermal capacity)

ある物体の温度を  $1^\circ\text{C}$  高めるのに必要な熱量をその物体の熱容量といい、 $Q$  で表わす その物質の比熱  $C_p$  [kJ/(kg K)] と密度あるいは比重量  $[\text{kg/m}^3]$  とが与えられていれば、体積  $V$  [ $\text{m}^3$ ] の物体の熱容量  $Q$  [kJ/K] は次式によって表わされるすなわち、

$$Q = C_p \rho V \quad (2.12)$$

【例題 2.1】 間口 6 m、奥行 8 m、天井高 25 m の室の温度が  $20^\circ\text{C}$  のとき、室内空気の熱容量を求めよ。

【解】 室の温度と普通いわれているものは正確には室内空気の温度であり、室内空気の熱容量とは室温を  $1^\circ\text{C}$  上昇させるに必要な熱量をいう。式(2.12)により、

$$C_p = 1.0 \text{ kJ/(kg K)}, \quad \rho = 1.202 \text{ kg/m}^3 \text{ (} 20^\circ\text{C の空気)}, \quad V = 6 \times 8 \times 2.5 = 120 \text{ m}^3$$

$$Q = 1.0 \times 1.202 \times 120 = 144 \text{ kJ/K}$$

ところが実際にはこのほかに室温と共に温度が変動する物体、たとえば家具、紙類などの熱容量もこれに加えなければならない。家具などの熱容量は、一般の事務室の場合、大体空気の 10 倍程度といわれる。

## 2.3.6 圧力 (pressure)

## (1) 圧力表示の種類

圧力の表示方法にはいろいろあって、しかも圧力というのは、長さとか重さとかと違って、直接肌で感じにくい単位であるのでなかなかつかみにくい。しかも建築設備で用いられる単位にも、空気、水、水蒸気、各種ガスなどがその接している面に及ぼす圧力をいう場合にいろいろな単位がある  $[\text{kg}/\text{m}^2]$ 、 $[\text{kg}/\text{cm}^2]$ 、 $[\text{mmHg}]$ 、 $[\text{mmAq}]$ などあって非常にまぎらわしい。

特に何キロといわれた場合  $[\text{kg}/\text{m}^2]$ か  $[\text{kg}/\text{cm}^2]$ かそれを常時用いている人でなければ見当がつかない。しかしこれらの単位はすぐ換算できるにもかかわらず、実際には場合によって使いならされた単位が適当に用いられているので、それぞれどういうものであるか知っておく必要がある。

(a)  $[\text{kg}/\text{m}^2]$ と  $[\text{kg}/\text{cm}^2]$   $1 \text{ m}^2$ あるいは  $1 \text{ cm}^2$ の面に対して何キログラムの力がかかっているかという単位である。鉄の塊  $1 \text{ kg}$ が  $1 \text{ cm}^2$ にのしかかっているのも、空気  $1 \text{ kg}$ が  $1 \text{ cm}^2$ の上のしかかっているのも、同じ  $1 \text{ kg}/\text{cm}^2$ である。(図 2.1)

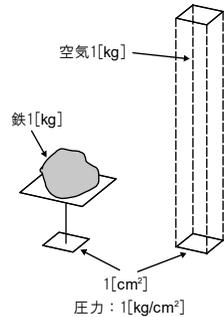


図 2.1

(b) 水銀柱  $[\text{mmHg}]$   $1 \text{ kg}/\text{cm}^2$ の圧力を底面積  $1 \text{ cm}^2$ の水銀の柱の質量に換算したら何ミリメートルの高さに相当するかということによって圧力を表示する方法である。つまり、水銀の密度は  $0^\circ\text{C}$ で  $13.6 \text{ g}/\text{cm}^3$ であるから、

$$1 \text{ mmHg} = \frac{13.6 \text{ g}/\text{cm}^3}{1 \text{ kg}/\text{cm}^2 \times 1000 \times 10} = 13.6 \times 10^{-4} \text{ kg}/\text{cm}^2 = 13.6 \text{ kg}/\text{m}^2 \quad (2.13)$$

である。

(c) 水柱  $[\text{mmAq}]$  水銀柱ではなくて水の柱に圧力を置き換えるから、

$$1 \text{ mmAq} = \frac{1 \text{ g}/\text{cm}^3}{1 \text{ kg}/\text{cm}^2 \times 1000 \times 10} = 10^{-4} \text{ kg}/\text{cm}^2 = 1 \text{ kg}/\text{m}^2 \quad (2.14)$$

である。  $[\text{mmAq}]$ と  $[\text{kg}/\text{m}^2]$ とは同じ数値を取る。

(d) バール[bar]、ミリバール[mb]、マイクロバール[μbar]、ヘクトパスカル[hPa] 水銀柱の圧力 750 mmHg を 1 bar と定められたもので、気象学上の気圧の単位にはミリバールが多く用いられ、音響学の音圧の単位にはマイクロバールがおもに用いられてきた。天気予報で用いられるヘクトパスカル[hPa]は、以前用いられてきたミリバールに代わって SI 単位系にしたときに従来と同じ数値で表わす単位として採用された。

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ bar} &= 10^3 \text{ mb} = 10^6 \mu\text{bar} = 1.0197 \text{ kg/cm}^2 \\ 1 \text{ 気圧} &= 760 \text{ mmHg} = 1.0133 \text{ bar} = 1013.3 \text{ mb} = 1013.3 \text{ hPa} \\ 1 \text{ mmHg} &= 0.133 \text{ kPa} \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

(e) 水頭 (head) 圧力を水柱何ミリメートルで表わすのと本質的に同じことであるが、 $p$  [kg/m<sup>2</sup>]の圧力を表わすのに水頭  $h$  [m]を用いることがある

$$h \text{ [m]} = \frac{p \text{ [kg/m}^2\text{]}}{\rho \text{ [kg/m}^3\text{]}} \quad (2.16)$$

これは必ずしも水でない液柱でもその液の密度  $\rho$  を用いればよいが、普通水についての値をとり、 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  として

$$h \text{ [m]} = 10^{-3} p \text{ [kg/m}^2\text{]} \quad (2.17)$$

である。このとき  $h$  を圧力水頭という。

## (2) 圧力の基準

大気圧の基準で普通 1 気圧 (1 atm) といわれている圧力は、水銀柱 760 mm でこれを 760 mmHg と表わす。またこれは 1033 kg/cm<sup>2</sup>つまり面積 1 cm<sup>2</sup>の面に 1.033 kg の力がかかっていることに相当する。

水銀柱 760 mm という意味は、水銀の密度が 0 °C で 13.5955 g/cm<sup>3</sup>であるから、1.033 kg/cm<sup>2</sup>の圧力というのは底面積が 1 cm<sup>2</sup>で高さが 760 mm = 76 cm の水銀柱の質量に相当することを意味する。

$$13.6 \text{ g/cm}^3 \times 76 \text{ cm} = 1033 \text{ g/cm}^2 = 1.033 \text{ kg/cm}^2 \quad (2.18)$$

もちろん 0 kg/m<sup>2</sup>、0 kg/cm<sup>2</sup>、0 mmHg、0 mmAq、0 mb もそれぞれの単位の圧力基準である。

## (3) 圧力の値の種類

零を基準としたときの圧力を絶対圧力 (absolute pressure) といい、1 気圧の標準

大気圧を基準としてこの大気圧との差で表わされる圧力をゲージ圧力(gauge pressure)とよんでいる。

空気中に含まれている水蒸気の圧力つまり水蒸気圧(気象学では水蒸気張力)とは $f[\text{mmHg}]$ で表わされるが、これは絶対圧力である。ダクトの中の空気の圧力は $[\text{mmAq}]$ で表わされるが、大気圧より水柱にして何ミリメートル高いかという意味でゲージ圧力が水柱に換算されたものである。一般に絶対圧力  $p_{abs}$  [kPa]とゲージ圧力  $p_g$  [kPa]との間には次の関係がある。

$$p_{abs} = p_g + p_a = \rho g h + p_a \quad (2.19)$$

ここに、 $p_a$  : 大気圧(= 101325 Pa = 1013.25 hPa = 10330 kg/m<sup>2</sup> ),  $\rho$  : 水の密度 [kg/m<sup>3</sup>],  $h$  : 水柱高[m]。天気予報などで使われる hPa ヘクトパスカルは、従来の mb ミリバルに代わって、同じ数値の SI 単位表記として採用された。1 Pa = 10<sup>-5</sup> bar。なお、ヘクトは 100 の意。例えば、ヘクタールはヘクト・アール ha。

大気圧より低い圧力を真空圧といいゲージ圧力で表わせば負の値になる。一般の大気圧を絶対圧力で表わす計器をバロメータという。

これらの関係を図示すると図 2.2 のようになる。

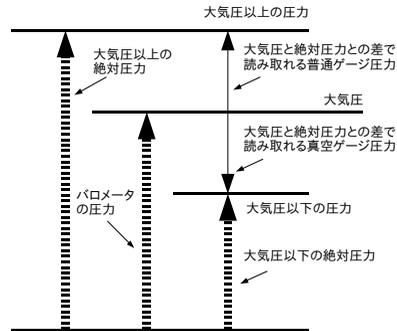


図 2.2

### 2.3.7 湿度 (humidity)

湿度にはいろいろな表示の方法<sup>†1)</sup>があり、目的によって最も適した量が用いられているわけであるが、それだけによく混乱を起こしやすい。空気調和設備で扱われる空気は、室内空気、外気、設備機器やダクトの中にある空気などさまざまな状態にあり、それぞれある程度の水蒸気を合んでおり、しかも常にそのときの温度が問題になるので異なる湿度表示間の関係は複雑になる。このように水蒸気を含んだ空気のことを湿り空気 (moist air) という。つまり、普通単に

†1 Amdur, E.J.: The Relationship of Humidity Reporting Forms and Humidity Sensors, {文献(54)中の第12章}

空気といえば湿り空気のことをいい、水蒸気を含まない空気は乾燥空気または乾き空気 (dry air) と特に呼んで区別する。

(1) 絶対湿度 (humidity ratio)  $x$  [g/kg]

乾燥空気 1 kg と  $x$  [g]の水蒸気と一緒に存在するときに、一般に、水蒸気を含んだその状態の空気の絶対湿度は  $x$  [g/kg]であるという。この単位表示  $x$  [g/kg]のうちの  $x$  [g]は乾燥空気 1 kg と共存する水蒸気の質量である。したがって空気と水蒸気とを合わせると、全体の質量としては  $1 + x/1000$  [kg]あることになる。

(2) 水蒸気圧 (vapor pressure)  $f$  [kPa]

ダルトンの分圧の法則により、湿り空気の圧力はその中の乾燥空気のもつ圧力と水蒸気のもつ圧力との和である、このとき後者を水蒸気分圧といい、水銀住何ミリメートルという圧力の単位で表わすと、これは空気中に含まれる水蒸気量を意味することにもなるので、絶対湿度と同様、湿気のポテンシャルとして用いられる。また単に水蒸気圧ともいう。

絶対湿度  $x$  [g/kg]と水蒸気圧  $f$  [kPa]の間には次のような関係があるので直ちに変換することができる。

$$\left. \begin{aligned} x &= 0.62198 \frac{f}{f_a - f} \times 10^3 \\ f &= \frac{x \times 10^{-3}}{x \times 10^{-3} + 0.62198} f_a \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

ここに  $f_a$  は大気圧で 1 気圧ならば 101.325 kPa である。

(3) 関係湿度 (relative humidity)  $\phi$  [%]

相対湿度ともいう。ある状態の湿り空気の関係湿度とは、そのときの水蒸気圧  $f$  とその温度に対する飽和水蒸気圧  $f_a$  との比であって、[%]で表わされる。

$$\phi = \frac{f}{f_s} \times 100 \quad (2.21)$$

(4) 飽和度 (saturation degree)  $\phi$  [%]

ある状態の湿り空気の飽和度とは、そのときの絶対湿度  $x$  [g/kg]とその温度に対する飽和絶対湿度  $x_s$  との比で、やはり[%]で表わされる。

$$\psi = \frac{x}{x_s} \times 100 \quad (2.22)$$

一見  $\varphi$  と  $\psi$  とは同一の値であるかのように見えるが、式(2.20)の関係からわかるように大気圧によってその差は異なる。しかし、だいたい常温以下では両者は等しいとみてさしつかえない。常に  $\varphi < \psi$  である。

#### (5) 露点温度 (dew point) $\theta''$ [°C]

ある状態の湿り空気の湿球温度とは、その空気を断熱状態にしておいて冷却して行って、ちょうど飽和状態になったときの温度である。つまりその空気の露点湿度に等しいかそれより低い温度の物体があり、その空気がその物体に触れるとその物体の表面に露を結ぶわけである。つまり露点温度はその湿り空気の湿度を表わす一種の仮想温度である。

#### (6) 湿球温度 (wet bulb temperature) $\theta''$ [°C]

ある状態の湿り空気の湿球温度とは、その空気を断熱状態にしておいて冷却して行って、ちょうど飽和状態になったときの温度である。したがって断熱飽和温度ともよばれる。実際には湿球温度計の原理からもわかるように湿ったガーゼの空気に触れているところの温度である。このように湿り空気を断熱冷却するには冷却と同時に水蒸気を加えなければならない。ある状態の湿り空気とその空気の湿球温度に等しい温度の飽和空気とが接した場合、両者の間には熱の移動が起こらないわけであって、このような仮想の飽和状態の温度がその湿り空気の湿球温度である。

#### (7) 比体積 (specific volume) $v$ [m<sup>3</sup>/kg]

湿り空気の重量に対する容積の割合を比体積というが、乾燥空気 1 kg あたりの湿り空気の容積で表わす。絶対湿度  $x$  と絶対温度  $T$  とから次式で求められる

$$v = \frac{0.287055 T}{f_a} (1 + 1.6078 x \times 10^{-3}) \quad (2.23)$$

#### (8) その他

その他の湿り空気の湿度表示として、水蒸気密度 (vapor density) (湿り空気の全容積に対する水蒸気重量の割合)、%湿り基準 (湿り空気の重量に対する水蒸気重量の比) やモル比 (湿り空気のモル数に対する水蒸気のモル数の比率) など

があるが、一般にはあまり用いられない。

## 第3章 オームの法則 (Ohm's Law)

### 3.1 エネルギーの移動・ポテンシャル・抵抗

一般にエネルギーが、あるところから別のところへ移動する場合には、その2つの点の間にはなんらかの意味で差があるはずである。差がなければエネルギーは移動するわけがない。差があるということがエネルギーが移動する1つの条件ということになる。そこでどのくらいの量のエネルギーが移動するかを考える場合には、その差の量を知る必要がある。そのとき、1の点と2の点の間にはポテンシャルの差がいくらあるかというふうに表現する。したがってポテンシャルの差というのは1つの尺度をもっていて、エネルギーの移動する量はこのポテンシャルの差に比例して多くなったり少なくなったりする。たとえば電気というエネルギーの移動する量、つまり電流は1の点の電圧と2の点の電圧との差で表わされる電位差に比例するし、熱というエネルギーの移動量つまり熱流は1の点と2の点との温度の差に比例する。つまりポテンシャルの差は、電気の場合は電位差、熱の場合は温度差を意味する。ところで1の点と2の点の間に、あるポテンシャルの差があっても、その両点の間には一般にエネルギーの移動を妨げる何かの要素がある。これを抵抗という。抵抗が大きいほどエネルギーは移動しにくくなり、抵抗が少ないほど多くのエネルギーが移動する。このようにエネルギーの移動する量はポテンシャルの差に比例し、抵抗に反比例するのが普通で、いわゆるオームの法則に従う場合が多い。

$$\text{エネルギー移動量} = \frac{\text{ポテンシャルの差}}{\text{抵抗}} \quad (3.1)$$

実際にあるエネルギーについてこの式の各項は定まった単位をもっていて、数式で書き表わすわけであるが、そのときエネルギーの移動しにくさを表わす

抵抗を用いる代わりにエネルギーの移動しやすさを表わす係数、つまり抵抗の逆数を用いた式の方をよく使う場合もかなり多い。すなわち

$$\text{エネルギー移動量} = \text{エネルギー移動係数} \times \text{ポテンシャルの差} \quad (3.2)$$

という形で数式を扱う場合である。一見、除算と乗算で異なった形に見えるが、実は全く同じ式であることをよく理解しておく必要がある。

次に建築設備で現われる種々のエネルギーの移動を比較しながら説明する。

### 3.2 電気の移動

オームの法則の最も基本的な場合である。電気の移動ということばは普通聞かないが、電気の流れる量、つまり電流の強さは電位差に比例し、抵抗に反比例するという法則である。式で表わすと、

$$i = \frac{\Delta V}{R} \quad (3.3)$$

となり、図 3.1 のような場合である。ここに  $i$  は電流で、単位はアンペア[A]である。アンペアはまた単位時間に移動する電荷の量を意味するので、毎秒 1 クーロン[C/S]という形で電流を表わすこともできる。 $\Delta V$  は 2 点間の電位差で単位はボルト[V]である。なお本書ではこのように一般に差を表わす場合に記号  $\Delta$  をよく用いる。 $\Delta$  はギリシア文字  $\delta$  の大文字で difference の d に関係する。たとえばここでは、

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

を意味する。つまり 1 の点の電位  $V_1$  と 2 の点の電位  $V_2$  との差を意味する。 $R$  は抵抗でこの 2 点間の電流の流れにくさを表わす比例定数であり、単位はオーム [ $\Omega$ ]である。抵抗  $R$  の逆数をコンダクタンスといい、電流の流れやすさを意味し、 $G$  で表わす。その単位はジーメンズ[S]である。

導線のような物質で、その断面積が  $A$  [ $\text{m}^2$ ]、長さが  $l$  [ $\text{m}$ ]であるとき、その断

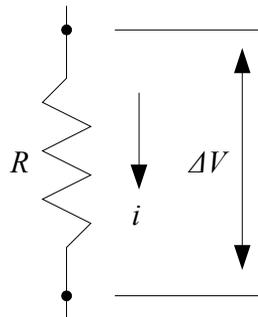


図 3.1

面を通してその導線の両端の間を電気が流れる場合にはその導線自体の抵抗のために両端間に電位差が生ずる。これを電圧降下という。その場合導線の材質によって同じ電流が流れても電圧降下  $\Delta V$  は異なる。すなわち、オームの法則から、

$$\Delta V = R_i = \frac{\rho l}{A} i \quad (3.4)$$

$$R = \frac{\rho l}{A} \quad (3.5)$$

となる。つまり、電圧降下  $\Delta V$  は電流  $i$  に比例するほか、導線の長さ  $l$  に比例し、断面積  $A$  に反比例する。この式から材質のみによる抵抗の大きさを表わす比例定数として抵抗率  $\rho$  が定義される。したがって  $\rho$  の単位は  $[\Omega\text{m}]$  あるが、単位断面積あたりの電流を  $i[\text{A}/\text{m}^2]$  または  $[\text{C}/\text{m}^2\text{s}]$  とすると、

$$i = \frac{\Delta V}{\rho l} \quad (3.6)$$

から、 $\rho = \Delta V / il$  となり、 $\rho$  の単位は  $[\text{m}^2\text{sV}/\text{mC}]$  あるいは  $[\text{msV}/\text{C}]$  とも表わされる。また、 $\rho$  の逆数を電気伝導率といい  $\sigma$  で表わし、単位は  $[\text{S}/\text{m}]$  あるいは  $[\text{C}/\text{msV}]$  である。後に述べる熱の場合と比較すると、抵抗率  $\rho$  は熱伝導比抵抗  $r$  に相当し、電気伝導率  $\sigma$  は熱伝導率  $\lambda$  に相当することになる。

【例題 3.1】 直径 1.6 mm、長さ 30 m の銅線を 10 A の電流が流れるときの電圧降下を求める。銅の抵抗率  $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$

【解】 断面積  $A = 3.144 \times 0.0016^2 = 2.01 \times 10^{-6} \text{ m}^2$  (単位に注意)

(3.10) 式より電圧降下

$$\Delta V = \frac{\rho l}{A} i = \frac{1.7 \times 10^{-8} \times 30}{2.01 \times 10^{-6}} \times 10 = 0.25 [V]$$

したがって、もしこのような導線を用いて 100 V の電源から電気を得る際には、実際には  $100 - 0.25 = 99.75 \text{ V}$  になっていることになる。したがって電圧によって特性の変わる精密計器を用いて何かの測定を行なう場合には、その計器の直前に定電圧装置を取り付けて 99.75 V に落ちた電圧を再び 100 V にしてやらなければならない。

### 3.3 熱の移動

#### 3.3.1 熱の移動の一般式

熱の移動には、伝導（conduction）、対流（convection）、放射（radiation）の3種の形があるが、一般に熱は温度の高い方から低い方へ流れるので、熱流はその2点間の温度差に比例し、その2点間の熱抵抗に反比例するというは電気の場合のオームの法則と全く同じ形の式で表現できる。すなわち、

$$q = \frac{\Delta\theta}{R} \quad (3.7)$$

ここで、 $\Delta\theta$ は図3.2のように1の点の温度と2の点の温度との差、つまり $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ で、この $\Delta\theta$  [°C]の温度差があつて、単位時間あたり、単位断面積を通して $q$  [W/m<sup>2</sup>]という熱量が流れるとき、1の点と2の点との間の熱抵抗が $R$  [m<sup>2</sup>K/W]である。 $R$ は熱の流れにくさを表わす比例定数ということになる。

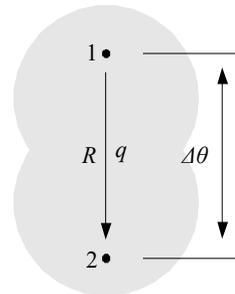


図3.2

この熱抵抗 $R$ の値は伝導、対流、放射の場合でそれぞれ異なった要素が関係してくるので、通常用いられる表現も異なるが、どの場合にもこの式(3.7)の形に置き換えることができるのである。

断面積 $A$  [m<sup>2</sup>]についての全熱流には記号 $H$ を用い、単位は[W]である。すなわち、

$$H = qA = \frac{\Delta\theta}{R} A \quad (3.8)$$

であるが、もしここで $A$ と $R$ は一定として2点の温度 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ が時間によって変わり、そのため $q$ も $H$ も時間的に変化する場合には、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $q$ 、 $H$ を時間 $t$ の関数としてそれぞれ $\theta_1(t)$ 、 $\theta_2(t)$ 、 $q(t)$ 、 $H(t)$ というふうに表現する。このとき上式は次のようになる。

$$H(t) = Aq(t) = \frac{A}{R} \{\theta_2(t) - \theta_1(t)\} \quad (3.9)$$

そこで時間  $t$  が  $t_1$  から  $t_2$  まで経つ間に流れる全熱量  $Q$  [Wh] は上式を  $t$  について積分して次式のように求められる。

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} H(t) dt = A \int_{t_1}^{t_2} q(t) dt = \frac{A}{R} \int_{t_1}^{t_2} \{\theta_2(t) - \theta(t)\} dt \quad (3.10)$$

もちろん温度差  $\Delta\theta$  が時間によって変わらない場合の全熱量は

$$Q = H(t_2 - t_1) = qA(t_2 - t_1) = \frac{A}{R} \Delta\theta(t_2 - t_1) \quad (3.11)$$

となる。

実際には  $q$  [W/m<sup>2</sup>] や  $H$  [W] を求めることが多く、これらを特に断わらないで熱量<sup>†1</sup>とよぶことが多いので、常に単位によく注意する必要がある。

### 3.3.2 熱移動のいろいろ

温度差を抵抗で割ったものが熱流になるという式(3.7)は、実際には見かけ上異なった形で現われてくるので、いろいろな伝熱形式についてそれがどのようにこの式と関係があるかを簡単に説明してみよう。

#### (1) 熱伝導の場合

固体中を伝導によって熱が移動する場合は、電気伝導の場合と全く同様に扱うことができる。熱抵抗の逆数を熱コンダクタンスといい、これは熱の伝わりやすさを表わす比例定数であるから、式(3.7)は次のようにも書ける。

$$q = C \Delta\theta \quad (3.12)$$

熱コンダクタンス  $C$  の単位は [kW/m<sup>2</sup>K] であって、固体中の 1 と 2 との間の温度差が 1 °C のとき、その固体の断面 1 m<sup>2</sup> を通して 1 時間あたり流れる熱量の割合を示す。したがって、これはその固体の材質と厚さによって異なった値をとることになるので、材質のみによる熱の伝わりやすさを表わすには、単位厚さを通る熱の伝わりやすさで表わすことにすればよい。あるいは単位厚さあたりの熱の伝わりにくさで表わすこともできる。すなわち、1 と 2 との間の長さ(厚さ)を  $l$  とすると、常識的に考えても  $l$  が大きいほど抵抗は大きいので

†1 英語では  $H$  を rate of heat transfer,  $q$  を rate of heat transfer per unit area といっている。

$$R=rl \quad r=\frac{R}{l} \quad (3.13)$$

とおき、この  $r$  をその材質に特有な値として熱伝導比抵抗という。単位は  $[mK/W]$  であるが、実は  $[(m^2 K/m)/W]$  の意味である。同様に  $r$  の逆数を熱伝導率といい、 $\lambda$  で表わす  $\lambda$  の単位は  $[W/(m^2 K/m)]$  または  $[W/m K]$  となる。また熱コンダクタンスと熱伝導率との関係も

$$C=\frac{\lambda}{l} \quad \lambda=C l \quad (3.14)$$

で表わされる。

【例題 3.2】 12 cm 厚のコンクリート壁の両側の表面の温度がそれぞれ  $3^\circ C$ 、 $15^\circ C$  で十分長い時間の間一定であったとすると、この壁を流れる熱量はいくらになるかを求める。コンクリートの熱伝導率  $\lambda=1.5 W/(m^2 K/m)$ 。

【解】

$$C=\frac{\lambda}{l}=\frac{1.5}{0.12}=12.5 [W/m^2 K]$$

$$q=12.5 \times (15-3)=150 [W/m^2]$$

## (2) 熱伝達の場合

熱伝達には対流による熱伝達と放射による熱伝達とがある。前者は固体表面と流体との間の熱移動を意味し、後者は 2 つの固体表面の間の放射による熱移動を意味する。しかし、建物の外壁の内側表面を 1 つの固体表面と考えて室内との対流と放射とを両方一時に把握する考え方がある。その場合は室内の天井、内壁、床などの表面温度は室温と等しいという仮定をすることによって、対流と放射とによる熱伝達をまとめて外壁内表面と室内空気との間の熱の伝わりやすさを表わす比例定数を考えることができる。これを表面熱伝達率といい、 $\alpha_i$  で表わす。単位は熱コンダクタンスと同じで  $[W/m^2 K]$  である。またこの逆数を表面熱伝達抵抗といい、 $R_i$  で表わす。したがって、この場合の熱流の式は次のようになる。

$$q=\alpha_i(\theta_s-\theta_r) \quad (3.15)$$

$$q=\frac{1}{R_i}(\theta_s-\theta_r) \quad (3.16)$$

ここで、 $\theta_s$  は外壁内表面温度、 $\theta_r$  は室内空気温度である。この式は  $\theta_s > \theta_r$  の場合であって、熱流  $q$  は表面から空気へ向かって流れることを意味している。しかし、 $\theta_s < \theta_r$  であってもこの式のままでさしつかえない。なぜならばそのときは  $q$  が負となるから、負の熱流が表面から空気へ向かって流れることとなり、それは実際に熱は空気から表面へ向かって流れることと同じことだからである。このように、 $q$  の定義の中に熱流の向きを含めておくと、実際  $\theta_s$  と  $\theta_r$  とのどちらが大であるかわからなくても、式(3.15)、式(3.16)のままでさしつかえないことがわかる。

【例題 3.3】 冬、室内気温  $\theta_r = 20^\circ\text{C}$  で、面積が  $8\text{ m}^2$  あるガラスの内側表面温度  $\theta_s = 5^\circ\text{C}$  のとき、内側表面熱伝達率  $a_i = 10\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$  とすると、室内空気からガラス表面へいくらの熱が移動するか。

【解】  $\theta_s < \theta_r$  ということが与えられているので室内空気からガラス表面へ向かう熱流を  $q$  と定めると、式は

$$q = a_i(\theta_r - \theta_s)$$

とすればよいことになる。数値を代入して、

$$q = 10 \times (20 - 5) = 150\text{ W}/\text{m}^2$$

となる。この値はガラス面積  $1\text{ m}^2$  あたりの熱流であるから、 $8\text{ m}^2$  では

$$H = 150 \times 8 = 1200\text{ W}$$

となる。

【例題 3.4】 上の例題で、ガラス外表面温度も  $5^\circ\text{C}$  であったとし、外気温  $\theta_a = -1^\circ\text{C}$  とすると、ガラス外表面と外気との間の熱伝達率（これを外側表面熱伝達率といい  $a_o$  で表わす）はいくらか。

【解】 上の例題で室内からガラス内表面へ向かう  $150\text{ W}/\text{m}^2$  の熱流は結局全部外気へ流れることになるので、ガラス外表面から外気へ向かう熱流を  $q$  とすると、

$$q = a_o(\theta_s - \theta_a)$$

において  $q = 150\text{ W}/\text{m}^2$  とすればよい。すなわち

$$150 = a_o\{5 - (-1)\}$$

$$\therefore a_o = 25\text{ W}/\text{m}^2\text{ K}$$

となる。

この外表面熱伝達率  $a_o$  も対流と放射とによる熱伝達を総合したものであって、外表面総合熱伝達率ということがある。放射についてはガラスのような外壁表

面に対し、周囲の建物や地面や空も含めて全部外気温と等温の固体表面があると仮想して室内の場合と同じように考える。

### 3.4 湿気の移動

水蒸気圧で表わされた湿気ポテンシャルの差  $\Delta f$  [kPa] が、たとえばある壁体内の2点間であって、その壁体  $1 \text{ m}^2$  を通して水蒸気が移動するときは、透湿抵抗  $Z$  [ $\text{m}^2 \text{ h kPa/g}$ ] を導入すれば、次式のようなオームの法則による湿気移動の式がなりたつ。

$$w = \frac{\Delta f}{Z} \quad (3.17)$$

ここに、 $w$  は水蒸気移動量または透湿量で単位は [ $\text{g/m}^2\text{h}$ ] である。湿気ポテンシャルに絶対湿度を用いるときは、透湿量  $w'$  [ $\text{kg m}^2/\text{h}$ ]、透湿抵抗  $Z'$  [ $\text{m}^2 \text{ h}(\text{g/kg})/\text{kg}$ ] によって次のような式となる。

$$w' = \frac{\Delta x}{Z'} \quad (3.18)$$

透湿抵抗の逆数は電気、熱の場合にならえば湿気コンダクタンスということになるが、一般には用いられていないようである。よく用いられるのは湿気伝導率であって熱の場合の熱伝導率に相当するものであり、透湿率ともよばれる。前述のように湿気の移動については2つの表示システムがあるので、各種記号にダッシュを付けたものは絶対湿度系を意味し、ダッシュを付けないものは水蒸気圧系を意味するという約束にしておく。両方の表示系によるその他の各種記号と単位とを熱の場合と対応させて一括して表 3.1 に示しておく<sup>†1</sup>。

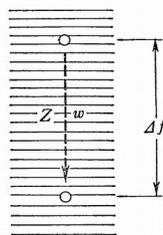


図 3.3

<sup>†1</sup> なお絶対湿度系の場合、重量の単位で混同するおそれがよくある。[kg]は乾燥空気の重量を意味することがあるが、単位に'をつけることは不自然であり、SI単位系ではもちいられていない。本書では、水蒸気重量を[g]で表すことにしているのので、[kg]は乾燥空気重量を表している。

表 3.1

湿気の項目	水蒸気圧系	絶対湿度系	熱
湿気ポテンシャル	$f$ [kPa]	$f'$ [g/kg]	温度 $\theta$ [°C]
透湿量	$L$ [g/h]	$L'$ [kg/h]	熱量 $H$ [W]
透湿量	$w$ [g/m <sup>2</sup> h]	$w'$ [kg/m <sup>2</sup> h]	熱量 $q$ [W/m <sup>2</sup> ]
透湿抵抗	$Z$ [m <sup>2</sup> h kPa /g]	$Z'$ [m <sup>2</sup> h(g/kg)/kg]	熱抵抗 $R$ [m <sup>2</sup> K/W]
透湿比抵抗	$z$ [mh kPa /g]	$z'$ [mh(g/kg)/kg]	熱伝導比抵抗 $r$ [m K/W]
湿気伝導率	$\mu$ [g/mh kPa]	$\mu'$ [kg/mh(g/kg)]	熱伝導率 $\lambda$ [W/m K]
湿気コンダクタンス	$P$ [g/m <sup>2</sup> h kPa]	$P'$ [kg/m <sup>2</sup> h(g/kg)]	熱コンダクタンス $C$ [W/m <sup>2</sup> K]
表面湿気伝達率	$B$ [g/m <sup>2</sup> h kPa]	$B'$ [kg/m <sup>2</sup> h(g/kg)]	表面熱伝達率 $a$ [W/m <sup>2</sup> K]
湿気貫流率	$P_i$ [g/m <sup>2</sup> h kPa]	$P'_i$ [kg/m <sup>2</sup> h(g/kg)]	熱貫流率 $K$ [W/m <sup>2</sup> K]
湿気貫流抵抗	$Z_i$ [m <sup>2</sup> h/kPa/g]	$Z'_i$ [m <sup>2</sup> h/(g/kg)/kg]	熱貫流抵抗 $R$ [m <sup>2</sup> K/W]

【例題 3.5】 15 cm 厚のコンクリートと 2 cm のモルタルとからなる外壁を通して移動する透湿量を下記条件によって求める。

室内絶対湿度  $x_r = 17$  g/kg

外気絶対湿度  $x_a = 5$  g/kg

コンクリートの湿気伝導率

$$\mu_1 = 0.0108 \text{ g/m h kPa}$$

モルタルの湿気伝導率

$$\mu_2 = 0.0250 \text{ g/m h kPa}$$

室内側空気と壁内表面との間の表面湿気伝達率  $\beta_i = 150$  g/m<sup>2</sup> h kPa

外気側空気と壁外表面との間の表面湿気伝達率  $\beta_o = 413$  g/m<sup>2</sup> h kPa

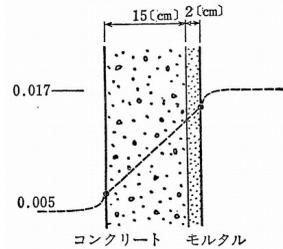


図 3.4

【解】 室内と外気の湿気ポテンシャルが絶対湿度で与えられていて、材料の物性値が水蒸気圧系の単位の数値で与えられているので、どちらかに統一しなければならない。ここでは、室内からこの壁を通して外気までの全体の湿気貫流抵抗  $Z_i$  をまず求めておいて、それを絶対湿度系の単位の直すことにする。

$$Z_i = \frac{1}{B_o} + \frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2} + \frac{1}{B_i}$$

に数値を代入して

$$Z_i = \frac{1}{150} + \frac{0.15}{0.0108} + \frac{0.02}{0.0250} + \frac{1}{413}$$

$$0.0067 + 13.8889 + 0.8 + 0.00242 = 14.698 \text{ m}^2 \text{ h kPa/g}$$

これを絶対湿度系の湿気貫流抵抗に直すには

$$Z_i' = 6.25 Z_i \quad (3.19)$$

として実用上さしつかえないことになっているので

$$Z_i' = 6.25 \times 14.698 = 91.9 \text{ m}^2 \text{ h (g/kg)/kg}$$

となる。したがって透湿量は

$$w = \frac{x_r - x_a}{Z_i'} = \frac{0.017 - 0.005}{91.9} = \frac{0.012}{91.9} = 0.0001306 \text{ kg/m}^2 \text{ h} = 0.136 \text{ g/m}^2 \text{ h}$$

となる。なお、透湿率に関する単位変換式は当然次のようになる。

$$\mu' = \frac{1}{6.25} \mu \quad (3.20)$$

### 3.5 流体の移動

図 3.5 のように管の中を水が流れる場合やダクトの中を空気が流れる場合、管やダクトの内面には摩擦による抵抗があるし、曲がりや分岐の部分にも抵抗があって水や空気の流量  $Q$  [m<sup>3</sup>/h] はその抵抗が大きいほど小さくなる。この場合のポテンシャルは両端の圧力差  $\Delta p$  であるが、これらの関係はオームの法則に完全には従わないのであって、一般に

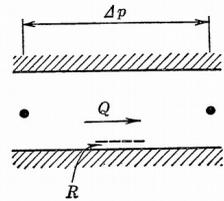


図 3.5

$$Q = \frac{\sqrt{\Delta p}}{R} \quad (3.21)$$

ということになる。これは流体が流れる場合はいろいろの複雑な要素があるため、電気や熱の移動の場合のように単純な比例の関係で流量を求めることはできない。一般に 5.2 で述べる連続の式から流量は流速  $v$  [m/s] と流れの断面積  $A$  [m<sup>2</sup>] とがわかれば

$$Q = Av \times 3600 \quad (3.22)$$

で表わされるから種々の流路について流速  $v$  とその流路の入口と出口との間の圧力差との関係がわかれば、式(3.21)の抵抗値が与えられることになる。つまり流体が流路を通る間に摩擦などによってエネルギーが失われるが、その抵抗値はそのときの流速によっても出口では入口よりどれだけ圧力が落ちるか（これ

を圧力損失という)によっても異なる。この流速  $v$  と圧力損失  $\Delta p$  との関係は一般に

$$\Delta p = \xi \frac{\gamma}{2g} v^2 \quad (3.23)$$

で表わされる。 $\xi$ は種々の場合によって異なり圧力損失係数とよばれる。したがって、これを式(3.22)に代入すれば、

$$Q = 3600 A \sqrt{\frac{2g}{\xi \gamma} \Delta p} \quad (3.24)$$

となるから、抵抗としては、

$$R = \frac{1}{3600 A} \sqrt{\frac{\xi \gamma}{2g}} \quad (3.25)$$

で表わされることになる。

### 3.6 物質移動

固体表面と流体との間の熱の移動は熱伝達である。流体表面と気体とが接して流体がその接する面で蒸発したり、気体が凝縮して流体の一部となることを物質伝達あるいは物質移動という。たとえば水と空気とが接している場合、水が蒸発して水蒸気となったり水蒸気が凝縮して水と一緒にあったりする。そのときの蒸発量あるいは凝縮量  $L$  [kg/h]は、空気の絶対湿度  $x_a$  と水温と同じ温度の飽和空気の絶対湿度  $x_w$  との差に比例するので、この関係をオームの法則によって表わすと  $\Delta x = x_w - x_a$  とおき、

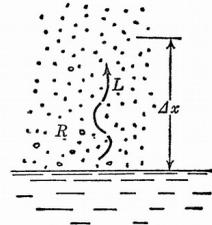


図 3.6

$$L = \Delta \frac{x}{R} \quad (3.26)$$

となる(図 3.6)。ここで  $R$  は、水が蒸発したり、水蒸気が凝縮したりするとき、水と空気との接触面にある境界層の抵抗とみなすことができる。いわば物質伝達抵抗 [h (g/kg) / kg] である。一般にはこの式は用いないで、

$$R = \frac{1}{k_x} A \quad (3.27)$$

と置き、

$$L = k_x A (x_w - x_a) \quad (3.28)$$

の形の式がよく用いられる。 $A$ はその空気と水との接触面積 [ $\text{m}^2$ ]で、 $k_x$ を物質移動係数 [ $\text{kg/m}^2\text{h}(\text{g/kg})$ ]とよんでいる。 $K_x$ は熱の場合の熱伝達率  $a$  [ $\text{W/m}^2\text{K}$ ]に相当する。単位面積あたりの水分の蒸発量または凝縮量を  $W$  [ $\text{kg/m}^2\text{h}$ ]とすれば、

$$w = k_x (x_w - x_a) \quad (3.29)$$

となる。

表3.2は本章で扱ったオームの法則を、電気、熱、湿気、水、物質などの移動量とポテンシャルの差と抵抗との間の関係として、比較対照できるようにまとめた一覧表である。

表 3.2

	一般式	エネルギー移動量	ポテンシャルの差	抵抗、エネルギー移動係数
電気	$i = \frac{\Delta V}{R}$	$i$ : 電流 [A] または [C/h]	$\Delta V$ : 電位差 [V]	$R$ : 抵抗 [ $\Omega$ ]
熱	$q = \frac{\Delta \theta}{R}$	$q$ : 熱流 [ $\text{W/m}^2$ ]	$\Delta \theta$ : 温度差 [ $^{\circ}\text{C}$ ]	$R$ : 熱抵抗 [ $\text{m}^2 \text{K/W}$ ]
湿気	$w' = \frac{\Delta x}{Z'}$	$w'$ : 透湿量 [ $\text{kg/m}^2\text{h}$ ]	$\Delta x$ : 絶対湿度差 [g/kg]	$Z'$ : 透湿抵抗 [ $\text{m}^2\text{h}(\text{g/kg})/\text{kg}$ ]
水	$Q = \frac{\sqrt{\Delta p}}{R}$	$Q$ : 流量 [ $\text{m}^3/\text{h}$ ]	$\Delta p$ : 圧力差 [kPa]	$R$ : 流路抵抗 [ $\text{kg}^{0.5}\text{h/m}^4$ ]
物質	$w = \frac{\Delta x}{R} = k_x \Delta x$	$w$ : 水分の蒸発量 または凝縮量 [ $\text{kg/m}^2\text{h}$ ]	$\Delta x$ : 絶対湿度差 [g/kg]	$k_x$ : 物質移動係数 [ $\text{kg/m}^2\text{h}(\text{g/kg})$ ]

## 第4章 熱の基本法則 (Basic Laws of Heat)

建築設備では、いろいろなところで多くの種類のエネルギーがさまざまな形で移動している。第3章ではそれらの移動する量がオームの法則に従うものであることをアナログカルに説明した。本章ではそれらのうち、熱のエネルギーが移動したり形を変えたりする際の法則について述べる。これらの法則は先人の研究成果の蓄積によるものであって、法則の名に人名が付けられている場合が多い。

### 4.1 熱力学の法則

#### 4.1.1 熱力学の第1法則

熱力学 (thermodynamics) とは熱と仕事とに関する学問をいい、熱と仕事とは本来同じもので熱を仕事に変えることもできるし、仕事を熱に変えることもできる、というのが熱力学の第1法則である。

ボイラーで石炭を燃やして熱を与え、その熱によってできた蒸気でタービンを動かすという仕事が達せられるというのは熱が仕事に変えられた例であり、蒸気機関車 SL (Steam Locomotive) も同じ例。また冷蔵庫では、コンプレッサによって冷媒の蒸気を圧縮するという仕事が冷蔵庫の中を冷やすこと、すなわち庫内の食品から熱を奪うことになっていて、これは仕事が熱に変えられた例である。

熱と仕事とは同じものであるので、SI 単位系では熱の単位も仕事の単位も同じ [J] が用いられる。ところが工学単位系では熱の単位は [kcal] であり、仕事の単位は [kg m] であって、しかも一方を他方に換算できなければならない。そこで  $Q$  [kcal] の熱が  $L$  [kg m] の仕事に相当することを式で表わすには、次のような変換の係数を用いなければならない。すなわち、

$$L = JQ \quad (4.1)$$

$$Q = AL \quad (4.2)$$

ここで、 $J$ を熱の仕事当量といい、 $A$ を仕事熱当量といい、この1つの定数は互いに逆数の関係にある。すなわち、 $J = 426.8 \text{ (kg m)/kcal}$ 、 $A = 1/J = 1/426.8 \text{ kcal/(kg m)}$ であって、式(4.1)の両辺とも単位は $[\text{kg m}]$ であり、式(4.2)では両辺とも $[\text{kcal}]$ になっている。

【例題 4.1】ある気体が静止して外力の作用を受けていないとき、その気体の保有する総エネルギーを内部エネルギー  $U$  という。今、その気体の内部エネルギーが初め  $U_1$  であって外部から  $Q$  の熱を受け、外部へ  $L$  の仕事をしたとすれば、そのときのその気体の内部エネルギー  $U_2$  はいくらになるか。

【解】熱力学の第1法則から、与えられた熱量  $Q$  はその物体の内部エネルギーを  $U_1$  から  $U_2$  に変化させ、しかも外部になした仕事に  $L$  が費やされたので、これを式で表わすと、

$$Q = U_2 - U_1 + L \quad (4.3)$$

となる。したがって

$$U_2 = U_1 + Q - L \quad (4.4)$$

となる。与えられた熱量から仕事に費やされた熱量を差し引いた残り  $Q - L$  だけ初めの内部エネルギー  $U_1$  より増加したのが  $U_2$  であるということを意味すると考えてよい。もちろん、 $Q - L < 0$  であれば  $U_2 < U_1$  となる。SI 単位系では  $Q$  も  $U$  も  $L$  も単位は  $[\text{kJ}]$  であるが、工学単位では  $Q$  と  $U$  の単位は  $[\text{kcal}]$  で、 $L$  の単位は  $[\text{kg m}]$  であるから、上の2式は仕事熱当量  $A$  を用いて、それぞれ

$Q = U_2 - U_1 + AL$ 、 $U_2 = U_1 + Q - AL$  となる。

式(4.3)は熱力学では重要な式であって、微小時間についていえば、

$$dQ = dU + AdL \quad (4.5)$$

となる。

【例題 4.2】図 4.1 のような容器に気体がはいっていて、初め(a)の状態にあったとし、おもり  $K$   $[\text{kg}]$  をのせたらふたが  $dx$  だけ沈んで(b)の状態になったとする。そのときふたの裏側から気体の押す圧力が  $p$   $[\text{kg/m}^2]$  で、ふたの面積が  $S$   $[\text{m}^2]$  であったと

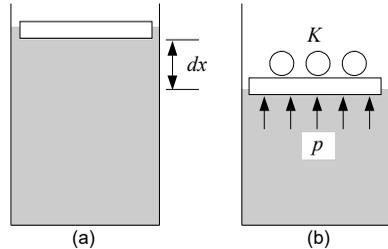


図 4.1

するとき、気体は  $dV$  だけ容積が減ったわけであるが、ふたに対して  $dL$  の仕事をしたことになる。 $dL$  と  $dV$  との関係を示せ。

【解】  $K$  [kg] の力でふたが  $dx$  [m] だけ沈んだのであるから、仕事は  $dL = K dx$  である。 $K$  [kg] のおもりと気体の圧力がつりあっているから、 $K = pS$  である。また  $dV = S dx$  であるから、この3式から

$$dL = pdV \quad (4.6)$$

となり、これが求める関係式である。

上の例題の結果得られた式(4.6)を式(4.5)に代入すると、

$$dQ = dU + pdV \quad (4.7)$$

となる。この気体の重量が  $G$  [kg] であったとし、この式を単位重量あたりに直すと、

$$dq = du + pdv \quad (4.8)$$

となる。式(4.7)と(4.8)を工学単位で表すと、つぎのようになる。

$$dQ = dU + ApdV \quad (4.9)$$

$$dq = du + Apdv \quad (4.10)$$

となる。式(4.6), (4.9), (4.10)は熱力学では重要な関係式である。

#### 4.1.2 ゲイ・リュサックの法則 (Gay-Lussac's law)

気体を圧力一定にして温度を上昇させたときの比容積の増加と、比容積を一定にして温度を上昇させたときの圧力の増加とについての関係を示したのが、ゲイ・リュサックの法則で、次式で表わされる。

$$v_0 = v_0(1 + \alpha\theta) \quad (\text{圧力一定}) \quad (4.11)$$

$$p_0 = p_0(1 + \beta\theta) \quad (\text{比容積一定}) \quad (4.12)$$

ここに、 $v_0, p_0$  は温度  $0^\circ\text{C}$  のときの比容積、圧力であり、 $v_\theta, p_\theta$  は温度  $\theta$  [ $^\circ\text{C}$ ] のときの比容積、圧力である。 $\alpha$  を気体の膨張係数といい、 $\beta$  を気体の圧力増加係数という。理想気体では  $\alpha = \beta = 1/273.16$  である。

【例題 4.3】理想気体について、圧力一定で  $v_0$  が  $0$  になるまで、比容積一定で  $p_0$  が  $0$  になるまで冷却したとすると、そのときの温度は何度か。

【解】式(4.11), (4.12)にて  $v_\theta = 0, p_\theta = 0$  とおくと

$$0 = v_0(1 + \alpha\theta)$$

$$0 = p_0(1 + \beta\theta)$$

にて、 $v_0 \neq 0, p_0 \neq 0$  であるから  $1 + \alpha\theta = 0, 1 + \beta\theta = 0$  となり、いずれにしても

$$0 = v_0(1 + \alpha\theta)$$

となる。これは絶対温度の定義でもある。0 °C は 273.16 °K となる。

#### 4.1.3 ボイル・シャルルの法則 (Boyle-Charle's law)

理想気体では、その質量  $G$  [kg]、絶対温度  $T$  [K]、圧力  $p$  [N/m<sup>2</sup>]、容積  $V$  [m<sup>3</sup>]の間には次の関係がある。これをボイル・シャルルの法則という。

$$pV = GRT \quad (4.13)$$

ここに、 $R$  はその気体によって定まる比例定数（ガス定数）で、その単位は [J/(kg K)] である。式 4.14 に示すように、気体の分子量  $M$  でガス定数を除することで、気体によらない一般ガス定数  $R_0$  を求めることができる。

$$R/M = R_0 \quad (4.14)$$

式 4.13 を単位質量あたりの式に直せば、

$$pv = RT \quad (4.15)$$

となる。ここに  $v = V/G$  であって  $v$  を比容積 [m<sup>3</sup>/kg] という。

式(4.6)の関係からもわかるように、式(4.13)の左辺は仕事を表わすので、式(4.13)、式(4.15)を完全ガスの状態式という。

#### 4.1.4 アボガドロの法則 (Avogadro's law)

0 °C, 1 atm = 101.325 kPa で、気体 1 kmol の占める体積は 22.415 m<sup>3</sup> である、という法則で、以前はアボガドロの仮説と言った。

【例題 4.4】 空気のガス定数  $R_a$  を求めよ。

【解】 空気 1 kmol は 29 kg であるから、比容積は

$$v = \frac{22.415}{29} = \frac{1}{1.293} \text{ m}^3/\text{kg}$$

なお、1.293 kg/m<sup>3</sup> は 0 °C、1 気圧の空気の比重量である。

ボイル・シャルルの法則  $pv = RT$  に数値を代入して

$$101.325 \text{ kPa} / 1.293 \text{ kg/m}^3 = R_a \times 273.16 \text{ K}$$

となる。これから

$$R_a = 0.2869 \text{ kPa m}^3/(\text{kg K}) = 286.9 \text{ J}/(\text{kg K})$$

を得る。

#### 4.1.5 熱力学の第 2 法則

第 1 法則では熱を仕事に変えることができると定義したが、第 2 法則ではその量的なことを問題にし、与えられた熱量が全部仕事に変えられるのではなく

で、熱を仕事に変えるときにはいくらかの損失があることを述べている。つまり、与えられた熱  $Q_1$  のうち仕事  $L$  に変えられた残りの熱  $Q_2$  が捨てられる。すなわち、 $Q_1 = Q_2 + L$  となる。工学単位系では、実際に有効に仕事  $L$  に変えられる熱は  $AL$  となる。すなわち、 $Q_1 = Q_2 + AL$  となる。

このとき与えられた熱  $Q_1$  に対して有効に仕事  $L$  に変えられた熱（工学単位では  $AL$ ）との比を熱効率  $\eta$  という。すなわち、

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (4.16)$$

#### 4.1.6 エンタルピーと比熱

熱力学ではおもに気体についてその状態変化を扱うが、その気体のもつ内部エネルギーとその気体が行なう仕事に相当するエネルギーとの和をその気体のエンタルピーという。式で表わすと、

$$I = U + pV \quad (4.17)$$

となり、単位質量あたりでは

$$i = u + pv \quad (4.18)$$

となる。エンタルピーの単位は内部エネルギーと同じく  $[\text{kJ/kg}]$  である。実際にはエンタルピーそのものの値はあまり問題ではなく、次の例題に示すようにある状態と他の状態におけるエンタルピーの差が問題となる。

【例題 4.5】ある気体の流れに熱が与えられてエンタルピーが増加するという場合、流量  $0.05 \text{ kg/s}$  で、流れの初めと終りのエンタルピーがそれぞれ  $5, 10 \text{ kJ/kg}$  であったとすると、他に熱が逃げなかったとすれば、この流体に与えられた熱量はいくらか。

【解】単位に注意して、流量を  $G [\text{kg/s}]$ 、初めと終りのエンタルピーをそれぞれ  $i_1, i_2 [\text{kJ/kg}]$  とすると、この流れ全体としてのエンタルピーの増加は  $G(i_2 - i_1) [\text{kJ/s}]$  となる。与えられた熱量  $H$  が全部このエンタルピーの増加に費やされたとすると、

$$H = 0.05 \times (10 - 5) = 0.25 \text{ kJ/s} = 0.25 \text{ kW}$$

が求める熱量となる。

次に式(4.8)に準じた増分の関係式で考えると、式(4.18)は次のようになる。

$$di = du + pdv + vdp \quad (4.19)$$

または、 $pv=RT$ の関係を導入すれば

$$di = du + RdT \quad (4.20)$$

となる。これを式(4.8)と組み合わせると

$$dq = di - vdp \quad (4.21)$$

が得られる。さらに、気体の定圧比熱  $C_p$  および定積比熱  $C_v$  を

$$C_p = \left( \frac{dq}{dT} \right)_{p=\text{一定}} \quad (4.22)$$

$$C_v = \left( \frac{dq}{dT} \right)_{v=\text{一定}} \quad (4.23)$$

と定義すると式(4.8), (4.20), (4.21)から次の関係式が導かれる<sup>†1</sup>。

$$du = C_v dT \quad (4.24)$$

$$di = C_p dT \quad (4.25)$$

$$C_p - C_v = R \quad (4.26)$$

$$\text{工学単位では、} \quad C_p - C_v = AR \quad \text{となる} \quad (4.27)$$

また  $\kappa = C_p/C_v$  とおき、 $\kappa$  を比熱比という。図 4.2 はこれを図示したものであって、比熱とは絶対温度に対する熱量の比例定数と考えることができる。

熱力学の基礎的な関係式として、式(4.8), (4.20), (4.21), (4.24), (4.25), (4.26) は特に重要なものである。

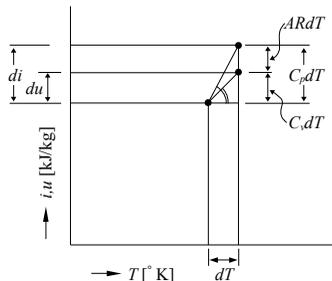


図 4.2

【例題 4.6】 温度  $0^\circ\text{C}$  以上の湿り空気<sup>†2</sup>のエンタルピー  $i$  [kJ/kg] は、乾球温度  $\theta$  [ $^\circ\text{C}$ ]、絶対湿度  $x$  [g/kg]、乾燥空気の定圧比熱  $C_{pa}$  [kJ/(kgK)]、水蒸気の定圧比熱  $C_{pw}$  [kJ/(kgK)]、水の蒸発潜熱  $r$  ( $=2500$ ) [kJ/kg] とすると、

$$i = C_{pa}\theta + (r + C_{pw}\theta)x \quad (4.28)$$

で表わされる。これを上の熱力学の関係式を用いて説明せよ。

【解】 空気調和で用いられる湿り空気のエンタルピーは  $0^\circ\text{C}$  の水を基準としていて、

<sup>†1</sup> 厳密な説明は文献(3)11 編 p.38-39, 文献(111) p.13-14 等にある

<sup>†2</sup> 2.3.7 参照

しかも  $\theta=0, x=0$  の状態のエンタルピーを  $i=0$  と定めている。したがって、式(4.28)は数学的には  $i$  は  $\theta$  と  $x$  との関数であり、これを  $i(\theta, x)$  と表わすと、空気調和で扱う範囲では比熱は温度によって変わらないとみることができるから、式(4.25)から  $0^\circ\text{C}$  の乾燥空気のエンタルピーと  $i$  との差は次のようになる。

$$i(\theta, x) - i(0, 0) = C_p(T - 273) = C_p\theta \quad (4.29)$$

ここで、湿り空気の場合、 $C_p$  は乾燥空気の比熱と乾燥空気  $1\text{ kg}$  あたり含まれる水蒸気の比熱との和であるから、

$$C_p = C_{pa} + C_{pv}x \quad (4.30)$$

となる。ところが定義により、 $0^\circ\text{C}$  の水を基準としているから  $0^\circ\text{C}$  以上の湿り空気はその内部エネルギーが  $0^\circ\text{C}$  の水の内部エネルギーよりもその湿り空気の中の水蒸気の蒸発潜熱だけ多いことになる。つまり乾燥空気  $1\text{ kg}$  あたりにすると  $rx$  だけ多いことになる。したがって

$$i = C_p\theta + rx = (C_{pa} + C_{pv}x)\theta + rx$$

となる。これは式(4.28)にほかならない。

#### 4.1.7 エントロピー (entropy)

温度、圧力、容積、エンタルピー、熱量などとともに気体の状態を表わす量としてエントロピーがある。

ある温度  $T$  の気体に熱量  $dq$  を与えたとき

$$ds = \frac{dq}{T} \quad (4.31)$$

とおき、これを 1 の状態から 2 の状態まで積分して得られる量

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dq}{T} \quad (4.32)$$

において、 $s_1, s_2$  を 1, 2 の状態のエントロピーという。したがって断熱変化では  $dq = 0$  であるからエントロピーは変化しない。すなわち、等エントロピー変化といえば断熱変化を意味する。

【例題 4.7】 エントロピーに関する完全微分式

$$ds = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad (4.33)$$

を導け。

【解】 式(4.8)  $dq = du + p dv$  に式(4.24)と  $pv = RT$  の関係とを代入すると、  
 $dq = C_v dT + RT dv/v$

となる。これを式(4.31)に代入すれば式 (4.33)になる。

## 4.2 熱伝導 (Conductive Heat Transfer, Heat Conduction) の法則

### 4.2.1 フーリエの熱伝導の法則

固体中を熱が伝導によって移動する場合、図のように座標をとって考える。熱は  $x$  の方向に移動する場合を正とする。今、温度が  $\theta_1$  である  $x = x_1$  の点 1 から温度が  $\theta_2$  である  $x = x_2$  の点 2 へ向かって熱が流れる場合を考える。この固体の熱伝導率を  $\lambda$  [W/(mK)] とすると、第 3 章のオームの法則に合わせてみると、熱流  $q$  [W/m<sup>2</sup>] は、

$$q = -\frac{\lambda}{x_2 - x_1} (\theta_1 - \theta_2) \quad (4.34)$$

となる。これは 1 と 2 との温度が変わらない場合になりつつ式で、定常状態の式といい、1 と 2 との間の温度分布は直線になるが、これは一般的ではない。

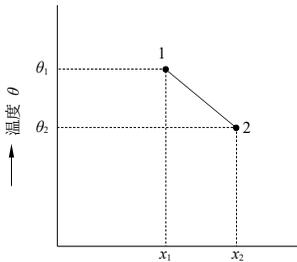


図 4.3

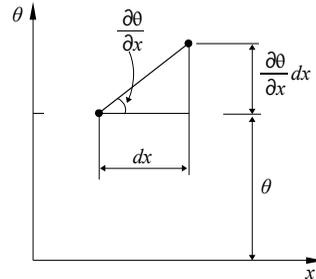


図 4.4

一般には各点の温度は時々刻々変化するとみななければならない。そのときは  $x_1$  と  $x_2$  との間を微小部分と考えればよい。距離の増分  $dx$  に対する温度の増分を  $d\theta$  とすると、 $dx = x_2 - x_1$ 、 $d\theta = \theta_2 - \theta_1$  となる。図 4.3 の場合は  $d\theta < 0$  である。これを式(4.34)に代入すると、

$$q = -\lambda \frac{d\theta}{dx} \quad (4.35)$$

となる。この式をフーリエの熱伝導の法則の式という。図 4.4 のように  $d\theta > 0$  の場合は熱が  $x$  の方向と反対向きに流れるので  $q < 0$  となる。 $d\theta/dx$  を温度こう

配(temperature gradient) といひ、上の式は、熱流は温度こう配に比例することも意味している。したがって、温度分布の曲線が右下がりになっているときには、 $d\theta/dx < 0$  であるから、右辺に負号があるために熱流  $q$  は正となる。右辺の負号はそういう意味をもっている。

断面積  $A$  [m<sup>2</sup>] を流れる熱流  $H$  [W] は、

$$H = -\lambda A \frac{d\theta}{dx} \quad (4.36)$$

で与えられる。

#### 4.2.2 熱伝導の微分方程式

4.2.1 では  $x$  方向のみの 1 次元の熱伝導を考えたが、ここではさらに一般的に 3 次元の熱伝導を考える。図 4.5 のように固体中の微小部分  $dx \, dy \, dz$  の直方体を取り出してみる。まず、 $x$  方向についてこの直方体の斜線の断面  $dy \, dz$  を通して左側からはいる熱流は

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} dy dz$$

右側へ出る熱流は

$$-\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left( \theta + \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \right) dy dz$$

となる。上の熱流から下の熱流を差し引くと、この直方体に貯えられる熱量は

$$\lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx \, dy \, dz$$

で表される。同様に  $y$  方向についての熱流の出入を考えると、差し引きこの直方体に貯えられる熱量は

$$\lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} dy \, dx \, dz$$

となり、同様に  $z$  方向については

$$\lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} dz \, dx \, dy$$

となるので、この 3 方向の熱の出入からこの直方体に貯えられる熱量は

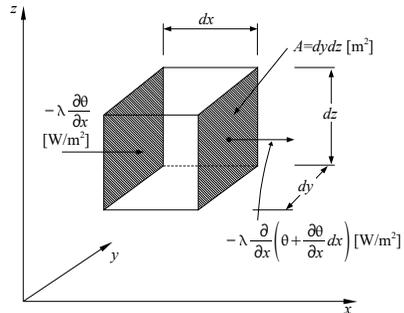


図 4.5

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dx dy dz$$

となる。一方、この直方体の体積は  $dx dy dz$  で、この固体の定圧比熱を  $C_p$  [kJ/(kgK)]、比重を  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] とすると、この直方体の温度を 1°C 上げるに必要な熱量は  $C_p \rho dx dy dz$  となる。そこで上で求めた 3 方向からの熱の出入の差によって貯えられる熱量によって、 $dt$  時間にこの直方体の温度が  $d\theta$  だけ上昇したことになるので、次のような釣り合いの式が成り立つ。

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dx dy dz = C_p \rho dx dy dz \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

ここで、 $\lambda/C_p \rho = a$  とおき、書き直すと、

$$\therefore \frac{\partial \theta}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (4.37)$$

となる。この式を非定常熱伝導の微分方程式という。そして  $a$  を熱拡散率<sup>†1</sup> といひ、単位は [m<sup>2</sup>/h] である。

【例題 4.8】式(4.37)はこの固体の内部で発熱がない場合の式であるが、この固体の単位体積あたり  $h$  [W/m<sup>3</sup>] の発熱があった場合の微分方程式を求める。

【解】方程式の両辺は同じ単位でなければならない。発熱量は  $h dx dy dz$  であるから、つりあいの式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \lambda \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dx dy dz + h dx dy dz &= C_p \rho dx dy dz \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ \therefore \frac{\partial \theta}{\partial t} &= a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) + \frac{h}{C_p \rho} \end{aligned} \quad (4.38)$$

式(4.37)は非定常 3 次元の微分方程式であるが、柱断面や壁の隅角部の熱伝導の問題などの場合は  $z$  方向に一定であるから 2 次元となり、平面壁のような場合は  $y$  方向、 $z$  方向ともに一定であるから 1 次元となる。また、時間により各点の温度が変化しない定常の場合は  $\partial \theta / \partial t = 0$  とすればよい。

これらをまとめると、

$$\text{非定常 2 次元} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (4.39)$$

†1 温度伝導率ともいう。詳しくは 9.2 参照

$$\text{非定常1次元} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (4.40)$$

$$\text{定常3次元} \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (4.41)$$

$$\text{定常2次元} \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad (4.42)$$

$$\text{定常1次元} \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 \quad \text{すなわち } \theta = \text{const} \quad (4.43)$$

式(4.41)の形を一般にラプラス (Laplace) の微分方程式とよんでいる。また式(4.43)の定常1次元の式は温度分布が直線になることを示している。

【例題 4.9】円柱座標系の場合の非定常3次元の微分方程式を導く。

【解】直角座標系では  $\theta = f(x, y, z, t)$  であるが、円柱座標系では  $\theta = f(r, \varphi, z, t)$  となるので、図 4.6 を参照して

$$x = r \cos \varphi \quad y = r \sin \varphi$$

$$z = z$$

であるから、 $z$  はそのままにして  $\partial^2 \theta / \partial x^2$  と  $\partial^2 \theta / \partial y^2$  を作って式 (4.37) に代入すれば次式が得られる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (4.44)$$

断面が円の柱やパイプなど  $z$  方向、 $\varphi$  方向に熱流がない場合は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \quad (4.45)$$

となる。

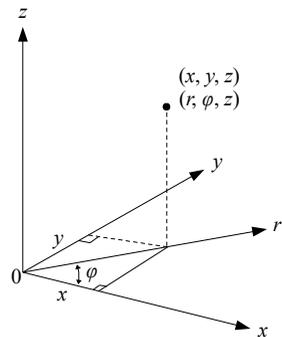


図 4.6

### 4.3 熱放射の法則

放射<sup>†1</sup> (radiation) によって熱が伝わるのはより高温の固体表面からより低温の固体表面へ、その間にある空気や他のガスの存在に関係なく直接電磁波の形で熱伝達が行なわれるので、これを放射熱伝達 (radiative heat transfer) といっている。これは固体ばかりでなく、液体やある種の気体でもその絶対温度が 0 でないかぎり放射熱を出す。図エラー: 参照先が見つかりません。のように相対する 2 つの物体があるとき、1 つの物体自身が放射する熱量より他の物体からの放射を受ける熱量の方が大きければ、結局見かけ上、他の物体からその物体へ差し引きの熱が移動した形になると考えられる。そのため、その熱移動に放射熱伝達という語が用いられる。

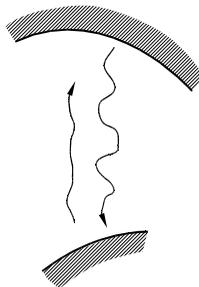


図 4.7

#### 4.3.1 ステファン・ボルツマンの法則 (stephan-Boltzman's law)

あらゆる波長の放射エネルギーを完全に吸収する面を完全黒体面というが、その黒体面からの放射熱量はその面の絶対温度  $T$  の 4 乗に比例するというのがステファン・ボルツマンの法則であって、式で示せば

$$E_b = \sigma T^4 \quad (4.46)$$

となる。 $E_b$  は放射能ともいい、単位は  $[W/m^2]$  である。 $\sigma$  をステファン・ボルツマン定数といい、 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/(m^2 K^4)$  である。式 4.46 を次のように変形させると、工学上の計算には都合がよい。 $C_b$  を黒体の放射定数と呼び、 $C_b = 5.67 W/m^2$  である。

$$E_b = C_b \left( \frac{T}{100} \right)^4 \quad (4.47)$$

<sup>†1</sup> 古い学術書では、「放射」ではなく、「輻射」と書かれていた。この「輻」という字が当用漢字から外されたために、「放射」が公用語になった。しかし、「放射」では発音も違うし、別の意味もあり、さらに感じが出ない、などの声が多く、使い馴れた「輻射」という語が捨てきれず、しかたなく「ふく射」を使ってもいいことになっていた。

## 4.3.2 キルヒホッフの法則 (Kirchhoff's law)

一般の面からの放射能と黒体の放射能との比を放射率 (emissivity) といい、 $\varepsilon$  で表わす。すなわち

$$E = \varepsilon E_b \quad (4.48)$$

であるが、ある一定温度についてはその面の放射率  $\varepsilon$  はその面の吸収率  $\alpha$  に等しい、というのがキルヒホッフの法則である。

【例題 4.10】 パネルヒーティングで  $5 \text{ m} \times 8 \text{ m}$  の床面の温度が  $30^\circ\text{C}$  のとき、この床面全体から放射される全熱量を求める。床面の放射率  $\varepsilon = 0.9$  とする。

【解】 床面の絶対温度  $T = 273 + 30 = 303 \text{ K}$ 、床面積  $A = 5 \times 8 = 40 \text{ m}^2$  であるから床面からの全放射熱量は、

$$\begin{aligned} H &= EA = \varepsilon \sigma T^4 A \\ &= 0.9 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 303^4 \times 40 = 1.72 \times 10^4 \text{ W} \end{aligned}$$

となる。

種々の物質の放射率の値は伝熱学の参考書、便覧等に詳しい<sup>†1</sup>のでここでは転載しないが、大体においてほとんどの建築材料で表面に光沢のないものは 0.9 と考えてさしつかえない。つや消しの黒色塗装面はほとんど 1 に近く多少ほこりがついていても 0.95 程度と考えるとよい。壁体内の中空層に断熱性をよくするために用いるアルミはくは新品では 0.02~0.05 であるがほこりがつくとも 0.2~0.4 くらいにふえてしまう。金属のみがいた面では 0.1 以下であるが酸化した面では酸化の程度によって 0.2~0.7 程度に大幅に異なるので厳密な算定が要求される場合は試験を必要とする。アルミニウムサッシの表面は 0.3~0.5 程度である。

以上は全部常温付近の場合で、火災時のような高温になると物質によって大きく変わってくるものがある。

## 4.3.3 プランクの法則 (Planck's law)

完全黒体面からの放射能は、その放射線の波長とその面の温度とによって変わることを次の式により表わした法則である。

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-6}}{e C_2 / \lambda T - 1} \quad (4.49)$$

<sup>†1</sup> 特に文献(11)に詳しい。文献(155), (156)には特に最新の資料が多く載せられている。

ここで、 $C_1=1.34 \times 10^{15}$  kJ m<sup>2</sup>/h、 $C_2=0.0143$  m K であるが、これらは

$$C_1 = 2\pi h c^2 \quad C_2 = \frac{ch}{k}$$

において、 $c$ は真空中の光の速度 (299850 k m/s)、 $h$ はプランクの定数、 $k$ はボルツマンの定数とよばれ、 $h = 6.624 \times 10^{-34}$  W<sup>2</sup>、 $k = 1.380 \times 10^{-23}$  W/K から求められた値である。

式(4.49)で  $E_{b\lambda}$  を波長  $\lambda$  のときの放射量の意味から単色放射量とよび、単位は[W/m<sup>2</sup>]である。黒体の温度  $T$  によって異なった曲線となるが、それを示したのが図 4.8 である。

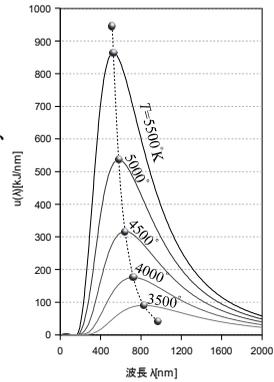


図 4.8 黒体単色放射量と波長との関係

また、 $\lambda T$  の値の大小により  $E_{b\lambda}$  を求める簡易式がある。

(1)  $\lambda T$  が小さい場合

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5} e^{-C_2/\lambda T} \quad (4.50)$$

(2)  $\lambda T$  が大きい場合

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1 T}{C_2 \lambda^4} \quad (4.51)$$

なお式(4.50) の関係をウィーン (Wien) の放射の法則といい、式(4.51)の関係を、レイリー・ジーンズ(Rayleigh-Jeans)の法則という。

#### 4.3.4 ウィーンの変位則 (Wien's displacement law)

図 4.8 に示すように黒体単色放射量  $E_{b\lambda}$  が最大となるときの放射線の波長  $\lambda_{\max}$  は黒体温度  $T$  が高くなるほど短い方へ移っていくことを次式によって示した法則である。

$$\lambda T = 0.002885 \text{ mK} \quad (4.52)$$

【例題 4.11】太陽の表面温度は約 6000 K といわれている。太陽を完全黒体と考えると、太陽エネルギーの最大波長とそのときの放射量とを求めてみる。

【解】まずウィーンの変位則から  $\lambda_{\max}$  を求める。

$$\lambda_{\max} = \frac{0.002885 \text{ mK}}{6000 \text{ K}} = 0.000000481 \text{ m} = 0.481 \mu$$

となる。これは図 4.8 でみると可視光線域の中にあるが、光の色でいうとだいたい青緑に相当する波長に相当する。

次にこれをプランクの式(4.49)に代入してみると、

$$E_{\beta\lambda} = \frac{1.34 \times 10^{-15} \times (0.481 \times 10^{-6})^{-6}}{\frac{0.0143}{0.481 \times 10^{-6} \times 6000} - 1} = 36.97 \times 10^{15} \text{ kJ/(m}^2 \text{ h)}$$

となる。

#### 4.3.5 ランベルトの余弦則

放射面の法線方向の放射熱量を  $E_n$  とするとき、一般に法線から  $\beta$  の角度の方向への放射熱量  $E_\beta$  は次式で示される、という法則である(図 4.9)。

$$E_\beta = E_n \cos \beta \quad (4.53)$$

光も放射線の一種で、照明計算にもこの式がよく使われるが、力学でも力の方向を問題にするときにはやはりこの関係になっている。

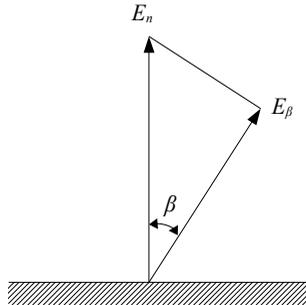


図 4.9

#### 4.3.6 放射熱伝達の式

##### (1) 一般式

2つの相対する固体表面があって、両面とも黒体面のとき1の面の絶対温度を  $T_1$ 、面積を  $A_1$ 、2の面の絶対温度を  $T_2$ 、面積を  $A_2$  として、いま  $T_1 > T_2$  であったとすると、1の面から2の面への放射熱伝達量  $H_{12}$  は次式で示される。

$$H_{12} = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4.54)$$

このとき  $F_{12}$  を面1からみた面2に対する形態係数といい、これは全く、面1と面2との大きさと相対的な位置関係によってのみ定まる0から1の間の数値に

なる。

面1、面2とも黒体に近い場合は、両面の放射率をそれぞれ  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  とすると、近似的に次の式で計算できる。

$$H_{12} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 A_1 F_{12} C_b \left\{ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right\} \quad (4.55)$$

(2) 有効放射定数

面1、面2のいずれかの放射率が比較的小さい場合は式(4.55)はあてはまらないので、形態係数と両面の放射率と黒体の放射定数  $C_b$  とをひとまとめにして、 $C_{12}$  とし、 $C_{12}$  をいろいろな場合について与えておいて

$$H_{12} = A_1 C_{12} \left\{ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right\} \quad (4.56)$$

から計算する方法がとられる。このとき  $C_{12}$  を有効放射定数とよんでいる。また、ある面の放射率と黒体の放射定数の積をその面の放射定数といい、面1と面2については次のように表わされる。

$$C_1 = \varepsilon_1 C_b \quad C_2 = \varepsilon_2 C_b \quad (4.57)$$

次に特殊な場合についての有効放射定数  $C_{12}$  の値を示す。

(a) 平行平板の場合

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_b}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} C_b \quad (4.58)$$

(b) 面1が面2で完全に囲まれている場合

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_b} \right)} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} C_b \quad (4.59)$$

(c) 面1と面2以外に反射面がある場合

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{F_{12}} + \left( \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} C_b \quad (4.60)$$

ここに  $F_{12}$  は、面1からの放射が反射面  $R$  との間で何回か反射された後に面2に

達する放射の割合  $F_{1R2}$  を  $F_{12}$  に加えたもので、

$$\overline{F_{12}} = F_{12} + F_{1R2} \quad (4.61)$$

となり、ここに、

$$F_{1R2} = F_{1R} \frac{F_{R2}}{F_{R1} + F_{R2}} \quad (4.62)$$

である。なお、 $F_{1R}$ 、 $F_{R1}$ 、 $F_{R2}$ 等は、左側の添字の面から見て右側の添字の面に対する形態係数を意味する。

反射面のない場合は式(4.60)で  $F_{12}=1$  となるから、式(4.59)になる。

### (3) 放射熱伝達率の簡易式

図 4.11 に示すような関係で、たとえば  $T_1 > T_2$  の場合、両面からの相互放射熱交換の差し引きとして面 1 から面 2 への熱伝達を温度差とある係数の積の形で考えることができれば便利である。

つまり式(4.55)の代わりに、

$$H_{12} = \alpha_r (\theta_1 - \theta_2) A_1 F_{12} \quad (4.63)$$

とおいてみると、 $\alpha_r$  は  $\theta_1$  と  $\theta_2$  との平均値の絶対温度を用いて近似的に表わすことができる。すなわち、図 4.10 のような関係から、 $\theta_1' = \theta_2' = \Delta T$  となるときは、

$$T_1 = T_m + \Delta T \quad T_2 = T_m - \Delta T$$

となるから、これらを式(4.55)に代入すると、

$$\alpha_r \approx 0.04 \varepsilon_1 \varepsilon_2 C_b \left( \frac{T_m}{100} \right)^3 \quad (4.64)$$

となる。式(4.64) は放射熱伝達の近似計算によく用いられる式で、 $\alpha_r$  を放射熱伝達率と呼ぶ。

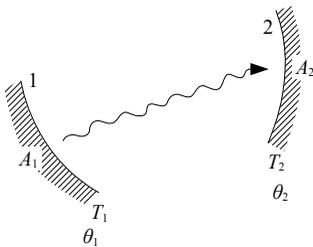


図 4.11

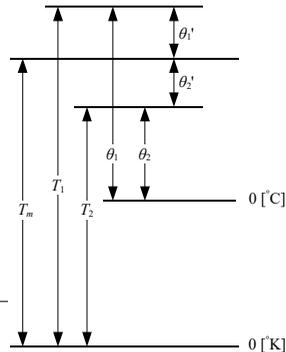


図 4.10

## 4.4 対流熱伝達の法則

### 4.4.1 ニュートンの冷却則

温度  $\theta_w$  の物体が温度  $\theta_a$  の流体の中に入れられると、その物体はだんだん冷却されていくが、そのとき物体から流体へ移動する熱量  $H$  [W] は温度差  $\theta_w - \theta_a$  とその物体の表面積  $S$  [m<sup>2</sup>] に比例するという法則である。

$$H = \alpha S (\theta_w - \theta_a) \quad (4.65)$$

このときの比例定数  $\alpha$  を熱伝達率といい、単位は [W/(m<sup>2</sup> K)] である。4.3 節に述べた放射熱伝達率と区別するために、特に対流熱伝達率と呼び、 $\alpha_c$  で表わすことが多い。

式(4.65)で流体の温度が固体表面の温度より高いときは流体から固体表面へ向かって熱が移動するが、そのときも符号を含めて考えれば式(4.65)のままでもよいことになる。このように固体表面と流体との間に温度差があつて熱が移動する現象を対流熱伝達といい、熱伝達率  $\alpha$  は固体表面の形と流体に対する相対的な位置、固体表面の粗滑度、流体の種類、流れの速度や方向などによって変わる。

### 4.4.2 境界層

ニュートンの冷却則を示す式(4.65)は、オームの法則に置き換えると、境界層の熱抵抗を考えることによって説明できる。つまり、現実には流体と表面とは接しているが、図 4.12 に示すように、表面から十分離れたところの流体温度  $\theta_a$  に対して表面近くを流れる流体の温度は、表面温度  $\theta_w$  の影響を受けて表面に近づくにしたがって表面温度に近い値となる。このように温度が  $\theta_w$  と  $\theta_a$  との間にある流体の部分を

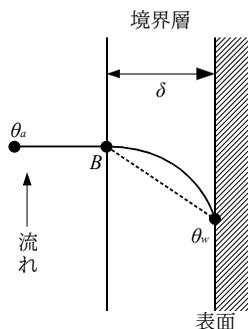


図 4.12

境界層という。そこで、この境界層を 1 つの熱抵抗材に置き換えて考えてみると、この流体の熱伝導率を  $\lambda$ 、境界層の厚さを  $\delta$  として、境界層の熱抵抗  $R$  を  $R = \delta/\lambda$  としてみると、第 3 章のオームの法則と式(4.65)との関係から  $R = 1/\alpha$  である

から、境界層の厚さは

$$\delta = \frac{\lambda}{\alpha} \quad (4.66)$$

で表わされることになる。実際には境界層として全く流動しない部分があるわけではなく、境界層内の温度分布は図 4.12 の点線のような直線にはならないで実線のような曲線になる。

境界層が厚いと熱抵抗は大きくなり、薄いほど熱伝達率は大きな値となる。また、流体と表面の形状によって、この境界層が層流になる場合と乱流になる場合とがあり、乱流になる場合の方が当然熱伝達率は大きな値となる。

#### 4.4.3 対流熱伝達率の式

対流熱伝達率  $\alpha$  に影響する具体的な要素としては次のようなものがある。

- (1) 形状に関係するもの 表面と流体との相対的位置関係、表面の粗度など、

$d$ : 代表長さ (板の長さ、板の高さ、管内径、管外径など) [m]

$l$ : 管の熱交換区間部分の長さ [m]

- (2) 流速 一般に固体表面から十分離れたところの流速の値を用いる。

$u$ : 流速 [m/s]

- (3) 温度差 この温度差と  $\alpha$  との積が熱伝達量であるが、特に自然対流の場合はその  $\alpha$  自身も温度差に関係する。

$\Delta\theta$ : 固体表面と遠方流体との温度差  $|\theta_w - \theta_\infty|$  [°C]

- (4) 物性値 流体の種々の物性値で、表面固体の物性値ではないことに注意する。

$\lambda$ : 流体の熱伝導率 [W/(m K)]

$\nu$ : 流体の動粘性係数 [m<sup>2</sup>/s]<sup>†1</sup>

$\rho$ : 流体の密度 [kg/m<sup>3</sup>]

$C_p$ : 流体の定圧比熱 [kJ/(kg K)]

$a$ : 流体の熱拡散率 [m<sup>2</sup>/s] ( $a = \lambda / C_p \rho$ )

†1 資料には [cm<sup>2</sup>/s] や [m<sup>2</sup>/h] で表わされている場合があるので、公式に代入するときには [m<sup>2</sup>/s] に直すことが必要である。他の値も同様。

$\mu$  : 流体の粘性係数 [Pa·s]

$\beta$  : 流体の体膨張係数 [1/K]

(5) その他

$g$  : 重力の加速度 = 9.8 m/s<sup>2</sup>

場合によってはこれらのうち関係のない要素もある。このような多数の要素の関数として熱伝達率を表わすのに、通常第 12 章で述べる次元解析という手法が用いられる。これは上記のいくつかの要素の積の単位が無次元になるようなものを作り、この無次元数とよばれる数値のべき乗の値の間の関係式を実験と理論とによって求めることによって、熱伝達率に関する変数の数を減らすことができるという手法である。無次元数の例としては次のようなものが多く用いられる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{ヌセルト数 (Nusselt number)} \cdots Nu = \alpha d / \lambda \\ \text{レーノルズ数 (Reynolds number)} \cdots Re = ud / \nu \\ \text{プラントル数 (Prandtl number)} \cdots Pr = \nu / a \\ \text{グラスホフ数 (Grashof number)} \cdots Gr = g \beta \Delta \theta d^3 / \nu^2 \\ \text{グレッツ数 (Graetz number)} \cdots Gz = \pi d^2 u C_p \rho / 4 \lambda \end{array} \right\} \quad (4.67)$$

上にあげたものは代表的なものでこのほかにも多くの無次元数がある。

結局はヌセルト数の中に熱伝達率  $\alpha$  が含まれているので、普通は関係式の左辺をヌセルト数としている。つまり無次元数の間の一般式として

$$Nu = k Re^a Pr^b Gr^c Gz^d \quad (4.68)$$

の形に書き表わすことができる。ここで、 $k, a, b, c, d$  は種々の場合によって異なる数値になる。

こうしていろいろな場合について求められた関係式は数多くあるが、それらのうち特に建築設備に関係が深いと思われるものを表 4.1 にまとめておく。したがって  $\alpha$  を求める順序としては、まず右辺の数値を与えられた条件について求めてヌセルト数を知り、これから  $\alpha = Nu \lambda / d$  から  $\alpha$  を計算することになる。

流体が約 20 °C 付近の空気のとときの簡略式を表 4.2 に示す。

円管内水流で水温  $\theta_0$  が 20~100 °C の場合の簡略式としては、表 4.2 の円管内の

式の係数 0.0040 を  $0.0075 + 0.000093\theta_a$  で置き換えればよいとされる。

表 4.1 と式(4.68)から  $\alpha$  を求める過程において注意しなければならないことは、まず与えられた条件について無次元数を計算することになるが、そのとき代表長さ  $d$  に用いるべき値と各物性値の単位に注意する。次に表 4.1 の中の適用範囲を考慮してそれに適合した式を用いる。また、物性値が温度によって変わる場合は表面温度と流体温度との平均温度に対する物性値を用いる。

表 4.1 熱伝達率の式に用いる定数

形状	流れの状態		代表長さ	適用範囲	式(4.68)の定数				
					$k$	$a$	$b$	$c$	$d$
平板	強制対流	層流	長さ	$Re < 5 \times 10^5$	0.664	0.5	0.333	0	0
		乱流	長さ	$Re > 5 \times 10^5$	0.037	0.8	0.333	0	0
垂直平板	自然対流	層流	高さ	$GrPr < 10^9$	0.56	0	0.25	0.25	0
		乱流	高さ	$GrPr > 10^9$	0.13	0	0.333	0.333	0
水平正方形平板	自然対流	熱流上向層流	一辺の長さ	$GrPr < 2 \times 10^7$	0.54	0	0.25	0.25	0
		熱流上向乱流	一辺の長さ	$GrPr > 2 \times 10^7$	0.14	0	0.333	0.333	0
		熱流下向	一辺の長さ	-	0.27	0	0.25	0.25	0
円管内	層流 ( $Re < 2100$ ) 乱流 ( $Re > 2300$ )	発達した流れ	内径	$l_e > 0.288 Red$	1.75	0	0	0	0.333
		速度助走区間	内径	$l_e < 0.288 Red$	0.664	0.5	0.333	0	0
		発達した流れ	内径	$l_e > 0.693 Re^{1/4}d$	0.023	0.8	0.4	0	0
		速度助走区間	内径	$l_e < 0.693 Re^{1/4}d$	0.0255	0.855	0.4	0	0
円管外	強制対流 自然対流	-	外径	$40 < Re < 4000$	0.615	0.466	0	0	0
		層流	外径	$GrPr < 10^9$	0.53	0	0.25	0.25	0
		乱流	外径	$GrPr > 10^9$	0.13	0	0.333	0.333	0

表 4.2 常温付近の空気に対する熱伝達率の簡略式

形状	流れの状態	簡略式	
平板	強制対流	$a = 3.86 (u/d)^{0.5}$ $a = 5.94 u^{0.8} d^{-0.2}$	
	層流 乱流		
垂直平板	自然対流	$a = 1.42 (\Delta\theta/d)^{1/4}$ $a = 1.31 \Delta\theta^{1/3}$	
	層流 乱流		
水平正方形平板	自然対流	熱流上向層流	$a = 2.64 (\Delta\theta/d)^{1/4}$ $a = 0.966 \Delta\theta^{1/3}$ $a = 1.31 (\Delta\theta/d)^{1/4}$
		熱流上向乱流	
		熱流下向	
円管内	発達した流れ乱流	$a = 0.00465 (G/A)^{0.8} d^{0.2} *$	
円管外	自然対流	層流	$a = 1.33 (\Delta\theta/d)^{1/4}$ $a = 1.24 \Delta\theta^{1/3}$
		乱流	

\*G: 流量 [kg/h], A: 断面積 [m<sup>2</sup>]  
(代表長さ(d)および適用範囲は表 4.1 と同じ)

表 4.1 の円管内の流れの状態で、発達した流れと速度助走区間との意味は、図 4.13 に示すように管入口から中へ進むに従って境界層が発達し、ついに管内全部が境界層になるが、それ以後を発達した流れ (fully developed flow) といい、それ以前を速度助走区間と違って区別し、異なった熱伝達率の関係式が与えられている。さらにこれは、はく離を生じないという条件も付随している。はく離とは流体力学の用語で、たとえば管内の流れの場合では、図 4.14 で(a)のように管入口がなめらかになっていると流れは一様になるが、(b)のようになっていると管入口の管壁に沿って流体の停滞する部分が生じる。こういう現象をはく離とよんでいる。はく離を生じるとこの部分では熱伝達が不活発になり、たとえば熱交換器などではそれだけ性能が落ちることになるので、(b)のような形はなるべく避けるようにする。

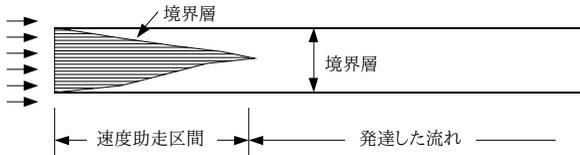


図 4.13

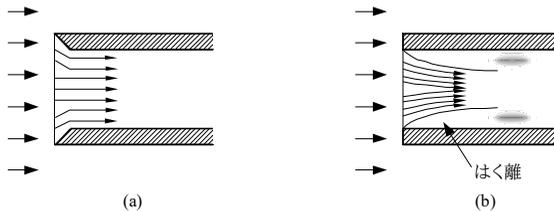


図 4.14

【例題 4.12】1 m 四方の木製浴槽が浴室に置いてある。室温 20 °C、湯温 42 °C、水深 1 m のとき、底面は完全に断熱されているとして、側面から出ていく熱量を求める。ただし、板厚 2 cm、板の外表面での表面熱伝達率  $\alpha_r = 7 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  とする(図 4.15)。

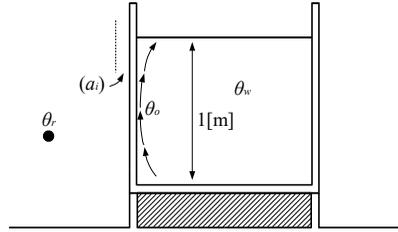


図 4.15

【解】まず湯と板内表面との間の対流熱伝達率を求める。これには自然対流の場合の垂直平板の公式を用いる。その際、板内表面温度  $\theta_0$  はわかっていないので、初めに  $\theta_0 = 38^\circ\text{C}$  と仮定して  $a_c$  を求め、それによって  $\theta_0$  を逆算してこの仮定と合っていないければ再びその逆算して得た値によって  $a_c$  を求め直し、両者が合うまで繰り返す。この場合の代表長さは水深で、 $d = 1\text{ m}$  である。また、 $g = 9.8\text{ m/s}^2$ 。次に、 $\theta_0 = 38^\circ\text{C}$  に対して  $\theta_w - \theta_0 = 42 - 38 = 4^\circ\text{C}$ 、 $\theta_0$  と  $\theta_w$  との平均温  $40^\circ\text{C}$  に対する  $\beta, \lambda, \nu$  の値を表より求めると、 $\beta = 0.00038$ 、 $\nu = 0.00658\text{ cm}^2/\text{s} = 0.00658 \times 10^{-4}\text{ m}^2/\text{s}$ 、 $\lambda = 0.627\text{ W}/(\text{m K})$  となる。これらの値からグラスホフ数を計算すると、

$$Gr = \frac{g \beta (\theta_w - \theta_0) d^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 0.00038 \times 4 \times 1^3}{(0.00658 \times 10^{-4})^2} = 2.27 \times 10^{11}$$

となる。また表よりプラントル数は  $Pr = 4.35$  であるから

$$GrPr = 2.27 \times 10^{11} \times 4.35 = 9.87 \times 10^{11}$$

となり、 $10^9 < GrPr < 10^{12}$  の範囲にあるので、式(4.68)と表 4.1 の定数から熱伝達率を求める。すなわち、

$$Nu = 0.13(GrPr)^{1/3}$$

$$\frac{a_c \times 1}{0.627} = 0.13 \times (9.87 \times 10^{11})^{1/3}$$

$$\therefore a_c = 0.0815 \times 0.996 \times 10^4 = 811\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$$

板内表面での熱伝達率は  $a_c$  のみであるから、湯と室内との間の熱貫流率は、

$$K = \frac{1}{\frac{1}{811} + \frac{0.02}{0.091} + \frac{1}{7}} = \frac{1}{0.0012 + 0.220 + 0.143} = 2.99\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$$

したがって、板の単位面積あたり湯が室内へ失う熱量  $q$  は、

$$q = K(\theta_w - \theta_r) = 2.99 \times (42 - 20) = 65.7\text{ W}/\text{m}^2$$

となる。そこで先に仮定した  $\theta_0 = 38^\circ\text{C}$  が正しいかどうか検討しなければならない。

$$q = K(\theta_w - \theta_r) = a_0(\theta_w - \theta_0)$$

であるから、 $65.7 = 811 \times (42 - \theta_0)$ 、したがって、 $42 - \theta_0 = 0.0808$ 。いい換えると  $\theta_0 = 41.9^\circ\text{C}$  となる。これは仮定の  $38^\circ\text{C}$  とかなり違うので、これを用いて再び  $Gr$  から計算し直す。すなわち、

$$Gr = 2.27 \times 10^{11} \frac{0.0808}{4} = 4.58 \times 10^3$$

となり、 $GrPr = 19.9 \times 10^9$ であるからこれによる適用範囲は前と同じで、

$$a_c = 0.002 \times 19.9^{1/3} \times 10^3 = 190 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$K = \frac{1}{0.0053 + 0.387} = 2.56 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$q = 2.56 \times (42 \times 20) = 56.3 \text{ W/m}^2$$

したがって、四方へ逃げる熱量は

$$H = 4 \times 1 \times 1 \times 56.3 = 225.2 \text{ W/h}$$

となる。

## 4.5 物質移動の法則

### 4.5.1 物質移動の諸式

雨の後、ぬれた歩道の表面がだんだんかわいていく現象をみよう。このとき表面にあった水分がその付近の空气中に蒸発して消えていくが、このような水分の蒸発現象やこの逆の場合の凝縮現象など、またほかの物質が気相、液相の変化を伴って移動することを、一般に物質移動といっている。また上の場合、表面をぬらしていた水と空気との温度が異なればその水分の持っていた熱が空气中に失われることになるので、物質移動は一般に熱の移動を伴う。もちろん表面と空気との間の対流熱伝達も同時に起こる。

空気調和設備の中では冷却塔やエアワッシャーなどがこの物質移動による熱の移動を利用した装置であるといえる。

単位時間あたりの物質移動量  $L$  [kg/s] がわかれば、それによる熱の移動量  $H$  [kW] はその物質の蒸発潜熱  $r$  [kJ/kg] と比熱  $C_p$  [kJ/(kg K)]、そのときの温度  $\theta$  [°C] から、

$$H = (r + C_p \theta) L \quad (4.69)$$

で与えられる。種々の場合について物質移動量  $L$  [g/s] あるいは単位表面積あたりの物質移動量  $w$  [g/m<sup>2</sup>s] を求めることが実際の場合必要になる。第3章では物質移動のポテンシャルとして絶対湿度  $x$  [g/kg] を取り上げたが、物質移動量は次のような種々のポテンシャルによって表わすことができる。

(1) 絶対湿度基準の式

$$w = k_x (x_w - x_a) \quad (4.70)$$

ここで、 $k_x$  : 絶対湿度基準物質移動係数 [ $\text{g}/(\text{m}^2 \text{s} (\text{g}/\text{kg}))$ ]

(2) 蒸気分圧基準の式

$$w = k_p (p_w - p_a) \quad (4.71)$$

ここで、 $k_p$  : 蒸気分圧基準物質移動係数 [ $\text{g}/(\text{m}^2 \text{s kPa})$ ]

(3) 蒸気濃度基準の式

$$w = k_c (C_w - C_a) \quad (4.72)$$

ここで、 $k_c$  : 蒸気濃度基準物質移動係数 [ $\text{g}/(\text{m}^2 \text{s} (\text{g}/\text{m}^3))$ ]

なお式(4.70)~(4.72)の中のポテンシャルの添字  $w$  は、水温に等しい温度の飽和空気を表わし、 $a$  は空気を表わす。また物質移動量  $w$  [ $\text{g}/(\text{m}^2 \text{s})$ ] は質量速度とよばれることもある。

式(4.72)は次のように説明できる。すなわち、物質移動でも熱伝達と同じように境界層を考えることができるが、まず上のぬれた表面の例で熱伝達を境界層の熱伝導に置き換えてみる。ぬれた表面の温度を  $\theta_w$ 、空気の温度を  $\theta_a$ 、境界層の湿り空気の熱伝導率を  $\lambda$ 、境界層の厚さを  $\delta$  とすると、この境界層での伝熱量は

$$q_e = \frac{\lambda}{\delta} (\theta_w - \theta_a) \quad (4.73)$$

となる。これを対流熱伝達率  $\alpha_c$  を用いた熱伝達の式と比べることにより、境界層の厚さは

$$\delta = \frac{\lambda}{\alpha_c} \quad (4.74)$$

で表わされる。ところが、ぬれた表面に接する空気は飽和状態であって、そのときの水蒸気濃度を乾燥空気  $1 \text{ m}^3$  に対する水蒸気重量で表わし、これを  $C_w$  [ $\text{g}/\text{m}^3$ ] とし、空気中の水蒸気濃度を  $C_a$  とすると、 $\delta$  の境界層についての物質移動量  $w$  [ $\text{g}/(\text{m}^2 \text{s})$ ] は

$$w = \frac{D}{\delta} (C_w - C_a) \quad (4.75)$$

で表わされる。ここで  $D$  は式(4.73)の熱伝導の式の場合の熱伝導率  $\lambda$  に相当するわけで、物質移動の場合はこれを拡散係数という。 $D$  の単位は  $[\text{m}^2/\text{s}]$  であり、実際は水蒸気の  $D$  と空気の熱拡散率  $\alpha$  とはほとんど同じ値となる。そこで式(4.72)の  $k_c$  は式(4.74)、式(4.75)から

$$k_c = \frac{D}{\delta} = \frac{D\alpha_c}{\lambda} \quad (4.76)$$

となる。式(4.76)は重要な関係である。

【例題 4.13】 式(4.71)の  $k_p$ 、と式(4.72)の  $k_c$  との関係を導け。

【解】 上に定義した空気中の水蒸気濃度というのは比容積  $v$   $[\text{m}^3/\text{kg}]$  の逆数にほかならないから、 $1/v_w = C_w \times 10^{-3}$ 、 $1/v_a = C_a \times 10^{-3}$  である。水面に接する飽和空気の水蒸気分圧を  $p_w$   $[\text{kPa}]$ 、空気中の水蒸気分圧を  $p_a$   $[\text{kPa}]$ 、水蒸気のガス定数を  $R_v$   $[\text{J}/(\text{kg K})]$  とすれば、ボイル・シャルルの法則により、 $p_w = C_w R_v T \times 10^{-3}$ 、 $p_a = C_a R_v T \times 10^{-3}$  であるから、これを式(4.72)に代入して

$$w = \frac{k_c 10^3}{R_v T} (p_w - p_a) \quad (4.77)$$

を得る。これと式(4.71)とを比べると、 $k_p$  と  $k_c$  との関係は

$$k_p = \frac{k_c 10^3}{R_v T} \quad (4.78)$$

となる。

また乾燥空気の密度を  $\rho_a$  とすると式(4.70)の  $k_x$  と式(4.72)の  $k_c$  との間には次の関係がある。

$$k_x = \rho_a k_c \quad (4.79)$$

式(4.78)、(4.79)はともに重要な関係である。

#### 4.5.2 ルイスの関係

気体の拡散係数は熱伝導の場合の熱拡散率と等しく、またその関係から特に温度の異なる水と空気との接触面で行なわれる対流熱伝達と物質移動とにおいて、対流熱伝達率と物質移動係数とは次の関係にあることを表わしたものである。すなわち

$$q = \alpha_c (\theta_w - \theta_a)$$

$$w = k_x (x_w - x_a)$$

において  $k_x$  と  $\alpha$  との関係は次の式で示される。

$$\text{強制対流の場合} \quad k_x = \frac{\alpha_c}{C_s} \quad (4.80)$$

$$\text{自然対流の場合} \quad k_x = \frac{\alpha_c}{0.93 C_s} \quad (4.81)$$

ここに、 $C_s$  は空気の湿り比熱[kJ/(kgK)]で乾燥空気と水蒸気との比熱の和で、

$$C_s = C_{pa} + C_{pw} x = 1.004 + 1.846 x \quad (4.82)$$

と表わされる。なお、 $k_x$  の単位は  $\text{g}/(\text{m}^2 \text{ s (g/kg)})$  である。

#### 4.5.3 対流熱伝達と物質移動による熱伝達

一般に空気と水との接触面では、空気の温度と水の温度との差による対流熱伝達と蒸発や凝縮などの物質移動に伴う熱の移動が同時に起こる。両者の熱移動の向きは同じこともあるし異なることもある。これらを別々に求めて代数和を作れば全体としてどちらの方向にどれだけの熱移動が起こっているかがわかる。ところがこれを1つの式で表わす手段としてエンタルピーをポテンシャルに選ぶ方法がある。

前の例でいうと、水面に接した飽和空気のエンタルピーを  $i_w$  [kJ/kg]、空気のエンタルピーを  $i_a$  [kJ/kg] として、上記の総合的な熱移動量  $q$  を次式で表わす。

$$q = k_i (i_w - i_a) \quad (4.83)$$

ここに、 $k_i$  をエンタルピー基準総括熱伝達率 [ $\text{W}/(\text{m}^2(\text{kJ/kg}))$ ] という。また  $q$  は水と空気の接触する単位面積あたりの総括熱伝達量でその単位は [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] となる。しかし、エアワッシャーや冷却塔のような水滴と周囲空気との熱伝達を問題にする場合は噴霧される水滴の水量が与えられ、水滴の表面積を計算することは困難であるため、水の単位容積あたりの接触面積を  $a$  [ $\text{m}^2/\text{m}^3$ ]<sup>†1</sup> として、水量  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] のときの総括熱伝達量  $H$  を

$$H = k_i a Q (i_w - i_a) \quad (4.84)$$

で表わし、 $k_i a$  をまとめて1つの係数と考え、これを単位水量あたりのエンタルピー基準総括熱伝達率として [ $\text{kJ}/(\text{m}^3(\text{kJ/kg}))$ ] の単位で用いることが多い。

†1 熱拡散率の  $\alpha$  と混同しないように注意。

【例題 4.14】式(4.70)の  $k_x$  と式(4.83)の  $k_i$  とは等しい値をとることをルイスの関係を用いて説明せよ。

【解】エンタルピーの定義から、空気および水蒸気の定圧比熱をそれぞれ  $C_{pa}$ ,  $C_{pw}$  とすると、式(4.83)の  $i_w$ ,  $i_a$  は

$$\begin{aligned} i_w &= C_{pa} \theta_w + x_w (r + C_{pw} \theta_w) \\ i_a &= C_{pa} \theta_a + x_a (r + C_{pw} \theta_a) \end{aligned}$$

これらを式(4.83)に代入すると、

$$q = k_i \{ C_{pa} (\theta_w - \theta_a) + r (x_w - x_a) + C_{pw} (x_w \theta_w - x_a \theta_a) \}$$

となる。 $q$  は総括熱伝達量で、これを対流熱伝達量  $q_c$  と、物質移動による熱伝達  $q_w$  から別々に求める。 $q_c$  は  $q_c = \alpha_c (\theta_w - \theta_a)$  であるが<sup>3</sup>、これにルイスの関係式(4.80)~(4.82)を用いると、

$$q_c = k_x (C_{pa} + C_{pw} x_a) (\theta_w - \theta_a)$$

となる。 $q_w$  は式(4.70)の物質移動量  $W$  に伴う熱移動量であるから、式(4.69)の単位面積あたりに直したものと考えて

$$q_w = (r + C_{pw} \theta_w) w = k_x (r + C_{pw} \theta_w) (x_w - x_a)$$

となる。したがって  $q = q_c + q_w$  から

$$k_i = k_x \tag{4.85}$$

が得られる。式(4.85)も重要な関係である。

## 第5章 流体の基本法則 (Basic Laws of Fluid)

### 5.1 粘性の法則 (Law of Viscosity)

#### 5.1.1 粘性係数 (Coefficient of Viscosity)

水や空気などの流体が管の中やダクトの中やあるいは開放された空間を流れる場合に必ずどこかで固体表面と接している部分がある。その付近では、細かく観察すると、流れの速さは一般のところより小さくなっている。これはその流体のもつ粘性によるものであって、その面に近いほど流体は流れにくくなる。面からの距離を  $y$  [m] とし、 $y$  に直角方向に流体が流れているときその流速を  $u$  [m/s] とすると、その面から流体に対して次の式で示されるような速度こう配  $du/dy$  に比例するせん断力あるいは摩擦力  $\tau$  [kg/m<sup>2</sup>] が働いていると考えることができる。

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (5.1)$$

このとき比例定数  $\mu$  をその流体の粘性係数といい、単位は [kg s/m<sup>2</sup>] である。この摩擦力は面からの距離が増すほど小さくなり、 $du/dy = 0$  であるような一般の流速が一定のところでは摩擦力は働いていない。したがって、 $y$  に対する速度の変化を図に示すと図 5.1(a) のようになる。このとき粘性の強くきいてくる範囲の層を境界層 (boundary layer)、特に速度境界層とよんでいる。これに対し、もし面の温度と流体の温度に差があつて、流体の温度が面に近づくに従つて面の温度に近づいていくような流体と面との間の熱の移動を問題にすると、この温度の変化する流体の層を温度境界層とよんでいる。図 5.1(b) は流体の温度が表面の温度より高い場合の温度分布を示している。

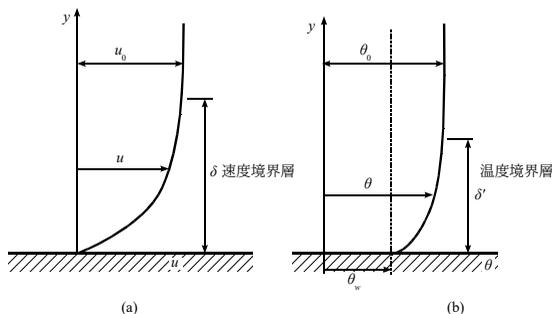


図 5.1

粘性係数は気体では温度上昇とともに増加し、液体では温度の上昇とともに減少する。

流体力学では粘性係数  $\mu$  [kg s/m<sup>2</sup>] を密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] で割った値がよく用いられ、動粘性係数とよばれる。その単位は [m<sup>2</sup>/s] で、記号  $\nu$  で表わす。この関係を式で示すと、

$$\nu [\text{m}^2/\text{s}] = 9.8 \text{m/s}^2 \frac{\mu [\text{kg/s/m}^2]}{\rho [\text{kg/m}^3]} \quad (5.2)$$

となる。この関係は実際の問題を計算で解く場合に重要で、特に単位と数字の位取りに注意する必要がある。

### 5.1.2 ストークスの法則(Stokes's law)

流体の流れの中に半径  $r$  [m] の小球があつて、流体がその球から受ける粘性抵抗  $F$  [kg] は流速  $v$  [m/s] に比例するという法則で、次式で表わされる。

$$F = 6 \pi \mu r v \quad (5.3)$$

ここに、 $\mu$  : 粘性係数 [kg s/m<sup>2</sup>]

## 5.2 流体の運動に関する法則

### 5.2.1 連続の原理(質量不変の法則)

流体の流れについて 1 つの閉じた流れの管を図 5.2 のように考え、この流れが変わらないものとする、面積  $a_1$  [m<sup>2</sup>] の面 1 から  $u_1$  [m/s] の流速で流体がこの管内にはいったとするとその流量  $Q_1$  [m<sup>3</sup>/h] は

$$Q_1 = a_1 u_1 \times 3600$$

であり、面2から出る流量  $Q_2$  は、その面積を  $A_2$  [m<sup>2</sup>]、流速を  $u_2$  [m/s] とすると、

$$Q_2 = a_2 u_2 \times 3600$$

となる。質量不変の法則によってこの流れの密度が変わらなるとすれば  $Q_1 = Q_2$  となるので、一般に

$$a_1 u_1 = a_2 u_2 = au \tag{5.4}$$

がいえる。これを連続の原理という。

もし面1と面2とで流れの密度が変わる場合は連続の式は

$$\rho_1 a_1 u_1 = \rho_2 a_2 u_2 \tag{5.5}$$

となる。

### 5.2.2 連続の方程式

次に一般に圧縮性の流体の場合、つまり流れの中でいろいろな部分を通るときに周囲から圧力を受けて流体が圧縮され密度が変わる場合について考える。図5.3において流体の密度を  $\rho$  とし、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の流速をそれぞれ  $u$ 、 $v$ 、 $w$  とする。まず流体内の微小部分に  $x$  方向から断面  $dy dz$  を通して  $dt$  時間内にはいる流体の質量は  $\rho u dy dz dt$  となり、この微小部分から出る質量は

$$\left(\rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx\right) dy dz dt$$

であるから差し引き

$$-\frac{\partial \rho u}{\partial x} dx dy dz dt$$

の質量がこの微小部分の中に残ることになる。同様にして、 $y$  方向、 $z$  方向からの出入の質量の差から、それぞれ

$$-\frac{\partial \rho v}{\partial y} dy dx dz dt$$

$$-\frac{\partial \rho w}{\partial z} dz dx dy dt$$

の質量が残ることになる。そのためこの微小部分の最初の質量  $\rho dz dy dx$  が  $dt$  時

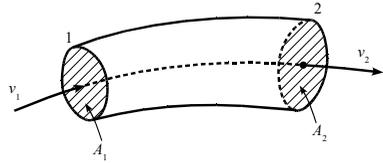


図5.2

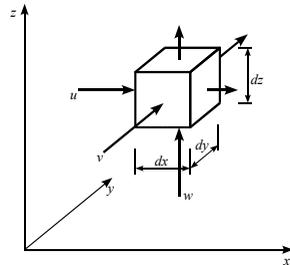


図5.3

間後には  $(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt) dx dy dz$  に増加したことになるので、この差し引き増加した質量は  $\frac{\partial \rho}{\partial t} dt dx dy dz$  となる。これが上記の  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向からの出入する流体の質量の差、すなわちこの間に貯えられた質量に等しいことから

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} dt dx dy dz &= -\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z}\right) dx dy dz dt \\ \therefore \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

となる。

これを圧縮性流体の連続の方程式という。

密度  $\rho$  が変化しない非圧縮性流体の場合は上式で  $\partial \rho / \partial t = 0$  とおけばよいから、連続の方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.7)$$

となる。

### 5.2.3 運動の方程式(運動量保存の法則)

直角座標系の場合の流体の流れの運動方程式は、図 5.4 のように流体の微小部分をとって、まず  $x$  方向の速度に関して流体の運動量の増加と  $x$  方向に加わる外力とが釣りあうという条件から導くことができる。

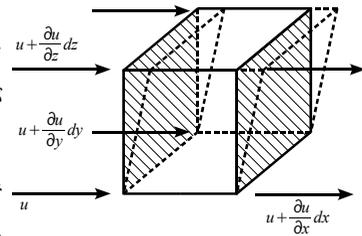


図 5.4

すなわち、(運動量) = (質量) × (速度) で表わされるから流体の微小部分に  $dydz$  の

断面を通して単位時間に入る流体の運動量は  $\rho u' dy dz$ 、反対側から出る流体の運動量は  $\rho u(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx) dy dz$  であるから差し引き  $x$  方向の運動量の増加は

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} dx dy dz \quad \text{となる。}$$

次に  $x$  方向の速度  $u$  が  $y$  方向に変化している場合を考えているので、 $y$  方向の速

度  $v$  に対して  $u$  の  $y$  方向の変化分に応ずる運動量の増加は

$$\rho v \left( u + \frac{\partial u}{\partial y} dy \right) dx dz - \rho v u dx dz = \rho v \frac{\partial u}{\partial y} dy dx dz$$

となり、同様に  $u$  の  $z$  方向の変化分に応ずる運動量の増加は

$$\rho w \left( u + \frac{\partial u}{\partial z} dz \right) dx dy - \rho w u dx dy = \rho w \frac{\partial u}{\partial z} dz dx dy$$

となる。したがって、 $u$  の  $x$ 、 $y$ 、 $z$  の全方向の変化分に応ずる運動量の増加は

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dx dy dz$$

となる。また、 $dt$  時間内の  $u$  の変化に応ずる運動量の増加は

$$\rho \left( u + \frac{\partial u}{\partial t} dt \right) dx dy dz - \rho u dx dy dz = \rho \frac{\partial u}{\partial t} dt dx dy dz$$

であるから、単位時間あたりでは  $\rho \frac{\partial u}{\partial t} dx dy dz$  となる。

次に図 5.5 においてこの流体の微小部分の面 1 にかか

る圧力  $p$  と面 2 にかかる圧力  $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$  との差

$$p dy dz - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz = - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

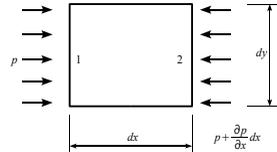


図 5.5

の圧力がこの微小部分流体の  $x$  方向に働いている。また、速度  $u$  に  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の粘性によるせん断力がこの流体に対して働いているから、まず  $u$  の  $x$  方向の変化に応ずるせん断力の差は

$$\mu \frac{\partial}{\partial x} \left( u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) dy dz - \mu \frac{\partial u}{\partial x} dy dz = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx dy dz$$

であり、 $y$  方向および  $z$  方向の  $u$  の増加分に対してはそれぞれ

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dy dx dz \qquad \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dx dy dz$$

となるから、合計のせん断力

$$\mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dx dy dz$$

がこの流体の微小部分にかかることになる。

一般にその他の外力の  $x$  方向の成分を単位質量に対し  $X$  とすると、この流体

の微小部分に外からかかる力は

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dx dy dz + \rho X dx dy dz$$

となる。これが、上に求めておいた運動量の増加に等しいわけであるから、単位体積に対しては、

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dx dy dz + \rho X$$

両辺を  $\rho$  で除すと、 $\mu/\rho = \nu$  であるから、

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + X \quad (5.8)$$

となる。これが  $x$  方向についての流体の運動の方程式である。同時に  $y$  方向、 $z$  方向についても次のような運動の方程式がなりたつ。

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + Y \quad (5.9)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + Z \quad (5.10)$$

これらの方程式は、一名ナヴィエ・ストークス(Navier-Stokes)の式とも呼ばれる。

#### 5.2.4 エネルギーの式

流体の流動に伴って熱が移動することを表わす一般式としてエネルギーの式がある。これは非定常熱伝導の微分方程式から導くことができる。すなわち流体の微小部分を示す図 5.3 でまず  $x$  方向について考えてみると、これは非定常熱伝導で扱った図 4.5 と対照して考えることができる。非定常熱伝導の微分方程式(4.33)を導く過程で、この直方体に熱伝導によって貯えられる熱量は

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dx dy dz$$

であって、これは流体内の熱伝導についても同じである。ところが固体内の熱伝導と異なるのは、流速  $u$ 、 $v$ 、 $w$  の流体の移動に伴って熱が運ばれるという点であって、それによってこの微小流体の温度が  $d\theta$  上昇することになる。した

がって、その運ばれる熱量は

$$C_p \rho (u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z}) dx dy dz$$

となる。この両者がつりあうわけであるから、この流体の熱拡散率を  $a$  [m<sup>2</sup>/h]として、 $a = \lambda / C_p \rho$  で置き換えると、単位体積の流体について次のエネルギーの式が得られる。

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = a (\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}) \quad (5.11)$$

### 5.3 流体の圧力に関する法則

#### 5.3.1 ベルヌーイの定理 (Bernoulli's theorem)

流体の運動におけるエネルギー保存の法則を示すもので、建築設備で取り扱う流体の流れに関する式としては最もよく用いられる重要な定理である。図 5.6

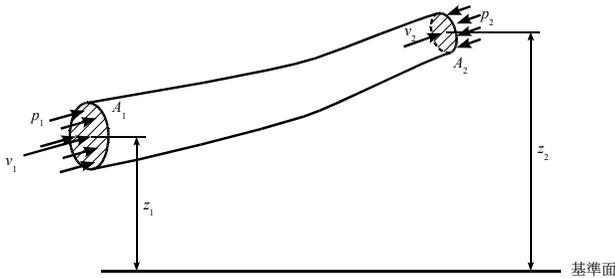


図 5.6

に示すような流体の流れの一部を取り出し、この流れが時間的に変わらない理想流体の流れであるとする。面 1 でのこの流体のもつ全エネルギーと面 2 での全エネルギーとは常に等しい、というのがベルヌーイの定理で、次の式で表わされる。すなわち、

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho g z_2 \quad (5.12)$$

であり、ここに、 $p_1$ 、 $p_2$  は面 1、面 2 での圧力 [Pa]、 $v_1$ 、 $v_2$  は流速 [m/s]、 $z_1$ 、 $z_2$  は基準面からの高さ [m]、 $\rho$  は流体の密度 [kg/m<sup>3</sup>]、 $g$  は重力の加速度 [m/s<sup>2</sup>] を表わす。工学単位の式では、次式となる。すなわち、

$$p_1 + \frac{\gamma}{2g} v_1^2 + \gamma z_1 = p_2 + \frac{\gamma}{2g} v_2^2 + \gamma z_2 \quad (5.13)$$

であって、この式(5.13)では両辺の各項とも圧力  $P$  [kg/m<sup>2</sup>] の単位になっている。これを  $\gamma$  で除してみると、その式は水頭つまり長さ [m] の単位になることがわかる。

ダクトの中の空気の流れのような場合は、 $z_1$  と  $z_2$  との差は無視できるので、

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 \quad (5.14)$$

となり、一般に

$$p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{一定} \quad (5.15)$$

と表わせる。このとき、 $p$  を特に静圧といい、 $(\rho/2)v^2$  を動圧という。静圧と動圧との和を全圧という。したがって、ダクト内のどの点をとっても変わらない空気が流れているときには、全圧は一定であるということの意味している。ただし、実際の場合はダクト内を空気が通るときに摩擦によってエネルギーの損失があるので、式(5.15)はそのままでは成り立たない。

### 5.3.2 トリチェリ (Torricelli) の定理

【例題 5.1】 図 5.7 のように大きな水槽があってその下部側方の孔から水が流出するとき、その流出速度をもとめよ。

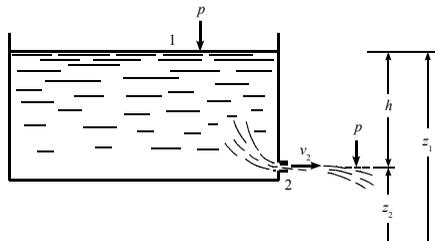


図 5.7

【解】 水槽表面と流出口との水位の差  $h$  [m] によって下部から水が流出するのだから、ベルヌーイの定理の式において、水槽表面を面 1、流出口断面を面 2 とすると、面 1、2 での静圧はともに大気圧に等しいと考えられるので、 $p_1 = p_2 = p$  である。水槽表面の水位は変わらないとすると、面 1 での速度は  $v_1 = 0$  である。また  $z_1 = h + z_2$  であるから、これらを式(5.11)に代入すると、

$$p+0+\rho g(h+z_2)=p+\frac{\rho}{2}v_2^2+\rho g z_2$$

$$\therefore v_2=\sqrt{2gh}$$
(5.16)

となる。

式(5.16)は、流出速度は水位差の平方根に比例する、ということを表わす。これをトリチェリの定理という。

## 5.4 管内摩擦の法則

流体が管内を流れるとき、管の内表面が流体に摩擦力を及ぼし、このため流体にとっては流れる間にエネルギーを失うことになる。この失われるエネルギーは一般に摩擦損失とよばれるが、実際にはこれを圧力の減少  $\Delta p$  の形で表わして用いることが多く、そのときにこの  $\Delta p$  を圧力損失という。また圧力をその流体の密度で割って水頭の減少  $\Delta h$  として表わすときに、これを水頭損失という。

### 5.4.1 ダルシー・ワイスバッハ (Darcy-Weisbach) の式

この圧力損失  $\Delta p$  [Pa] (または[mmAq])または水頭損失  $\Delta h$  [m]と管の内径  $d$  [m]、管の長さ  $l$  [m]と流速  $v$  [m/s]との関係を表わした式である。

$$\Delta p = \frac{\rho \lambda l}{2d} v^2$$
(5.17)

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$
(5.18)

ここで、 $\lambda$ は管摩擦係数とよばれている比例定数で、無次元となる。

### 5.4.2 ハーゲン・ポアズイユ(Hagen-Poiseuille)の法則

なめらかな円管内を層流で流体が流れる場合、流量  $Q$  [m<sup>3</sup>/s]、管径  $d$  [m]、管長  $l$  [m]、と流体の粘性係数  $\mu$  [kg s/m<sup>2</sup>]と圧力損失  $\Delta p$  [Pa]または損失水頭  $\Delta h$  [m]との関係を示す式で表わされた法則である。

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{128 \mu l}{\pi \rho d^4} Q = \frac{32 \mu l}{\rho d^2} v$$
(5.19)

【例題 5.2】 式(5.16)と式(5.17)とから層流の場合の管摩擦係数とレーノルズ数との関係を導け。

【解】 両式より

$$\lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{32\mu l}{\rho d^2} v$$

$$\therefore \lambda = \frac{32\mu 2g}{\rho d v} = \frac{64v}{d v} = \frac{64}{Re} \quad (v = \frac{\mu}{\rho} g, Re = d \frac{v}{\nu}) \quad (5.20)$$

この式は  $Re < 2320$  においてなりたつ重要な式である。

$Re = 2320$  を限界レイノルズ数といい、管内の流れが層流か否かの判定に常に用いられる。

#### 5.4.3 カルマン・ニクラゼ (Karman-Nikuradse) の式

$Re > 3000$  の場合は乱流となり、管内面が滑らかであるか粗いかによって管摩擦抵抗係数の値は異なってくる。つまり銅管、ビニール管のようなつるつるした表面に対しては摩擦は少なく、コンクリート管や鋳鉄管のようなざらざらした表面に対しては摩擦は大きくなる。しかし、流れの摩擦は管径との相対的な関係に左右されるので、管内の流れ全体として考えてみる際には管の材質のみが問題ではなく、表面の凹部と凸部との差  $\varepsilon$  の管径  $d$  に対する比で表わされる粗度が重要になり、これが管摩擦抵抗係数を決める要因となる。特に  $Re > 900 d/\varepsilon$  に対しては、 $\lambda$  は  $Re$  に関係せず粗度  $\varepsilon/d$  のみに関係する、ということが実験によって示されている。すなわち、

$$\lambda = \frac{1}{(1.74 - 2 \log_{10} \frac{2\varepsilon}{d})^2} \quad (5.21)$$

であり、この式はカルマン・ニクラゼの式として知られている。 $\lambda$  が  $\varepsilon/d$  のみに関係するという事は、管内の流れが乱流でもその乱れが一様で、いわゆる発達した乱流となっているため流れ全体を1つの整った流れに置き換えて考えることを意味する。また  $Re$  数が小さくてもあらい管ほど摩擦が大きいために乱流は発達した状態になりやすい。 $\varepsilon$  の値の例を表5.1に示す。

コンクリート管	2
鋳鉄管	0.3
亜鉛びき管	0.15
アスファルト塗装鉄管	0.12
銅管	0.05
引抜管	0

#### 5.4.4 コールブルックの式 (Colebrook's Equation)

層流とも乱流とも区別しにくい流れ、あるいは両者が混り合っている流れもそれなりに一様性を帯びたものとして扱えば実験式を見いだすことが可能なはず。しかし実際には現象が複雑で、この範囲は遷移領域と呼ばれている。特に限界レイノルズ数から  $Re < 5 \times 10^4$  の範囲の流れについては明確な結果が得られていない。管摩擦係数  $\lambda$  は層流域では  $Re$  に関係し、乱流域では  $\varepsilon/d$  に関係するので、この遷移領域では両者に関係すると考えるのが自然だろう。そこで、コールブルックは次の式を提案した。

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon/d}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right] \quad (5.22)$$

#### 5.4.5 ムーディ (Moody) 線図

ムーディは先人の実験による研究結果を組み合わせ、層流域乱流域を通じて  $Re$  と摩擦抵抗係数との関係を明瞭に示す便利な図表を作成した<sup>†1</sup>。これはムーディ線図とよばれ、実際面で広く活用されている。これを図 5.8 に示す。明らかに式(5.18)、式(5.19)がこの図に含まれている。

### 5.5 圧力差と流量との関係

#### 5.5.1 一般関係式

圧力差  $\Delta p$  [Pa] (または [mmAq]) と流量  $Q$  [m<sup>3</sup>/h] との関係は 3.5 で述べたところにより、流路断面積を  $A$  [m<sup>2</sup>] として、

$$Q = 3600 A \sqrt{\frac{2}{\xi \rho} \Delta p} \quad (5.23)$$

で表わされる。 $\xi$  は圧力損失係数で、無次元である。

これは、図 5.9(a) に示すような管内の水の流れ、ダクト内の空気の流れの抵抗の性質を示すばかりでなく、同図(b) に示すような換気系における開口部、モニタなどの抵抗特性を示すのにも用いられる。したがって、この式は圧力差と流量との関係を示す一般式として重要な式である。

<sup>†1</sup> Moody, L.F.; Friction Factors for Pipe Flow, Transactions of the ASME, Nov., 1944.

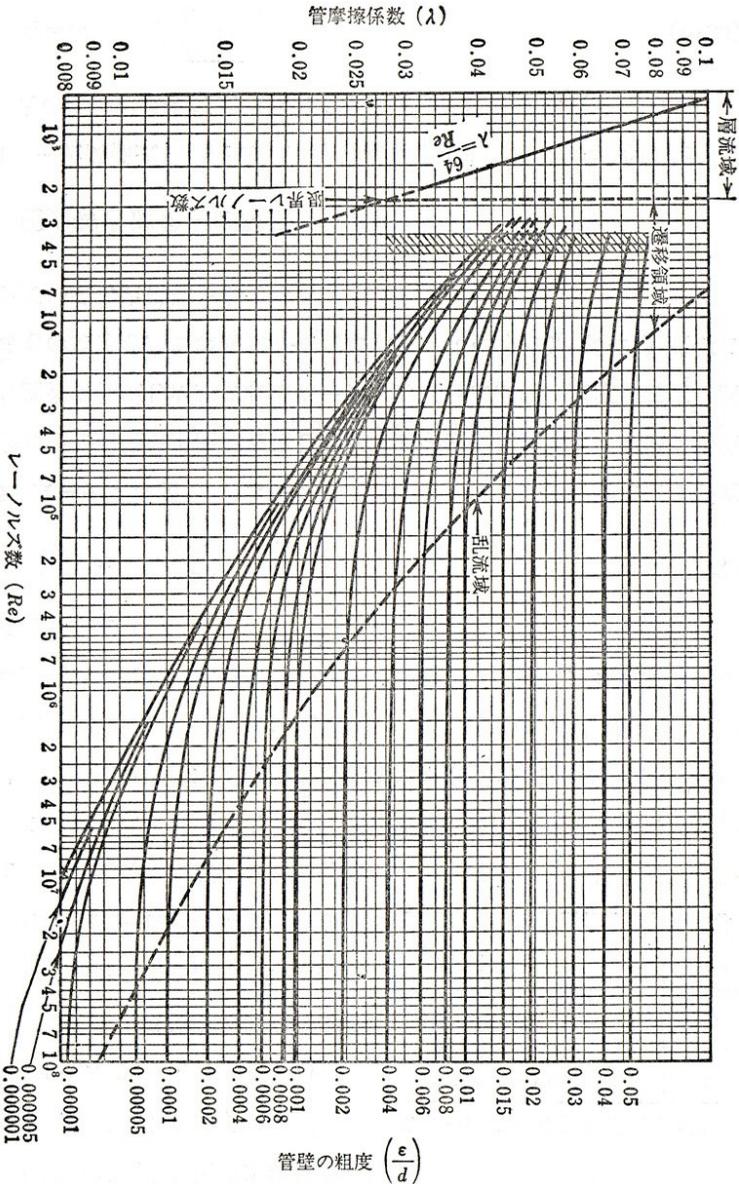


図 5.8 ムーディ線図

また特に空気の流れる場合には流量係数  $\alpha$  (無次元) が用いられることもあり、ダクトの分岐部、曲管部などの局部抵抗、開口部、モニタなどの圧力損失特性を示す表などに  $\zeta$  とともに用いられる。 $\alpha$  と  $\zeta$  の関係は

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \quad (5.24)$$

であって、これを用いると式(5.23)は次のようになる。

$$Q = 3600 \alpha A \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p} \quad (5.25)$$

なお  $\zeta > 1$ 、 $0 < \alpha < 1$  である。

### 5.5.2 すきま風と圧力差との関係

窓サッシの間を漏れるすきま風量については流速と断面積を与えることは困難である。そこでこの場合は流量と圧力差との関係式として次式が用いられている。

$$Q = a l \Delta p^{1/n} \quad (5.26)$$

ここに、 $Q$  : すきま風量 [m<sup>3</sup>/h]、 $\Delta p$  : サッシ内外の圧力差 [mmAq]

$a$ 、 $n$  : サッシの形状、気密度によって決まる定数、

$l$  : すきま長 [m]

$n$  は 1 と 2 との間の数になる。 $n = 1$  ならばオームの法則と同一になり、 $n = 2$  ならば前項の一般関係式となる。すきまの形、機構は複雑なので  $n$  の値は  $\alpha$  の値とともに試験によって求める以外にない。

式(5.23)の実際の応用例は第 25 章で扱う。

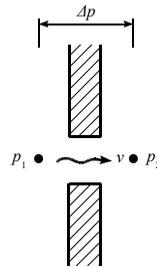
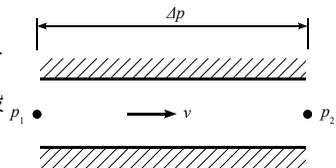


図 5.9

## 第6章 環境指標 (Environmental Index)

### 6.1 ウェバー・フェヒナーの法則 (Weber-Fechner's Law)

ウェバー・フェヒナーの法則は、人間がある刺激を受けたときに反応する感覚の度合とその刺激の大きさとの関係を量的に示した有名な心理学上の法則であって、非常に広い範囲の現象にあてはまる法則だとされている。建築設備、建築環境学分野では、音、光、色などの環境指標がこの法則を基にして定められ、実際にも便利な尺度として用いられている。

人間の感覚には環境に最も関係の深い視覚、聴覚のほかに痛覚、味覚、触覚など感覚の覚の字の付くものはたくさんあるが、それらの感覚の量はいずれもそれぞれの原因となる刺激の量に関係している。もちろん、刺激量が増すと、感覚量も増すことになるが、その関係は単なる比例関係にあるのではない。一般にウェバー・フェヒナーの法則によると、「刺激の増加量  $\Delta x$  に対する感覚の増加量  $\Delta y$  の比は刺激の絶対量  $x$  に反比例する」、つまり刺激が増せば増すほど感覚の量は増すが、感覚の増加の度合は弱まっていく、という。これを数式で示せばその比例定数を  $k$  として、

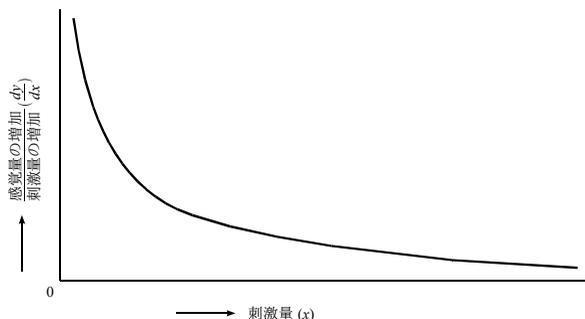


図 6.1

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{k}{x} \quad (6.1)$$

となる。図で示せば図 6.1 のような関係になる。この比例定数  $k$  は刺激の種類と反応体の機構や性質によって決まる。

次に式(6.1)を書き換えて

$$dy = k \frac{dx}{x}$$

とし、両辺を積分すると、

$$y = k(\log_e x + C)$$

となるが、便宜上

$$C = -\log_e x_0 \quad k = k_0 \log_{10} e$$

とおくと、次の一般式が得られる。すなわち、

$$y = k_0 \log_{10} \frac{x}{x_0} \quad (6.2)$$

としておけば、適当な刺激の基準値  $x_0$  を定めておくことにより、この式からある刺激値  $x$  に対する感覚値  $y$  を求めることができる。この関係を示したのが図 6.2 である。式(6.1)がウェバーの式、式(6.2)がフェヒナーの式といわれるが、本質的に同一の関係を示したものであるので、この関係を一般にウェバー・フェヒナーの法則とよんでいる。

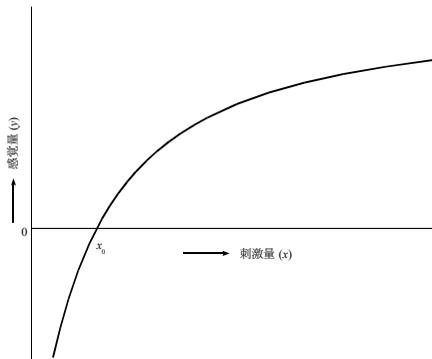


図 6.2

【例題 6.1】 "慣れ"という現象があるが、これをウェバー・フェヒナーの法則によって説明せよ。

【解】 "慣れ"を式(6.1)あるいは図 6.1 によって説明すると、これは  $x$  が非常に大きくなり、そのため  $\Delta y/\Delta x$  がほとんど 1 に近くなった場合に相当する。したがって、"慣れ"とは刺激に対して感覚がなくなってしまうことではなく、感覚の増加がなくなることなのである。

## 6.2 音の感覚指標

### 6.2.1 デシベル(decibel)記号[dB]

室内音響や騒音を問題にする場合によく用いられるデシベル[dB]という音の単位はウェバー・フェヒナーの法則に基づいて定められている。

すなわち、ある音の強さ  $I$  [watt/m<sup>2</sup>]の感覚的指標となっている「音の強さのレベル」(sound intensity level) $L$  は、式(6.2)と全く同じ形式

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (6.3)$$

によって表わされている。 $L$ の単位がデシベル[dB]であって、 $L$ が音の感覚指標である。

ここで、 $I_0$ は音の強さの基準値で式(6.2)の  $x_0$ に相当するが、実際には国際的に定められた最小可聴音という人間の耳に感じる最も弱い音の強さとして  $I_0 = 10^{-12}$  W/m<sup>2</sup>という値が用いられている。式(6.3)の  $I$ に実際のいろいろな音の強さの値を代入して、 $L$ を求めてみると通常人間の耳で感じる音の強さの範囲は 0~120 dB となることがわかる。

また音のエネルギーの尺度が音圧  $p$  [μbar]で表わされている場合は、 $I_0$ に相当する基準の音圧  $p_0 = 2 \times 10^{-4}$  μbar を用いる。このときは、

$$L = 20 \log \frac{p}{p_0} \quad (6.4)$$

によって表わされる  $L$ を音圧レベル(sound pressure level)という。ある同一の音に対しては式(6.3)によっても式(6.4)によってもデシベル[dB]で表わされる同一の  $L$ の値が得られる。

音の強さや音圧は空間内の任意の場所においてその単位面積あたりに働く音のエネルギーの大きさに関するが、音源から出る音の全エネルギー、つまり音源の音響出力についてもウェバー・フェヒナーの法則による式が適用される。この場合は基準音響出力  $W=10^{-12}$  W に対してある音源の音響出力  $W$  のパワーレベル(power level)PWL は、やはりデシベルの単位で表わされる量として

$$PWL=10\log\frac{W}{W_0} \quad (6.5)$$

という式で与えられる。

【例題 6.2】 約 10m 離れた場所で聞く普通の歌声の音の強さのレベルは約 60 dB であるが、これと同じ音量の 2 人の歌手による二重唱の場合は同じ場所で聞くとするとならぬデシベルの音として聞こえるか。

【解】 答は 120 dB とはならない。120 dB はジェット機の騒音の音の強さのレベルである。まず 60 dB の音の強さ  $I$  を求める。式(6.3)で  $L=60$  とすると、

$$60=10\log\frac{I}{10^{-12}}$$

となり、 $I=10^{-6}$  W/m<sup>2</sup> となる。2 重唱を同じ場所で聞くと音の強さが 2 倍になるので、 $2I=2\times 10^{-6}$  W/m<sup>2</sup> に対する音の強さのレベルを求めればよいことになる。すなわち、

$$L=10\log\frac{2\times 10^{-6}}{10^{-12}}=63$$

なお正確には  $L=63.111$  となるが、条件の 60 dB 自体概略値であり、ウェバー・フェヒナーの法則そのものが人間の感覚に関する法則であって、厳密な意味の対数関係にあるというのではない。一般に dB の数値としては小数以下の数字はあまり意味がなく、通常小数以下は省略される。

この例のように一般に音の強さが何デシベルのときでもそれが 2 倍になった場合では 3 dB 増加すると覚えておくとよい。

### 6.2.2 透過損失(transmission loss)

壁の一方の面に入射する音のエネルギーのうち、ある部分は壁体内にはいり、壁体内の材を振動させるうちにエネルギーは弱くなるが、結局そのうちのいくらかのエネルギーはもう一方の面まで到達して壁体の外へ出てくる。このとき、入射エネルギーに対する透過エネルギーの比を音響エネルギー透過率という。この値は、もちろんその壁体の材質によっても音の高低を示す周波数によって

も異なるが、建築物の材料や部位についてはだいたい 1/10 から 1/1000000 ぐらいまでの非常に小さな値になる。そこで、これをより感覚的に理解しやすい表示に変えた透過損失という量が、一般に壁体の遮音性能を表わす指標として用いられている。この音響エネルギー透過率  $\tau$  と透過損失  $TL$  との関係もウェバー・フェヒナーの法則に従って

$$TL = 10 \log \frac{1}{\tau} \quad (6.6)$$

という式によって与えられる。 $TL$  の単位はやはり [dB] である。 $TL$  の値が大きいほどその壁体の遮音性能が高いということになり、だいたい 10~60 の値をとる。

【例題 6.3】 透過損失 50 dB のコンクリート壁 20 m<sup>2</sup> と、透過損失 30 dB のガラス 10 m<sup>2</sup> からなる外壁の平均の透過損失はいくらか。

【解】  $\frac{50 \times 20 + 30 \times 10}{20 + 10} = \frac{1000 + 300}{30} = 43 \text{ dB}$  は誤り。

次のようにして求めなければならない。コンクリート壁、ガラスの音響エネルギー透過率を  $\tau_c, \tau_g$ 、面積を  $S_c, S_g$  とすると、

$$50 = 10 \log \frac{1}{\tau_c} \quad \text{より} \quad \tau_c = 10^{-5}$$

$$30 = 10 \log \frac{1}{\tau_g} \quad \text{より} \quad \tau_g = 10^{-3}$$

となるから、平均透過率は

$$\frac{\tau_c S_c + \tau_g S_g}{S_c + S_g} = \frac{10^{-5} \times 20 + 10^{-3} \times 10}{20 + 10} = \frac{102 \times 10^{-4}}{30} = 3.4 \times 10^{-4}$$

したがって平均透過損失は

$$TL = 10 \log \frac{1}{3.4 \times 10^{-4}} = 10(4 - \log 3.4) = 35$$

となる。

このように一般に平均透過損失は、面積が少なくとも透過損失の小さい材の透過損失に近い値となる。

## 6.3 光の感覚指標

### 6.3.1 明るさの指標

室内の光環境を作り出すものは照明である。照明には自然照明と人工照明とがあり、前者は採光と称して建築計画の中で取り上げられ、後者は照明設備と

して電気設備の一部として取り上げられる。照明器具から発せられる光のエネルギーによって室内が明るくなるが、その元は電気のエネルギーである。同じ照明方式で照度を2倍にするにはほぼ2倍の電力が必要であるが、このとき人間の目の感覚としては明るさが2倍になったとは感じられない。これはウェバー・フェヒナーの法則にこの関係が支配されているからである。したがって、照明設備で電力消費量を問題にする場合には特にこの関係に留意する必要がある。

### (1) 照度と電力と照明発熱

室の明るさ、特に仕事をする上で机上面の明るさを表わす量としては照度が一般に用いられている。上記のように照明の電力消費量  $W$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] は照度  $E$  にだいたい比例するとみてさしつかえない。その比例定数を  $k_W$  とすると、

$$W \approx k_W E \quad (6.7)$$

となる。だいたい比例するという意味は、この  $k_W$  の値が照明器具の種類、ランプの種類、室の形状や室内表面の色などによって左右されるために、 $k_W$  の値もある程度照度  $E$  によって異なってくるということである。ここでは一応正比例するとして取り扱う。(6.7)式で  $W$  の単位は室の単位床面積あたりとして [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]、 $E$  の単位はルクス [ $\text{lx}$ ] である。したがって、 $k_W$  の単位は [ $\text{W}/\text{m}^2\text{lx}$ ] となる。 $k_W$  は次式で与えられる。

$$k_W = \frac{bC}{\eta K} \quad (6.8)$$

ここに、 $\eta$  はランプの照明効率 [ $\text{lm}/\text{W}$ ] (第21章参照)、 $K$  は室の状況や照明方式によって決まる照明率(無次元)、 $C$  は照明器具とランプによって決まる減光補償率(無次元)、 $b$  はバラスト損失係数(無次元)でけい光燈の場合ランプのほかに安定器で消費される電力の割合をいう。表6.1に  $k_W$  の概略値を示す。

表 6.1  $k_w$ の略算値

	間接照明	全般拡散照明	直接照明	
蛍光灯	0.2	0.1	0.05	$\eta=60\sim70, C=1.5\sim1.8, b=1.15\sim1.25$
白熱灯	0.5	0.3	0.1	$\eta=10\sim30, C=1.1\sim1.3, b=1.0$
	$K=0.1\sim0.2$	$K=0.3\sim0.4$	$K=0.5\sim0.6$	

【例題 6.4】電力の供給による照明器具からの発熱量  $H$  を  $[W/m^2]$  の単位で知りたいとき、照度  $E$  と  $H$  との関係式を導け。

【解】照明器具に供給される電力は光のエネルギーも含めて結局は全部熱になる。したがって、

$$H = W = k_w E \quad (6.9)$$

となる。式(6.9)は照明の発熱による冷房負荷の計算に際して重要である(第 29 章、第 30 章参照)。

## (2) 照度と照度段階

上述のように照明のための電力量および照明の発熱量は照度に比例するが、次に明るさの感覚と照度との関係がウェバー・フェヒナーの法則に支配されることを説明する。

JIS に照度基準というものがあって、種々の作業、環境に最も適当な照度を推奨している。そこでは照度そのものでなく照度段階という一種の明るさの指標によって分けられている。以前照度段階は明るい方から  $a, b, c, \dots, g, h, i$  まであり、 $a$  より明るい段階として  $aa, aaa$  などが用いられていたが、その後その上の段階を必要とするようになり、この記号は廃止された。1969 年に改訂された JIS では標準照度そのものを照度段階としている。それぞれの照度段階に応じた照度範囲と代表的な用途例を表 6.2 に示す。

これを見ると照度段階が一段上がるごとに照度は 2~2.5 倍になっていることに気づく。照度段階は人間の目が感じる明るさの相違をほぼ等間隔に段階づけたと考えることができるので、照度が  $n$  倍になれば明るさの感覚の差は  $n$  の対数に比例するということになる。これはウェバー・フェヒナーの法則にほかならない。

表 6.2 JIS の照度基準 (Z9110)

旧照度段階	照度段階[lx]	照度範囲[lx]	代表例
-	2000	3000~1500	精密作業
aaa	1000	1500~700	設計室
aa	500	700~300	事務室、会議室
a	200	300~150	食堂、教室
b	100	150~70	便所、階段、機械室
c	50	70~30	非常階段、倉庫
d	20	30~15	学校の競技場
e	10	15~7	屋外駐車場
f	5	7~3	学校構内通路
g	2	3~1.5	上映中の映画観客席
h	1	1.5~0.7	交通量の少ない道路
i	0.5	0.7~0.3	公園

【例題 6.5】 ウェバー・フェヒナーの法則の一般式(6.2)を基にして1つの照度指標を定義せよ。

【解】 (6.2)式において  $k_1$  と  $x_1$  とを適宜定めて  $y$  の値が実用上使いやすい値の範囲になるようにすればよい。この場合、 $x$  は照度  $E$  に相当するので  $x_1$  に相当するものは基準照度  $E_0$  である。たとえば、 $E_0=1 \text{ lx}$  としてみると、 $k_1=10$  とすれば、音の場合のデシベルの定義と似た式となり、 $y$  に相当する照度指標  $EI$ (illumination index)は次式で与えられることになる。

$$EI = 10 \log \frac{E}{E_0} = 10 \log E \quad (6.10)$$

図 6.3 は式(6.11)の関係を片対数グラフで直線になることを示したもので、表 6.2 の照度段階と対照させてある。この照度指標を用いると屋外の直射日光の当たる昼光照度も同じスケールの上に表現できるので便利である。

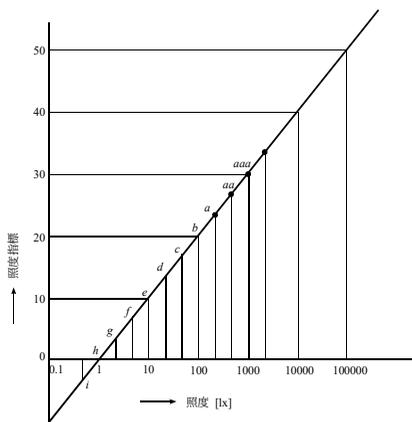


図 6.3

### 6.3.2 まぶしさの指標

照明は必要な明るさが十分に得られていてもまぶしくて仕事ができないようでは具合が悪い。照度が照明の量についての指標であるのに対し、まぶしさの度合は照明の質を左右するものといえることができる。そこで、まぶしさの度合を数量的に表わす方式が必要となり、各国の学者の間で検討されているがまだ世界的に一致した基準はない。ここではその基本的概念を示す式として英国の建築研究所 Building Research Station で開発されたグレア定数(Glare constant)の式の骨子を取り上げておく。

図 6.4 にて室内の中央に位置した人の視線が光源の中心にある場合について光源  $S$  の輝度を  $B_s$  [ $\text{cd}/\text{m}^2$ ]、光源以外の背景の平均輝度を  $B_b$  [ $\text{cd}/\text{m}^2$ ] とし、目から光源  $S$  をのぞむ立体角を  $\omega$  ステラジアンするとき、この光源によるグレア定数  $GC$  を求める基礎式は次のように表わされる<sup>†1</sup>。

$$GC = 0.478 \frac{B_s^{1.6} \omega^{0.8}}{B_b} \quad (6.11)$$

†1 文献(165)、(166)

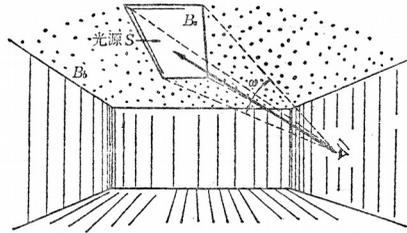


図 6.4

なお視点が光源上にない場合については光源の位置によってこれを補正する係数もあるが、ここでは省略する。このグレア定数の値が小さいほどグレアは少なく、大きいほどグレアはひどくて不快となる。実際の試験の結果はホプキンソン(Hopkinson)によると表 6.3 のような数値が示されているが、これをみるとやはりウェバー・フェヒナーの法則によって感覚的指標に直した方が使いやすい数字になりそうなのがわかる。事実、この場合は次式によって表わされるグレア指標(glare index)がしばしば用いられている。

$$GI=10 \log GC \quad (6.12)$$

この式と式(6.11)とは全く同じ形である。式(6.2)と比べるとこの場合は基準のグレア定数は1ということになる。

表 6.3 GI の値とグレアによる不快度との関係 (ホプキンソン)

GI	グレアによる不快度
28	耐えられない
22	不快
16	この程度のグレアならさしつかえない
10	グレアが感じられない程度

## 6.4 色の感覚指標

色彩は建築設備とは特に深い関係はないようにみえるけれども、室内や外壁などの材料の表面の光や日射に対する反射率が問題になる場合は色彩は重要な意味をもつ。色彩学では1つの色を決定する3要素として色相、明度、彩度があり、これを色の3属性というが、特に表面の反射率に関係するものはこのう

ちの明度である。実はこの明度と反射率との関係がウェバー・フェヒナーの法則によって支配されている。

しかし、色彩の場合はやや感覚の尺度が微妙であって、必ずしも正確にウェバー・フェヒナーの法則があてはまるわけではないとされている。ウェバー・フェヒナーの法則に忠実なのはオストワルド表色系による色彩の表示法で、色の明るさについての段階を  $a, c, e, g, i, l, n, p$  の 8 段階に分け、これがその色の白含有量、黒含有量の対数尺度に比例して定められている。無彩色についていうと、この白含有量が反射率に相当し、白含有量と上記の 8 段階の明るさの感覚指標との関係は表 6.4 のようになっている。白含有量の対数をとってみると差が等しくなっていることがわかる。

表 6.4 オストワルド表色系の明るさの段階と白含有量

明るさの段階	白	$a$	$c$	$e$	$g$	$i$	$l$	$n$	$p$	黒
白含有量 $W$ [%]	(100)	89.13	56.23	35.48	22.39	14.13	8.91	5.62	3.55	(0)
$\log W$	(2)	1.95	1.75	1.55	1.35	1.15	0.95	0.75	0.55	-

次に一般に広く採用されているマンセル表色系では明度  $V$  の段階を 11 等分し、黒を  $V=1$ 、白を  $V=11$  としている。マンセルは初め視感反射率  $P$  [%] と  $V$  との関係

$$\rho = V^2 \tag{6.13}$$

としたが、後に修正マンセル表色系ではこれを

$$\rho = 12.219V - 23.111V^2 + 23.951V^3 - 2.1009V^4 + 0.08404V^5 \tag{6.14}$$

と修正した。式(6.14)は煩雑にすぎるので、ホプキンソンは

$$\rho = V(V - 1) \tag{6.15}$$

によって実用的に十分正確な関係を示すことができるとしている。

式(6.13)、(6.14)、(6.15)はいずれも外見上は式(6.2)と形は異なるが、実際に使用される数値の範囲内では対数関係に非常に近いものである。

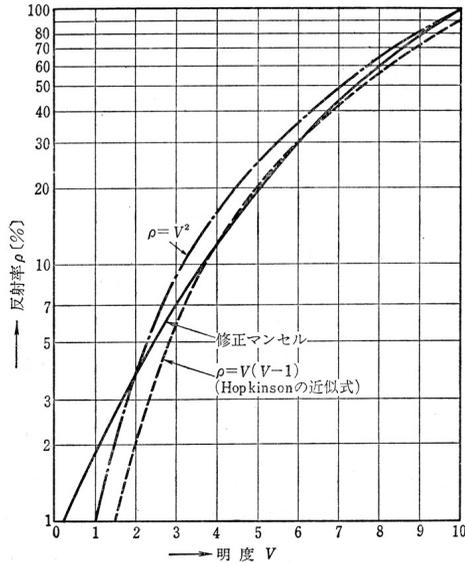


図 6.5

## 6.5 温熱環境指標

### 6.5.1 人体の熱平衡

暑さ寒さの感覚に関する快適度の問題についてはウェバー・フェヒナーの法則は簡単にはあてはまらない。なぜならば寒暑の感覚は室内の気温ばかりでなく、湿度、気流、放射熱などによる複合要素によって左右されるからであり、さらに着衣の状態と活動量も要因となる。これらを一般に温熱感の6要素と呼ぶ。これらの関係は、人体の熱平衡を考えてみればよくわかる。

図 6.6 のような室内に人体が存在する場合、人体から放出される熱にはおもなものであるとして

$C$  : 対流による放出熱

$R$  : 放射による放出熱

$E$  : 蒸発による放出熱

がある。このほか、呼気や排泄に伴う熱の放出があるが、これは特別な場合を

除き無視して扱うことが多い。 $E$ は、普通発汗で放熱になるため、常に正の値であるが、 $C$ と $R$ とは、図6.7に示すように人体の方が周囲から熱を受ける場合は負の値になる。そしてこれらの要素の熱量の代数和、つまり放出熱が人体内で生産される熱量 $M$ よりも大きいと寒く感じ、少ないと暑く感じることになる。これを式で表せば、

$$(1) \text{寒く感じる場合} \quad C+R+E > M \quad (6.16)$$

$$(2) \text{暑く感じる場合} \quad C+R+E < M \quad (6.17)$$

$$(3) \text{快適状態} \quad C+R+E = M \quad (6.18)$$

$M$ は作業状況によって異なる。通常の事務労働において快適条件を目標にする場合は、成人1人あたり発熱量として空調負荷計算においては

$$\left. \begin{array}{l} C+R=60W \\ E=45W \end{array} \right\} \quad (6.19)$$

という値が用いられている。

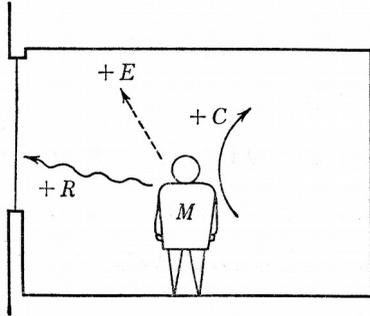


図 6.6

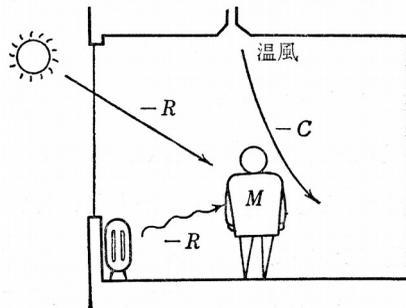


図 6.7

### 6.5.2 有効温度(effective temperature)

(1) 有効温度 式(6.18)のような快適状態にならなくても左辺と右辺の差が少ないほど快適に近い状態といえる。そこでヤグローはどのような環境状態のときに快適となるかを多数の人々について観察し、温度、湿度、気流の影響を組み合わせて1つにまとめた指標を考え出した。これを有効温度  $ET$  と称し<sup>†1</sup>、有効温度図表というネクタイの形をしたノモグラフを作成した。これは乾球温度、

†1 実効温度ともいう。

湿球温度、気流速度を与えて有効温度が直ちに求められる。さらに  $ET=18\sim 22^{\circ}\text{C}$  のときに最も多くの人々が快適であるという結論を得た。

その後これにはふく射の影響が含まれていないということから修正案が出され、乾球温度の代わりにグローブ温度計で測った温度を用いることが推奨された。これによって得られる温度を修正有効温度(CET)<sup>†1</sup>とよぶ。

しかしその後 ASHRAE(米国暖房冷凍空気調和工学会)に提出された研究から、特に冬季では湿球温度による影響は非常に少ないということが一般の常識になってきた。また室内気流についても通常の空気調和あるいは換気の行なわれている室では  $1.15\sim 1.2\text{ m/s}$  の気流速度があるので、この場合についての試験結果より相対湿度 71%以下では乾球温度のみによって快適度は支配され、それより相対湿度が高い場合に  $ET$  があてはまるということになってきた。

しかしまた別の研究では湿度の低い範囲もやや  $ET$  の線に寄った傾向を示している。

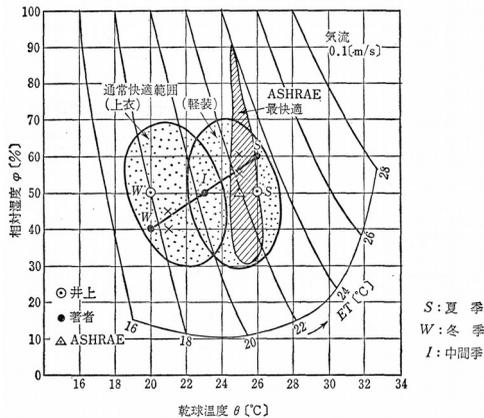


図 6.8

図 6.8 は横軸に乾球温度、縦軸に相対湿度をとって気流  $1.1\text{ m/s}$  についての  $ET$  の曲線群を示したもので、その中に ASHRAE による最も快適とされる範囲と、従来わが国で一般にいわれている通常上着や衣の場合と軽装の場合についての

†1 corrected effective temperature

快適範囲を概略示したものである。

(2) 新有効温度 (ET\*) 蒸暑環境にも適応できるとした指標で、ギャギーが提案した。皮膚の濡れ率と平均皮膚温度を生理学の理論に基づいて、蒸発による熱放出を求め、六つの温熱環境要素を定量的に扱ってET\*を定義した。

(3) 標準新有効温度 (SET\*) ET\*で、標準状態の着衣、代謝量と、静穏気流、MRT=空気温度の条件で定義されたもので、蒸暑環境にも寒冷環境にも適応できる。

### 6.5.3 平均周壁温度(mean radiant temperature)

人体に対するふく射熱の影響は室内の各表面の温度によって左右される。室内の各表面の温度の面積を加重した平均値を平均周壁温度 *MRT* といい、これによって快適温度に対する修正を行なうことが試みられている。

【例題 6.8】 間口 10 m、奥行 10 m、天井高 3 m の室で、床表面温度 23°C、天井面温度 31°C、窓・外壁内表面温度 32°C、他の 3 方の周壁表面温度 25°C のとき、*MRT* を求めよ。

【解】 上の *MRT* の定義により、

$$MRT = \frac{23 \times 100 + 30 \times 100 + 32 \times 30 + 25 \times 30 \times 3}{100 + 100 + 30 \times 4} = 26.6^\circ\text{C}$$

となる。

*MRT* による快適温度の修正の方法には明確な標準はないが、およその見当としては、*MRT* が快適温度より 1°C 高い場合は室内空気の温度は 1°C 低くとる。たとえば上の例題で快適温度がもし 26°C であれば *MRT*=26.6°C のときは室温は 25.4°C にするとよいという意味で、それは室内空気、*MRT* がともに 26°C のときに相当する。この根拠は人体からの放熱のうちの対流によるものとふく射によるものとはほぼ同量とみなすこと、つまり 85 の *C*:*R*=1:1 という仮定によっている。もちろん逆の場合もあてはまるわけで、*MRT* が 1°C 低ければ空気温度は 1°C 高くとる。また別の説に *MRT* の ±1°C に対して空気温度は ±1.4°C にすると快適になるという説もある。

ギャギー (Gagge) は、空気温度と *MRT* との平均値として、作用温度 (Operative Temperature) を提案した。これは、気流のない冬季において、式(6.16)~(6.18)の *C* と *R* とがほぼ同じになる場合に、簡易的に温熱感を表す指標として用いられる。

### 6.5.4 PMV (Predicted Mean Vote) 予測平均申告

不特定多数の人間が居住する空間の温熱環境の快適性を予測するためにファンガー (Fanger) が提案した指標で、温熱環境の六つの要素で対流、放射、蒸発による人体からの熱損失を数式で表わし、人体の熱負荷から被験者実験による温冷感申告の平均値を-3から+3までの7段階尺度の数値として示す方式を導いた。この数値がPMVで、-3：寒い、-2：涼しい、-1：やや涼しい、0：どちらでもない、+1：やや暖かい、+2：暖かい、+3：暑い、という人体の温冷感の数値化したものとして、広く使われている<sup>†1</sup>。

### 6.5.5 空気調和の室内設計条件

上記の説明は環境がどのような条件の組合せのときに室内がどの程度快適であるかという快適範囲の客観的評価であって、実際の空気調和設備の設計にあたっては目標値として温度、湿度を別々に決めるのが常道である。これを設計条件といい、日本では、一般的に次のような条件が用いられている<sup>†2</sup>。

$$\left. \begin{array}{l} \text{夏季: 乾球温度 } 26^{\circ}\text{C、相対湿度 } 50\% \\ \text{冬季: 乾球温度 } 20^{\circ}\text{C、相対湿度 } 50\% \end{array} \right\} \quad (6.20)$$

米国では冬季でも室内では上衣を脱いで仕事をする習慣になっているため、設計条件は年間を通じて乾球温度 25℃、相対湿度 50%が用いられている。

エネルギー需要量節約の点から、著者の考えでは日本では次のような条件を設計およびエネルギー需要量の計算に用いるのが適当ではないかと思う。

$$\left. \begin{array}{l} \text{夏季: 乾球温度 } 27^{\circ}\text{C、相対湿度 } 60\% \\ \text{中間季: 乾球温度 } 23^{\circ}\text{C、相対湿度 } 50\% \\ \text{冬季: 乾球温度 } 20^{\circ}\text{C、相対湿度 } 40\% \end{array} \right\} \quad (6.21)$$

ここで、特に中間季、および夏季冬季でも外気条件が厳しくないときには、外気条件に応じた最も経済的な室内条件が後に述べる熱負荷の条件から逆に求められる。したがって夏季中間季冬季をまとめた条件として

$$\text{乾球温度 } 23 \pm 3^{\circ}\text{C 相対湿度 } 51 \pm 10 \quad (6.22)$$

を設定し、外界条件の変動に応じてこのうちの快適域に室内の状態がおかれる

†1 文献 (172) および 田辺新一：温熱快適性、文献(30)第5章

†2 たとえば文献(112)P.2

ようにすればよいと思われる。

図 6.8 に上記の種々の条件の取り方を比較して示してある。

## 6.6 空気清浄度

### 6.6.1 有害物質の許容濃度

人体に有害な汚染物質を発生するものが室内にあると、そのまま放置すればその有害物質の濃度は増加する。人体の健康のためには清浄な空気を導入し、汚染空気を排気して室内の汚染物質濃度を稀釈によって低下させなくてはならない。空気調和で問題になる有害物質としては、炭酸ガス、一酸化炭素、タバコの煙、じんあい、放射性物質、その他種々の臭気などがあるが、おのおのの有害物質について健康上これ以上高い濃度は許されないという限界があって、その濃度の値を許容濃度という。有害物質の濃度の単位としてはおもに次の 4 種が用いられている。

- (1)  $[\text{m}^3/\text{m}^3]$       容積比
- (2)  $[\%]$               容積百分率
- (3)  $[\text{ppm}]$           容積百万分率(parts per million の略)
- (4)  $[\text{mg}/\text{m}^3]$       空気  $1 \text{ m}^3$  中の有害物質含有重量

各種有害物質の許容濃度の値は便覧に詳しい<sup>†1</sup>

### 6.6.2 必要換気量の式

室内に有害物質が継続して一定量の割合  $k$   $[\text{m}^3/\text{h}]$  で発生するとき、一定量の外気  $Q$   $[\text{m}^3/\text{h}]$  を導入することによって室内をその有害物質の許容濃度  $C_A$   $[\text{m}^3/\text{m}^3]$  以下に保とうとする場合、外気に含まれるその有害物質の濃度が  $C_0$   $[\text{m}^3/\text{m}^3]$  であったとすると、 $Q$  は次式から求められる。

$$Q = \frac{k}{C_A - C_0} \quad (6.23)$$

【例題 6.7】 ペッテンコーフェルは炭酸ガスについてその許容濃度を 0.1% とした。室内の人体 1 人あたり発生する  $\text{CO}_2$  の量が  $0.015 \text{ m}^3/\text{h}$ 、外気に含まれる  $\text{CO}_2$

---

†1 たとえば文献(1) pp.23~31

濃度が0.03%のとき、10人居住する室の必要換気量を求める。

【解】式(6.23)にて、 $k=0.015 \times 10$ ,  $C_i=0.001$ ,  $C_0=0.0003$  とすればよいから、必要換気量は

$$Q = \frac{0.015 \times 10}{0.001 - 0.0003} = \frac{0.15}{0.0007} = 214 \text{ [m}^3/\text{h]}$$

なお一般事務室の空気調和においては必要外気量はタバコの煙によって支配され、1人あたり25 m<sup>3</sup>/hという値がしばしば用いられている。

## 第7章 吸収, 反射, 透過 (Absorption, Reflection, Transmission)

### 7.1 吸収率, 反射率, 透過率

#### 7.1.1 板状物質の吸収率, 反射率, 透過率

板状物質の表面に光線、音波、熱線、放射線などのエネルギーが入射するとき、そのエネルギーのうちある部分はその物質自体に吸収され、ある部分はその表面で反射され、残りの部分はその物質を透過して反対側の表面から出てしまう。これらのエネルギーの入射エネルギーに対する比をそれぞれ吸収率  $\alpha$ 、反射率  $\rho$ 、透過率  $\tau$  という。すなわち、一般に図 7.2 に示すように

$$1 = \alpha + \rho + \tau \quad (1)$$

である。また入射エネルギーに対して不透明な物質では  $\tau = 0$  であるから

$$1 = \alpha + \rho \quad (2)$$

となる。

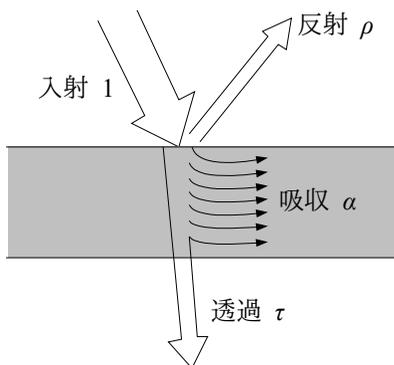


図 7.1

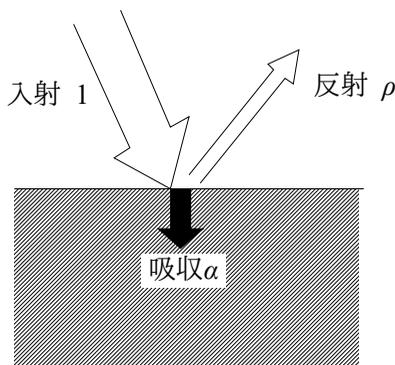


図 7.2

$\beta$ 線、 $\gamma$ 線、レントゲン線などの放射線、紫外線、可視光線、熱線などを総称して電磁波といい、波長が何ミリマイクロから数十メートルまで種々あるが、

上の関係はそれらの波長の電磁波に対して異なる値をとる。

### 7.1.2 音のエネルギーの吸収、反射、透過

音のエネルギーが材料表面に当たる場合は、1の入射エネルギーに対して反射する割合は反射率 $\rho$ であるが、残りは全部吸収され、この割合を特に吸音率 $\alpha$ という。したがって音の場合は常に

$$1 = \alpha + \rho$$

とみなす。光線や熱線の場合と異なるところは透過率であって、第6章で述べた音響透過率 $\tau$ は吸音率 $\alpha$ の一部として扱われる。たとえば壁の一方の表面で吸収された音のエネルギーは壁体内部の空げきを通る間に材料の繊維などを振動させる力学的エネルギーや熱のエネルギーなどに変わる。これが吸音という現象であるが、完全には吸音しきれないで反対側の空間へ残りの音のエネルギーが出てくる。この分が透過率であって、図解すれば図7.1のようになる。一見光線の場合と定義が異なるようにみえるが、本質的には次に述べるように同一の概念で理解することができる。

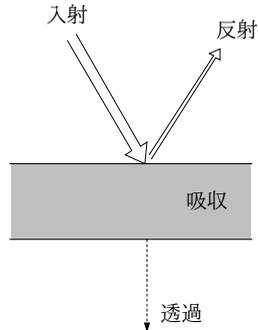


図7.3

また、吸音率にその材の面積を乗じた量を吸音力といい音響エネルギーの吸収能力を表わす。単位は[m<sup>2</sup>]である。

## 7.2 吸収, 反射, 透過の機構

### 7.2.1 表面反射率と吸収係数

光や日射がガラスを透過する場合を例にとって考えよう。図7.4を参照して、まず光がガラスの外表面に当たった瞬間に反射と屈折が起こる。その外表面 $A$ で反射されるエネルギーの割合 $r$ は表面反射率と呼ばれ、入射角 $\theta$ と屈折角 $\theta'$ によって定まる。これは前節のガラス全体としての反射率 $\rho$ とは別のものであって、次式で表わされる<sup>†1</sup>。

†1 たとえば文献(2) pp.300

$$r = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\tan^2(\theta - \theta')}{\tan^2(\theta + \theta')} + \frac{\sin^2(\theta - \theta')}{\sin^2(\theta + \theta')} \right\} \quad (3)$$

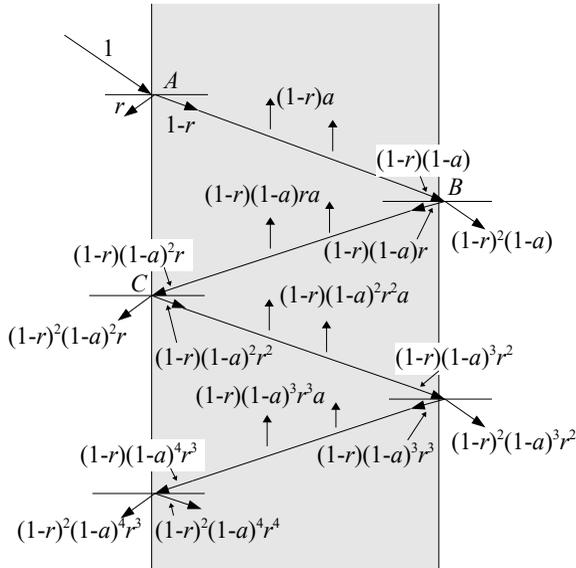


図 7.4

表面 A で反射された残りのエネルギー  $(1-r)$  は屈折してガラス物質内を進むうちにしだいに吸収され、エネルギーの勢力は弱まっていく。光が反対側の表面 B に到達する間に吸収される分を  $(1-r)a$  とし、B に到達する分を  $(1-r)(1-a)$  とすると、 $a$  は

$$a = 1 - \exp\left[\frac{-kl}{\cos\theta'}\right] \quad \dagger 1 \quad (4)$$

によって表わされる。ここで、 $l$  はガラスの厚さで、 $AB$  間の距離は  $l / \cos\theta'$  となる。 $k$  は物質に特有な定数であって吸収係数(absorption coefficient)とよばれる。たとえば普通透明板ガラスでは  $k=0.02 / \text{mm}$  である。3 mm ガラスならば、 $kl=0.06$  となる。 $a$  は  $kl$  という積の数値によって定まるので、種々の材料について考える場合には、 $kl$  という積の形のままで用いる方が便利である。

†1  $\exp[x]$  は  $e^x$  の意。 $x$  が複雑になったときこの記号を用いる。 $\exp$  は exponential function の略。

## 7.2.2 吸収率, 反射率, 透過率の式

図 7.3 で、光が  $B$  点に到達した以後の過程を考えよう。 $B$  点では再び反射と屈折とが起こり、そのときの表面反射率は  $A$  点での  $r$  に等しいので、 $B$  点で反射されるエネルギーは  $(1-r)(1-a)r$  となり、屈折して外へ出る透過分は  $(1-r)^2(1-a)$  となる。次に  $B$  点から  $C$  点に光が進む間に吸収され、 $C$  点でまた反射と屈折が起こり、屈折する分は元の光の入射側の空間に出るので、この分は元のエネルギーからみると反射成分ということになる。以下逐次同様にガラスの両表面で反射と屈折とが起こり、その間にエネルギーが吸収されるという過程を繰り返す。したがって、この入射エネルギーに対する“板ガラス”としての吸収率  $\alpha$ 、反射率  $\rho$ 、透過率  $\tau$  はこれらの過程で生ずるそれぞれの成分の和として、次式のような無限級数の和の形で求めることができる。すなわち、

$$\alpha = a(1-r)\{1+r(1-a)+r^2(1-a)^2+\dots\} = \frac{a(1-r)}{1-r(1-a)} \quad (5)$$

$$\rho = r\{1+(1-a)^2(1-r^2)\{1+(1-a)^2r^2+\dots\}\} = r\left\{1+\frac{(1-a)^2(1-r)^2}{1-r^2(1-a)^2}\right\} \quad (6)$$

$$\tau = (1-r)^2(1-a)\{1+r^2(1-a)^2+\dots\} = \frac{(1-r)^2(1-a)}{1-r^2(1-a)^2} \quad (7)$$

となる。一般に用いられている吸収率、反射率、透過率の値はこれらの式から求められる。

7.2.3 入射角と  $\alpha, \rho, r$  との関係

式(3)~(5)をみると、これらは  $r$  と  $a$  との関数であり、 $r$  は式(1)、 $a$  は式(2)に示されるように入射角と屈折角とに関係している。実際の場合、入射角が与えられることが多いので、入射角と  $\alpha, \rho, \tau$  との関係が必要になる。これはスネルの法則により、屈折角  $\theta'$  は入射角  $\theta$  と屈折率  $n$  から

$$\sin \theta' = \frac{\sin \theta}{n} \quad (8)$$

の式で表わされるので、 $\alpha, \rho, \tau$  を入射角  $\theta$  の関数として表わすことができる。この関係を透明板ガラス、灰色吸熱板ガラスについて表わしたグラフを図 7.5 に示す。

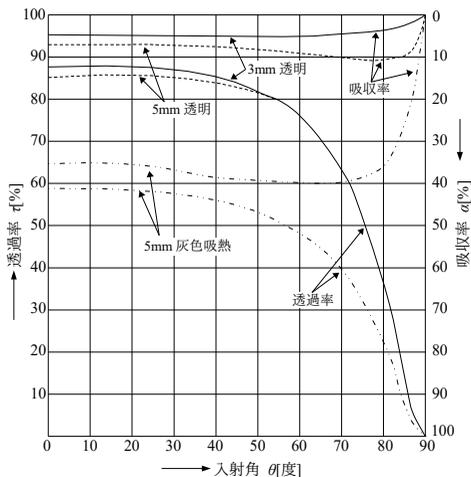


図 7.5

日射のガラス透過を計算で求める場合は、 $\cos\theta$ の関数の形で表わしたもののほうが便利なので、ASHRAEの便覧では $a$ と $\tau$ を $\cos\theta$ の多項式によって近似的に求めるための電子計算機用の数表が載せられている。また、表 7.1 のような $\cos\theta$ の0~1の範囲を4分割した直線近似の式を用いてもよい。

表 7.1 直射日射の入射角  $\theta$  に対する吸収率  $a$  と透過率  $\tau$  の近似式

		$a$ または $\tau = a\cos\theta + b$			
		5 [mm] 透明ガラス		5 [mm] 吸熱ガラス	
	$\cos\theta$ の範囲	$a$	$b$	$a$	$b$
吸収率 $a$	0~0.1	1.5	0	2.8	0
	0.1~0.2	-0.1	0.16	0.9	0.91
	0.2~0.4	-0.2	0.18	0.2	0.33
	0.4~1.0	-0.05	0.12	-0.1	0.45
透過率 $\tau$	0~0.3	1.9	0	1.2	0
	0.3~0.5	0.95	0.285	0.6	0.18
	0.5~0.7	0.3	0.61	0.3	0.33
	0.7~1.0	0.1	0.75	0.15	0.435

### 7.2.4 各種板ガラスの波長別透過率

各種板ガラスの透過率は入射エネルギーの波長によって変化し、図 7.6 のよ

うな曲線で示される。さらに著者が数種の透過率曲線から適当に取り出した概略の平均値を表7.2に示しておく。これらはいずれも面に垂直に入射する日射エネルギーに対するものである。日射エネルギーの波長に対する分布曲線は図7.6に示すような形をしているので、これを仮に可視光線およびそれより短い波長0.75  $\mu\text{m}$  以下の短波長域、俗に近赤外線とよばれる波長0.75~1.4  $\mu\text{m}$  の間を中波長域、1.4~2.5  $\mu\text{m}$  を長波長域、2.5  $\mu\text{m}$  以上を低温放射域とに分けてみる。表7.2に、それらの3つの波長域に対する平均の透過率の値を示しておく。

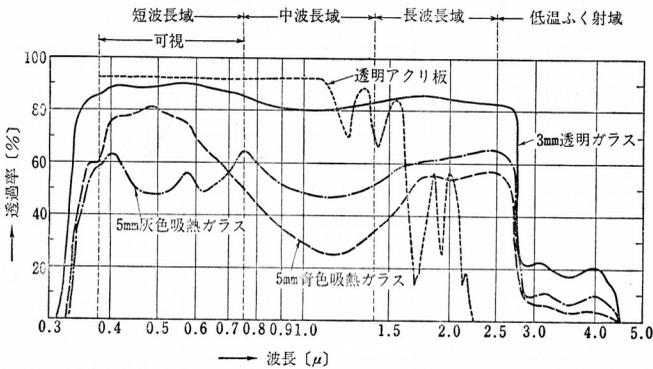


図7.6 ガラスの波長別透過率

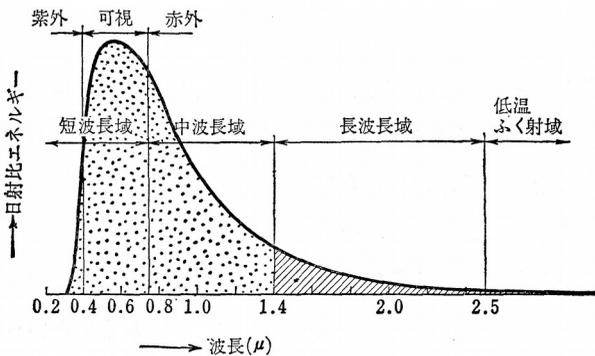


図7.7

表 7.2 各種ガラスの波長域別透過率

	日射エネルギー比	透明 3 mm	透明 5 mm	灰色吸熱 5 mm	青色吸熱 5 mm	透明アクリル板 3 mm
短波長域	0.5	0.88	0.85	0.52	0.70	0.92
中波長域	0.4	0.82	0.76	0.50	0.35	0.89
長波長域	0.1	0.83	0.80	0.61	0.50	0.40
日射平均	1.0	0.85	0.81	0.52	0.59	0.90
低温放射	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

### 7.3 放射率と日射吸収率

キルヒホッフの法則で放射率と吸収率とは等しいというのは、ある同一波長の放射エネルギーについていうのであって、その表面の黒度はその表面に入射するエネルギーの波長やその表面から放射されるエネルギーの波長によって異なることに注意しなければならない。

たとえば日射という放射エネルギーが建物の壁面や屋根に当たるときは、その表面が白っぽい色であると日射の中の可視光線などの短波長のエネルギーの約半分を反射し、約半分を吸収するが、熱線など長波長のエネルギーは約9割ぐらい吸収してしまう。日射エネルギーの波長分布はだいたい図7.7のようであって、便宜上これを  $1.4\mu\text{m}$  のところで区切ると、短波長域は日射エネルギーの約9割を占め、長波長域は約1割となっている。そこで上の例ではその表面が吸収する日射エネルギーの平均の割合つまりいわゆる日射吸収率  $\alpha_s$  は

$$\alpha_s = 0.5 \times 0.9 + 0.9 \times 0.1 = 0.45 + 0.09 = 0.54$$

となる。

これに対し、その表面が日射の当たる別の面からの放射熱を受けて吸収するときは、その吸収率は日射吸収率とは異なり放射率に等しくなるので約0.9ということになる。なぜならば、その日射の当たっている面の温度はせいぜい  $50^\circ\text{C}$  ぐらいであるから、その面から放射される放射エネルギーは全部長波長域とみなしてよいからである。このような太陽表面温度に比べれば低い温度の表面から出る長波長の放射を低温放射ともいう。

【例題 7.1】バルコニーに面したガラス壁面がある。バルコニー表面に当たる日射熱が  $I$  [kcal/m<sup>2</sup>h] で、バルコニー表面の温度が  $T_B$  [°K] になったとき、ガラス壁面が受ける放射熱量を求める簡易式を導け。

【解】いわゆる照り返し日射の問題であるが、求める熱量はバルコニーで反射された日射のうちガラス面に到達する熱量と、日射を受けて高温となったバルコニー表面からの低温放射熱量との和である。このように日射と低温放射とが混在する場合は計算を全部波長別に分けて考える必要がある。ここでは前記図 7.7 のような簡易化により短波長域と長波長域との 2 つに分けて式をたててみる。

まず反射日射の分については、短波長域、長波長域の日射熱を  $I_1$ 、 $I_2$ 、それぞれに対するバルコニー表面の吸収率を  $\alpha_{s1}$ 、 $\alpha_{s2}$  とし、ガラス面からバルコニーを見る全形係数<sup>†1</sup>を  $F$  とすると、ガラス面が受ける反射日射  $q_s$  は

$$q_s = F \{ (1 - \alpha_{s1}) I_1 + (1 - \alpha_{s2}) I_2 \} \quad (9)$$

となる。一般に  $\alpha_{s2} > \alpha_{s1}$  であるため反射日射の中の短波長成分の比率は元の日射そのものの短波長成分の比率よりさらに大きくなっている。

次に低温放射分としては、バルコニーに当たる日射  $I$  のうち吸収されたエネルギー ( $\alpha_{s1} I_1 + \alpha_{s2} I_2$ ) がバルコニーの温度を上げる。バルコニー表面の放射率を  $\varepsilon_B$  とするとガラス面が受ける低温放射熱量  $q_r$  は

$$q_r = \varepsilon_B F \sigma T_B^4 \quad (10)$$

となる。 $q_s + q_r$  がガラス面がバルコニーから受ける放射エネルギーである。

【例題 7.2】 [例題 7.1] でガラス面が受けるエネルギーを、ガラスに吸収される成分  $q_a$ 、ガラス表面で反射されて外部へもどる成分  $q_p$ 、ガラスを透過して室内へ入る成分  $q_t$  とに分解して求めよ。ただし、 $I_1 = 500 \text{ W/m}^2$ 、 $I_2 = 50 \text{ W/m}^2$ 、 $F = 0.3$ 、 $T_B = 320 \text{ K}$ 、 $\alpha_{s1} = 0.8$ 、 $\alpha_{s2} = 0.9$ 、 $\varepsilon_B = 0.9$ 、 $\varepsilon_G = 0.9$  とする。

【解】まず両波長域の放射<sup>†2</sup>に対するガラスの吸収率  $\alpha_{G1}$ 、 $\alpha_{G2}$  反射率  $\rho_{G1}$ 、 $\rho_{G2}$  透過率  $\tau_{G1}$ 、 $\tau_{G2}$  を表 7.2 を参照して定める。

短中波長域	$\alpha_{G1} = 0.1$	$\rho_{G1} = 0.06$	$\tau_{G1} = 0.84$
長波長域	$\alpha_{G2} = 1.0$	$\rho_{G2} = 0$	$\tau_{G2} = 0$

まず式(9)から  $q_s$  を両波長域について別々に求め、それぞれ吸収、反射、透過熱量を計算する。

†1 第10章参照

†2 バルコニーからガラスへの反射および再放射について、バルコニー面は 9.3.2 に述べるような完全拡散面であると仮定している

	吸収	反射	透過
$q_{s1}=0.3 \times (1-0.8) \times 500=30$	$\alpha_{G1} q_{s1}=3$	$\rho_{G1} q_{s1}=1.8$	$\tau_{G1} q_{s1}=25.2$
$q_{s2}=0.3 \times (1-0.9) \times 50=1.5$	$\alpha_{G2} q_{s2}=1.5$	$\rho_{G2} q_{s2}=0$	$\tau_{G2} q_{s2}=0$

次にガラス面が受ける低温放射量は式(10)から

$$q_r=0.9 \times 0.3 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 320^4=16.3$$

となるが、このうち  $\epsilon_0 q_r=0.9 \times 16.3=14.7$  が吸収され、 $(1-\epsilon_0)q_r=1.6$  が反射される。

したがって結局ガラスが受ける熱量

$$q_{s1} + q_{s2} + q_r = 30.0 + 1.5 + 16.3 = 47.8 \text{ W/m}^2$$

を  $q_a$ 、 $q_p$ 、 $q_r$  に分解すると、次のようになる。

$$Q_a = 3+1.5+14.7=19.2$$

$$q_p = 1.8+1.6=3.4$$

$$q_r = 25.2$$

## 7.4 複合材の吸収率、反射率、透過率

光線や熱線に対して種々の板状物質の吸収率、反射率、透過率の値がわかっているときに、それらを組み合わせた場合の総合的な吸収率、反射率、透過率を知ることがしばしば必要となる。

### 7.4.1 2種の材料の組合せ

材料1と材料2との吸収率、反射率、透過率がそれぞれ  $\alpha_1, \rho_1, \tau_1; \alpha_2, \rho_2, \tau_2$  であるとき、図8に示すように材料1の外側からの単位の入射エネルギーに対して、総合透過率は両材料間での反射、吸収、透過の繰返しの結果、結局材料2の外側へ出るエネルギーは透過成分の無限級数和として次式から求められる。

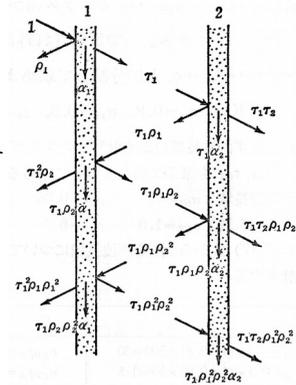


図 7.8

$$\tau_{12} = \tau_1 \tau_2 + \tau_1 \tau_2 \rho_1 \rho_2 + \tau_1 \tau_2 \rho_1^2 \rho_2^2 + \dots = \frac{\tau_1 \tau_2}{1 - \rho_1 \rho_2} \quad (11)$$

材料1の総合吸収率  $\alpha_{12}$  と材料2の総合吸収率  $\alpha_{12}$  はそれぞれ次式で示される。

$$\alpha_{12} = \alpha_1 \left( 1 + \frac{\tau_1 \rho_2}{1 - \rho_1 \rho_2} \right) \quad (12)$$

$$a_{12} = \frac{\tau_1 a_2}{1 - \rho_1 \rho_2} \quad (13)$$

また材料1の外側へ反射される総合反射率 $\rho_{12}$ は $\rho_1$ よりも大となり、

$$\rho_{12} = \rho_1 + \frac{\tau_1^2 \rho_2}{1 - \rho_1 \rho_2} \quad (14)$$

で表わされる。 $\tau_{12}$ 以外はもし反対方向からエネルギーが入射する場合値は異なることに注意する必要がある。すなわち $\tau_{21} \neq \tau_{12}$ ,  $\rho_{21} \neq \rho_{12}$ ,  $\alpha_{21} \neq \alpha_{12}$ ,  $a_{21} \neq a_{12}$ である。

$\rho_{12}$ が大きいほど室内への日射透入は少なくなるが、式(14)からわかるように $\rho_2$ を大きくすることによって $\rho_{12}$ を大きくする効果をあげるものが反射ガラスである。反射ガラスは非常に薄い金属の膜をガラス表面に蒸着させたもので、二重ガラスに用いられて、断熱性の高いLow-Eガラスとして市販されている。玄関のぞき窓にも用いられる。

【例題7.3】反射ガラスは普通二重ガラスに用いられ、反射面処理は耐候性が劣るので通常中空層に面した表面に施されるが、どの面に反射面処理をしたものが効果的であるか。

【解】反射面が外側ガラスの内面にあるか内側ガラスの外面にあるかの相違で、反射面処理によって式(5)の $\alpha$ と $\rho$ とは増加し、 $\tau$ は減少する。特に $\alpha$ の増加が重要である。

まず総合透過率は式(9)から考えてどちらの場合でも同一の値となる。

次に内側ガラスに対する総合吸収率は式(11)から、内側ガラスに反射面処理をしたものの方が大となるので、これによる室内への対流放射による熱伝達が外側ガラスに反射面処理をしたものより大となる。

したがって、熱的には外側ガラスの内面が反射面である場合の方が有利になる。しかし実際にはそのようにすると外側ガラスが多量の熱を吸収して割れるおそれがあるため、普通は内側ガラスの外表面に反射処理画が施された二重ガラスが用いられる。

#### 7.4.2 多種材料の組合せ

3種材料の組合せの場合は、まずそのうちの2種材料の組合せについて総合吸収率、総合反射率を求めておき、これをまとめて1つの材料とみなし、2種材料の組合せの式によって総合的な値を求めればよい。ただし、図7.8に示す

ように一般に  $\rho_{12} \neq \rho_{21}$  であるから、式(11)~(14)の  $\rho_1$  に相当する総合反射率には  $\rho_{21}$  を用いなければならない。すなわち

$$\rho_{21} = \rho_2 + \frac{\tau_2^2 \rho_1}{1 - \rho_1 \rho_2} \quad (15)$$

であるから、これを用いて、 $\tau_{123}$ 、 $\rho_{123}$ 、 $a_{123}$  は次の式で表わされる。

$$\tau_{123} = \frac{\tau_{12} \tau_{23}}{1 - \rho_{21} \rho_{13}} \quad (16)$$

$$\rho_{123} = \rho_{13} + \frac{\tau_{12} \rho_3}{1 - \rho_{21} \rho_{13}} \quad (17)$$

$$a_{123} = \frac{\tau_{13} a_3}{1 - \rho_{21} \rho_{13}} \quad (18)$$

次に1に吸収される率  $a_{i23}$  は2と3との組合せの総合反射率  $\rho_{23}$  と総合透過率  $\tau_{23}$  を求めておいて、次式から得られる。

$$a_{i23} = a_1 \left( 1 + \frac{\tau_{12} \rho_{23}}{1 - \rho_{12} \rho_{23}} \right) \quad (19)$$

したがって中央の材料2の総合吸収率  $a_{i23}$  は

$$a_{i23} = 1 - \tau_{123} - \rho_{123} - a_{123} - a_{132} \quad (20)$$

から求められる。

4種以上の材料の組合せについても同様な過程を経て順次求めることができる。しかし、反対方向の反射率も同時に逐次求めながら計算しなければならないのでいっそう煩雑になる。

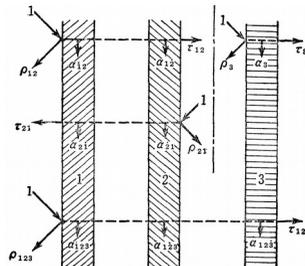


図 7.9

## 第8章 減衰 (Attenuation)

### 8.1 減衰の形

建築設備・環境工学の分野では、いろいろな種類のエネルギーの強さや物質の量などのポテンシャルは距離や時間などの要素が増すとそれに応じて弱まっていく、という現象がよく起こる。本書ではこれを広い意味で減衰ということにするが、これを大きく分けると次のようになる。

- (1) 距離の2乗に反比例する減衰
- (2)  $e^{-kx}$ の形の減衰
- (3) 両者の複合形の減衰
- (4)  $\sum a_i e^{-k_i x}$ の形の減衰

図8.1に  $x^n$ 形の減衰と  $e^{-kx}$ 形の減衰との相違を示す。 $x=0$ のとき  $x^{-n}=\infty$ 、 $x=1$ のとき  $x^{-n}=1$ 、 $x=0$ のとき  $e^{-kx}=1$ であることに注意すべきで、減衰の状況がこれによって支配されることが多い。実際には変数  $x$ が距離のとき  $x^{-n}$ の形、 $x$ が時間のとき  $e^{-kx}$ の形があてはまることが多い。

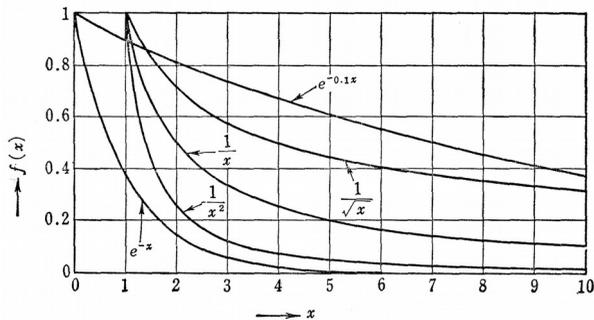


図 8.1

## 8.2 距離の n 乗に反比例する減衰

### 8.2.1 光と音のエネルギー密度の減衰

距離の 2 乗に反比例する減衰の例として照度と音の強さに関する場合をあげる。図 8.2 に示すように、ある光源から  $I$  [cd] の強さの光が発せられているとき、受照点の水平面照度  $E$  [lx] は距離  $d$  [m]、入射角  $\theta$  とすると、

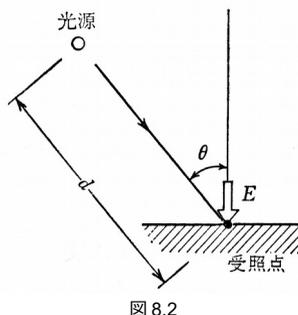


図 8.2

$$E = \frac{I}{d^2} \cos \theta \quad (8.1)$$

で与えられる。したがってある点光源に対し距離  $d_1$ 、 $d_2$  とその点の照度  $E_1$ 、 $E_2$  との関係は

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \quad (8.2)$$

となり、照度は光源からの距離の 2 乗に反比例して減衰していく。

また音響エネルギーの場合も音源からの距離  $d_1$ 、 $d_2$  とその点での音の強さ  $I_1$ 、 $I_2$  [W/m<sup>2</sup>] との関係は

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \quad (8.3)$$

となる。

ここで注意すべきことは、エネルギーの強さが減衰するのではなく、光源、音源からの距離が長くなるほどそこに到達するエネルギー密度が減っていく、というのであって、次に述べる場合と本質的に異なる。

### 8.2.2 吹出気流速度の減衰

この場合は距離そのものに反比例する減衰である。

空気調和の吹出口から室内へ空気が吹出される場合、気流速度  $v$  [m/s] は吹出口を出る点での速度  $u_0$  [m/s] から、吹出口からの距離  $x$  [m] だけ遠ざかるにつれて次の式に従って減衰していくとされている。

$$v = K \frac{v_0 d}{x} \quad (8.4)$$

この式は吹出口が円形の場合を基準とし、 $d$ はその直径[m]、 $K$ は吹出口の形によって決まる定数で吹出口定数とよばれる。単純な開口を持つ吹出口の場合の $K$ の値は4~6である。またこの式は実験に基づく実用的近似式であって、通常吹出気流の第3域とよばれる領域、つまり吹出口からある程度離れたところから居住域に達するまでの部分についてあてはまる式である。図8.3に示すように、吹出口の近傍で気流速度がほぼ吹出口速度と等しい部分を第1域と称し、第1域と第3域の中間で気流速度が距離の平方根に反比例する部分を第2域と称する。さらに気流方向が乱れて速度が0.25[m/s]以下になる部分、いわゆる居住域を第4域と称している。

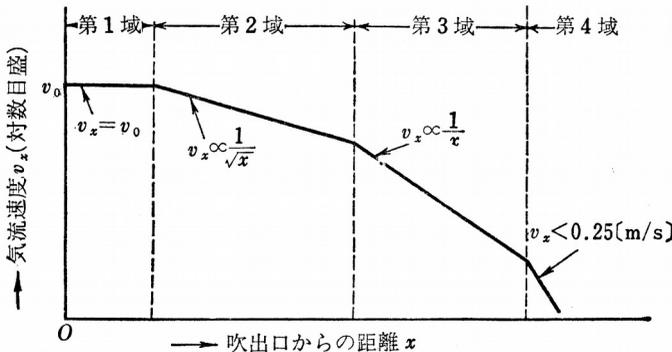


図8.3

【例題8.1】光や音のエネルギー密度の減衰と異なって、吹出気流の場合はなぜ距離の2乗に反比例しないかを説明せよ。

【解】光や音の場合は光源、音源からのエネルギーは無指向性である。つまり理想化した場合、 $x$ はどの方向にとってもよい。式(8.4)は吹出気流速度が最も大きい方向についての式であって、結局吹出方向に近い方向へ空気が集中して吹出されるために吹出気流の場合は半指向性であるといえる。減衰しないビームのような場合を1とし、無指向性の減衰が $x^2$ に反比例するから、両者の中間として吹出気流速度は近似的に $x$ に反比例すると考えられる。

### 8.3 $e^{-kx}$ 形の減衰

#### 8.3.1 日射の大気透過率と消散係数

太陽エネルギーが地上に到達する場合を考える。大気圏外での日射の強さを太陽定数といい、これを  $I_0$  [W/m<sup>2</sup>] とし、これが大気を透過していく途中で大気中の水蒸気やじんあいなどに吸収されたり散乱されたりして地上に到達するときにはその勢力は衰えてくる。図 8.4 に示すように大気圏外縁を原点にとって地球に向かって  $x$  軸を定め、まず太陽が地球上のある点から見て天頂にある場合、 $dx$  部分を通過する際に  $I$  の減衰は  $I$  そのものの勢力に比例するとみられるから、 $I$  と  $x$  との関係は

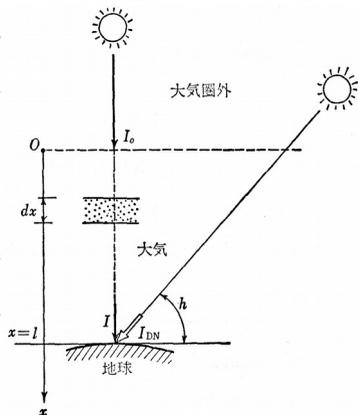


図 8.4

$$\frac{dI}{dx} = -kI \tag{8.5}$$

という式で表わされる。これを解いて

$$I = I_0 e^{-kx} \tag{8.6}$$

が得られる。このとき  $k$  を消散係数 (extinction coefficient) という。

地上に到達したときの  $I$ 、つまり  $x=l$  のときの日射の強さを  $I_0$  に対する比を用いて表わすと

$$I = PI_0 \tag{8.7}$$

となるが式(8.6)より、

$$P = e^{-kl} \tag{8.8}$$

であり、このとき  $P$  を大気透過率という。

太陽が天頂にない場合、図 8.4 の右方の太陽について一般に太陽高度が  $h$  [度] のときは、地球上のある点に到達する法線面日射量は

$$I_{DN} = I_0 e^{-kl/\sin h} = I_0 P^{1/\sin h} \tag{8.9}$$

となる。 $l/\sinh$  は大気圏内の通過距離になる。

### 8.3.2 残響時間

室内音響学では音響エネルギーの減衰を表わすのに残響時間という指標を用いているが、これは次のような考え方によって定義される。

まずある室の吸音力  $A$  は、第  $i$  番目の壁面の表面積を  $S_i$ 、その吸音率を  $\alpha_i$  とすると

$$A = \sum S_i \alpha_i \quad (8.10)$$

で表わされた。また

$$\bar{\alpha} = \frac{A}{\sum S_i} \quad (8.11)$$

をその室の平均吸音率という。

この室にある一定出力  $W$  [W] の音源から音響エネルギーが常時発生していてその室の吸音力と平衡を保ち、ある一定の大きさの音が聞こえるようになった状態—いわゆる定常状態—に達したときの室の音響エネルギー密度を  $I_0$  [W/m<sup>2</sup>] とする。ここで時間  $t=0$  で音が止まったとすると、それ以後室内の音響エネルギー密度  $I$  は減衰していく。その減衰の状況は、セイビンによると、室の平均吸音率が  $\alpha$  で、単位時間あたり音がその室の周壁の間で  $n$  回反射するとすれば単位時間あたりの  $I$  の減衰量は  $I$  に比例する、という考えから

$$\frac{dI}{dt} = -\bar{\alpha} n I \quad (8.12)$$

が導かれる。この式と  $t=0$  での初期条件とから

$$I = I_0 e^{-\bar{\alpha} n t} \quad (8.13)$$

となる。これが音響エネルギー密度の減衰の式である。この場合、 $\bar{\alpha} n$  は音響減衰率である。

一方残響時間とは、音が止まってからこの音響エネルギー密度が元の  $1/10^6$  になるまでの時間、いい換えれば音の強さのレベルが 60 dB 降下するに要する時間と定義されている。これを  $t_R$  とすると、

$$\frac{I_R}{I_0} = \frac{1}{10^6} = \exp[-\bar{\alpha} n t_R] \quad (8.14)$$

より、

$$t_R = \frac{\log_e 10^6}{\bar{\alpha} n} \quad (8.15)$$

となる。これを図示すると図 8.5 のようになる。すなわち横軸に時間をとり、

(1)縦軸に  $I$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]をとると、式(8.13)のグラフは図 8.5(a)に示すような  $e^{-\bar{\alpha} n t}$  形の曲線となり、

(2)縦軸に音の強さのレベル  $L$  [dB]をとると、 $I$  と  $L$  との関係は 6.2 の説明のように、 $L=10\log(I/I_0-I_2)$  であるから、 $I_0$  に対する音の強さのレベルを  $L_0$  とすると、式(8.13)より

$$L = L_0 - 4.343 \bar{\alpha} n t \quad (8.16)$$

が得られ、図 8.5(b)のようなグラフとなる。

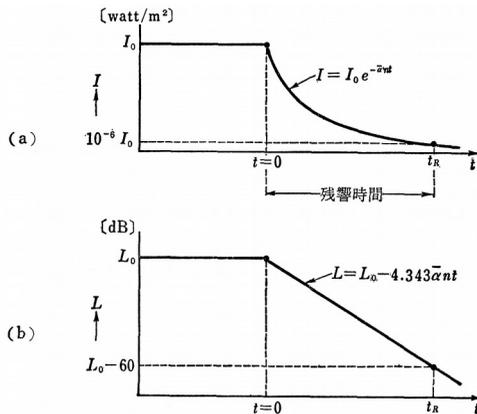


図 8.5

なお室容積  $V$  [ $\text{m}^3$ ]、室内全表面積  $S$  [ $\text{m}^2$ ]、音速  $C$  ( $=340$ ) [ $\text{m}/\text{s}$ ] とすると、統計的にこの室内での音の反射回数  $n$  [ $\text{回}/\text{s}$ ] は

$$n = \frac{cS}{4V} \quad (8.17)$$

で表わされる。これを用いると式(8.15)は次のように書き換えられる。

$$t_R = \frac{0.162 V}{A} \quad (8.18)$$

式(8.18)は、いわゆるセイビンの残響時間の式といわれている。

【例題 8.2】 普通よく用いられているアイリング(Eyring)の残響時間の式

$$t_R = \frac{0.162 V}{-S \log_e(1-\bar{\alpha})} \quad (8.19)$$

の場合の音響減衰率はどのように表わされるか。

【解】  $I = I_0 e^{-kt}$  と  $I/I_0 = 10^{-6}$  とから音響減衰率  $k$  を求めればよい。すなわち、 $10^{-6} = e^{-kt}$  に式(8.17)を代入して、両辺の対数をとれば、

$$-6 \log_e 10 = -k \frac{0.162 V}{-S \log_e(1-\bar{\alpha})}$$

となり、これに式(8.15)を用いると、

$$k = -n \log_e(1-\bar{\alpha}) \quad (8.20)$$

が得られる。

したがって、セイビンの式(8.14)  $e^{-am_R}$  に対応するアイリングの式は  $(1-\bar{\alpha})^{nt}$  ということになる。つまり、アイリングの考え方は1回反射するごとにその表面で吸収される分だけ残りのエネルギーが減少していくということを意味する。

### 8.3.3 室温変動率

暖房によってある室の温度が  $\theta_c$  で一定に保たれているとする。もし外気温が  $\theta_a$  で変わらないとした場合、暖房を停止した後の室温  $\theta_r(t)$  の降下は減衰の性状を示し次式で表わされる。

$$\theta_r(t) = (\theta_c - \theta_a) e^{-\delta t} + \theta_a \quad (8.21)$$

この  $\delta$  を室温変動率といい、室温降下の減衰性を示す指標となっている。式(8.21)を図に表わすと図 8.6 になる。

【例題 8.3】 室温変動率  $\delta$  を室の熱容量  $Q$  と

室の熱損失係数  $W$  によって表わせ。

【解】 室の熱容量  $Q$  [kJ/K] とは、ここでは家具の温度などを含めて室内空気の温度を  $1^\circ\text{C}$  上昇させるに必要な熱量あるいは  $1^\circ\text{C}$  下降したときに失われる熱量をいう。室の熱損失係数とは、室内外温度差  $1^\circ\text{C}$  のとき単位時間あたりに流出する熱量をいう。し

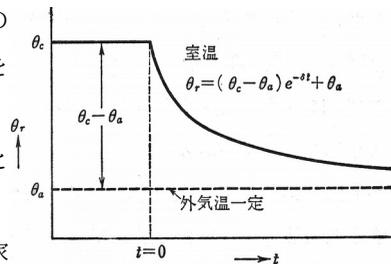


図 8.6

たがって、暖房停止後  $t$  時間の室温が  $\theta_r(t)$  のとき、熱損失は  $W\{\theta_r(t)-\theta_a\}$  であって、室温が  $dt$  時間に  $d\theta_r$  の割で下降したとすれば、室が失う熱量は  $Qd\theta_r(t)/dt$  で表わされる。熱供給がないときは、両者は等しいから、

$$Q \frac{d\theta_r(t)}{dt} + W\{\theta_r(t) - \theta_a\} = 0 \quad (8.22)$$

となる。初期条件として  $t=0$  で  $\theta_r(0)=\theta_c$  を用いて、上式を解くと、

$$\theta_r(t) = \theta_a + (\theta_c - \theta_a)e^{-(W/Q)t}$$

が得られる。したがって室温変動率は、

$$\delta = \frac{W}{Q}$$

で表わされる。

### 8.3.4 有毒ガスの発生量と室内の有毒ガス濃度

炭酸ガス、一酸化炭素あるいはタバコの煙など一般に人体に害のあるガスが室内で発生する場合、換気を行なうことによって室内の有毒ガス濃度をある限度以内におさえることが必要となる。

初め室に何もなかったとし、ある有毒ガスの室内濃度  $C$  は外気中に含まれているそのガスの濃度  $C_0$  に等しかったとする。時刻  $t=0$  以後  $k$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] の割合で室内に有毒ガスが発生するとき、室容積  $V$  [ $\text{m}^3$ ] で換気回数  $n$  [回/h] の換気を行なうとすれば、時刻  $t$  における室内のガス濃度  $C(t)$  は次のようにして求められる。

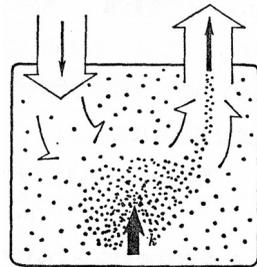


図 8.7

図 8.7 を参照して、換気量、つまり室へ流入する空気量および窓から流出する空気量はともに

$nV$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] であるから、室へ入る有毒ガスの量は  $nVC_0$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ]、室から排出される有毒ガスの量は、 $nVC$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] で、結局その差、 $nV(C-C_0)$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] が換気によって減少する室内の有毒ガスの量となる。ところが室内に  $k$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] の割合で有毒ガスが発生するから、差し引き  $k-nV(C-C_0)$  によって  $dt$  時間内に  $VdC$  だけ有毒ガス量が増加したと考えれば、この関係は次の式で表わすことができる。すなわち、

$$V \frac{dC}{dt} = k - nV(C - C_0) \quad (8.23)$$

$T=0$ において  $C=C_0$  という初期条件を用いて

$$C=C_0+\frac{k}{nV}(1-e^{-nt}) \quad (8.24)$$

が得られる。これが有毒ガス発生量と換気による室内有毒ガス濃度との関係式である。

【例題 8.4】 上式からその有毒ガスに対する最大許容濃度  $C_m$  を維持するために必要な換気回数を求めよ。

【解】 室内濃度が一定値  $C_m$  で継続するということは  $t=\infty$  のときに  $C=C_m$  なることを意味するから、所要換気回数を  $n_r$  とすると、式(8.24)から、

$$C_m=C_0+\frac{k}{n_r V}$$

が導かれる。したがって求める換気回数は次式から得られる。

$$n_r=\frac{k}{V(C_m-C_0)}$$

## 8.4 $e^{-kx}$ 形の減衰

### 8.4.1 複合形の減衰

距離の  $n$  乗に反比例する減衰と  $e^{-kx}$  形の減衰とが組み合わされた形の減衰で、これは2変数の関数についての減衰の場合が多い。たとえば変数  $x$  が距離、変数  $t$  が時間を表わすとき、この関数  $f(x, t)$  は

$$f(x, t)=\frac{a}{x^n} e^{-kt} \quad (8.25)$$

の形になる場合もあり、

$$f(x, t)=a e^{-ktx^n} \quad (8.26)$$

の形になる場合もある。

ここでは実例は省略するが、式(8.25), (8.26)に似た形の式が出て来た場合は、式の意味を考える際に複雑な式でもこのような減衰性状を示すものだと思えば理解しやすくなる。なお第9章のサットンの式(9.2)は(8.25), (8.26)両式の形を含む減衰の式であるといえる。

#### 8.4.2 $\sum a_i e^{-k_i x}$ の形の減衰

厳密にいうと実際は 8.3 の  $e^{-kx}$  の形の減衰というのは近似形であって、一般的には

$$f(x) = a_0 + a_1 e^{-k_1 x} + a_2 e^{-k_2 x} + a_3 e^{-k_3 x} + \dots \quad (8.27)$$

の形になっている。ここで  $k_1 < k_2 < k_3 < \dots$  とする。 $k_2, k_3, \dots$  が  $k_1$  に比べて大きく第 3 項以下が急激に減衰してしまうような場合に 8.3 で述べたような  $e^{-kx}$  の形の減衰として取り扱ってさしつかえないといえる。

式(8.27)で第 3 項以下を無視できない場合は、特に  $x$  が 0 に近い範囲についてであって、 $x$  の増加に従って先の項から順次無視できる値となる。第 16 章で述べる重み関数などはその例であって、場合により第何項まで無視してさしつかえないかは実用性を考慮に入れて決定する必要がある。

## 第9章 拡散、伝搬 (Diffusion, Propagation)

沸騰しているお湯のはいつているやかんを室内に放置しておく、水蒸気が室内中に広がりが散らばっていき、その結果室内空気の湿度は高くなっていく。このようにある気体の中の一部に濃度の高い別の気体の分子の集合があつてそれが全体の濃度を平均化する方向に分子が移動していくような現象を拡散という。また固体の中の不定常熱伝導の場合も、たとえば厚い壁の片側が強く熱せられて徐々にその熱が冷たい方へ移動していく場合も拡散という。また光線などがある方向からある面に強く当たって反射する場合に、その面の性質によってあらゆる方向に広がって反射する現象は拡散反射と呼ばれる。

拡散に似た現象に伝搬がある。両者ともエネルギーが伝わる現象であるが、伝搬の方は方向性があつてエネルギー密度は変化しないとみてよい。拡散はエネルギーが各方向へ分散して広がるのでエネルギー密度は減衰していくという性質がある。

### 9.1 気体の分子拡散

#### 9.1.1 フィックの拡散の法則 (Fick's law)

濃度の異なる2種の気体があつて、両者を同じ容器に入れると気体の分子は濃度の濃い部分から薄い部分へ向かつて移動していくが、この現象を拡散と言っている。

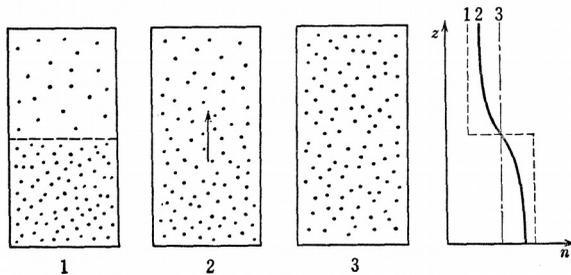


図 9.1

図9.1の1の状態から3の状態へ移る途中の2の状態を考えてみる。気体の濃度を分子密度  $n$  [mol/m<sup>3</sup>] で表わすと、この気体が  $z$  方向に拡散する場合、 $n$  は  $z$  の増大につれて減少する。すなわちその拡散量  $N$  [mol/m<sup>2</sup>s] は負の濃度こう配に比例することが知られており、次式で示される。

$$N = -D \frac{dn}{dz} \quad (9.1)$$

これをフィックの法則といい、 $D$  は比例定数で気体の拡散係数(diffusion coefficient)とよばれている。 $D$  の単位は[m<sup>2</sup>/s]である。

この式はじんあい、有毒ガス、火災の煙などが拡散する場合に共通な基本式である。

### 9.1.2 汚染物質の大気中への拡散

大気汚染は大きな社会問題でもあるが、この対策の基礎となる理論として、ここではいくつかの理論を紹介する。大気汚染の原因となる汚染物質の発生源は、形状からみると煙突のような点源、自動車の排気ガスのような道路全体から発生されるとみなせる線源、密集工場地帯のような面源などいろいろある。大気汚染はこの汚染物質の発生源から、大気中に汚染物質が拡散していく現象として捉えることができるが、ここでは煙突のような点源から発生される汚染物質が風と大気中の気温に影響されて拡散する状況を表わしたサットン(Sutton)の式を示す。

図9.2を参照して、煙突から出る煙の中に含まれる汚染物質の量を、 $Q$  [g/s]とし、

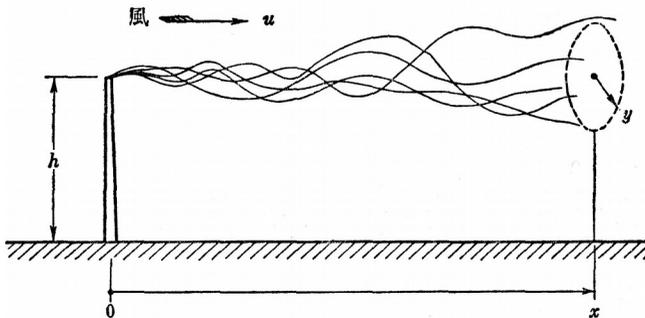


図9.2

$x$  方向の平均風速を  $u$ [m/s]、煙突の高さを  $h$ [m] とすると、煙突から距離  $x$ [m] 離れた地点で煙突の先端と同じ高さの位置から半径  $y$  のところの大気中の汚染物質の濃度  $C$  [g/m<sup>3</sup>] は次式で表わされる。

$$C(x, y) = \frac{2Q}{\pi b u x^{2-n}} \exp\left[-\frac{y^2 + h^2}{b x^{2-n}}\right] \quad (9.2)^{\dagger 1}$$

ここに、 $n$  および  $b$  は大気中の高さに対する温度こう配によって決まる定数で、サットンが与えているものであるが、これを曲線で表わしたものを図 9.3 に示す。

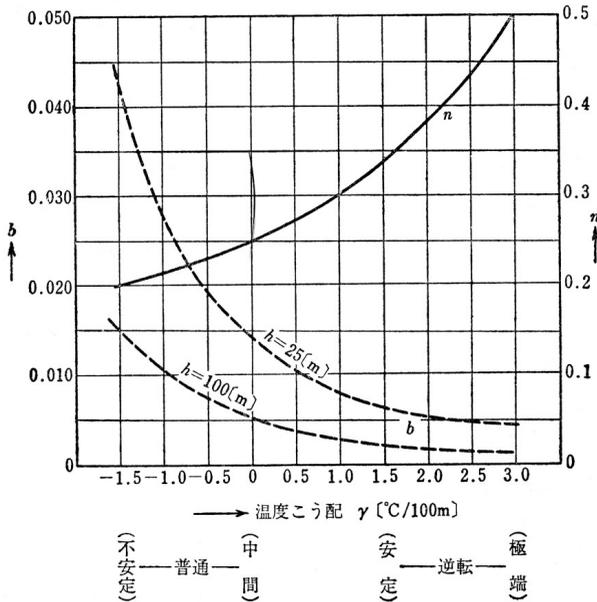


図 9.3

## 9.2 熱の拡散

第 4 章で述べた固体中の非定常熱伝導の公式は拡散の理論から次のようにして説明することができる。

まず、フーリエの熱伝導の式を  $x$  方向のみについて考えると、式(4.31)により

<sup>†1</sup> 文献(30)p.260 に  $y$  方向と  $x$  方向との要素を入れているが、本書では文献(168)p.51 にならない、これを簡略化して半径方向のみの式とした。 $b$  は文献(168)の式では  $c_2$  となっている。

$$q = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (9.3)$$

で表わされる。ここで、 $q$ は $x$ の正の方向に向かう熱流[W/m<sup>2</sup>]で、 $\theta$ は温度[°C]、 $\lambda$ は熱伝導率[W/(mK)]である。

一方、図9.4に示すように、この微小部分 $dx$ の前後での熱流の変化 $dq$ によって、その部分の温度が $dt$ 時間に $d\theta$ だけ変化するわけであるから、比熱を $C_p$ [kJ/(kgK)]、密度を $\rho$ [kg/m<sup>3</sup>]とすると、

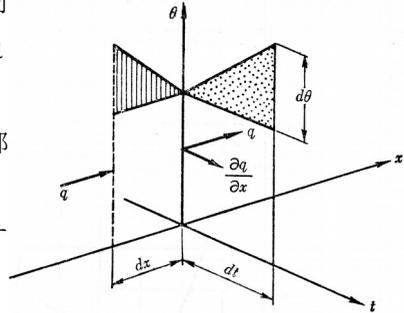


図9.4

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -C_p \rho \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (9.4)$$

がなりたつ。式(9.3)と式(9.4)とから、

$$\lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = C_p \rho \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

となり、 $\lambda/C_p \rho = a$ とおくと、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (9.5)$$

を得る。これは式(4.36)にほかならない。 $a$ を熱拡散率[m<sup>2</sup>/s]という。

【例題9.1】式(9.1)の気体の拡散係数 $D$ と式(9.5)の熱拡散率の単位はともに[m<sup>2</sup>/s]であるが、両者の類似性を式の上から説明せよ。

【解】式(9.1)の拡散量 $M$ [kmol/m<sup>2</sup>h]は、分子密度 $n$ [kmol/m<sup>3</sup>]の拡散方向の距離 $z$ に対するこう配に従って気体の分子が密度の小さい方向へ拡散していく速度と解することができる。一方、式(9.3)の両辺を $C_p$ で除し、 $\theta_p = m$ [kgK/m<sup>3</sup>]という密度ポテンシャルを考えると、この $m$ の拡散方向の距離 $x$ に対するこう配に従う拡散速度を $M$ [kgK/m<sup>2</sup>h]とすれば、 $M = q/C_p$ となる。これを式で表わせば、

$$M = -a \frac{dm}{dx}$$

となる。 $M$ の単位は[kgK/m<sup>2</sup>h]であり、 $m$ と $M$ との関係は $n$ と $N$ との関係と類似していることがわかる。このような意味から、本書では $a$ を温度伝導率とよぼずに熱拡散率とよぶことにした。

### 9.3 光の拡散反射と拡散透過

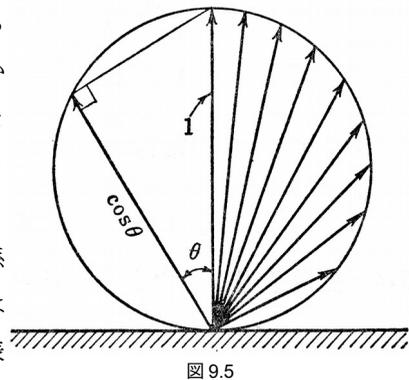
#### 9.3.1 鏡面反射

光線や熱線が鏡のような物体の表面に当たったときは、入射角と等しい反対側の方向へ反射される。

このような反射を鏡面反射というが、反射エネルギーの量としてはもちろん入射エネルギーより少なくなる。これは純幾何学的であるので作図や計算も容易であるが、実際には鏡面反射面として扱える場合は非常に少ない。鏡のように磨かれた金属面以外はだいたい以下に述べる拡散反射を起こす。

#### 9.3.2 完全拡散反射

拡散反射とはある特定の方向からの入射光があらゆる方向に向かって反射する場合をいう。そのうち特に入射角のいかににかかわらずどの方向からその表面を見てもその面の輝度<sup>†1</sup>が等しくなるような場合に、これを完全拡散反射という。反射角と反射エネルギーの強さとの関係を表わしたのが図9.5で、矢印の長さはその方向への反射エネルギーの強さを表わす。たとえば光の場合、面に対して法



線方向の光度<sup>†1</sup>を1とすると、反射角 $\theta$ の反射光の光度は $\cos\theta$ であるからその先端の軌跡は円になる。この関係は4.3で述べたランベルト面ともいう。コンクリート、石、れんが、木材、つや消し塗料仕上面などは理論上完全拡散面とみなしてさしつかえない。

#### 9.3.3 不完全拡散反射

実際の材料表面は一般に鏡面反射面でも完全拡散反射面でもなくその中間の不完全拡散反射面であって、その不完全の度合にもいろいろある。不完全拡散

<sup>†1</sup> 輝度、光度などの定義は文献(2)pp.321、文献(101)pp.188、文献(6)pp.111 参照

反射の傾向としては図9.6(c)に示すようにやはり入射角と同じ角度で反射する成分が大きく、鏡面に近い表面ほどその角度にきわめて近い角度の反射成分が特に強く、粗面になるほど反射エネルギーの強さを表わす軌跡は完全拡散面の円に近い形となる性質がある。汚れた金属面や光沢性塗料仕上面、規則的な凹凸のある面などはこの部類に属する。理論上特に厳密な計算を要求される場合には反射エネルギーの方向性を考慮に入れる必要を生じるが、一般の実用計算には前項の完全拡散反射面とみなして取り扱う場合が多い。

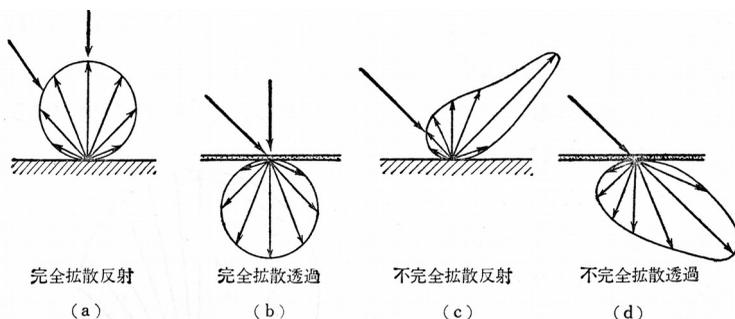


図 9.6

### 9.3.4 拡散透過

たとえば日射がガラスを透過して室内へはいる場合に、透明ガラスでは透過成分の方向は日射の入射方向と同じで、床面や壁面にはつきり日射の当たる部分と当たらない部分との区切がつくが、すりガラスや障子に入射した光はあらゆる方向に拡散されて透過する。拡散透過にもやはり不完全なものが多く、入射角と同じ方向の透過成分が最も強いのが普通である。図9.6(b)は完全拡散透過、(d)は不完全拡散透過のエネルギー密度の分布を示す。

しかしベネシャンブラインドのような特殊な場合もある。スラット1枚1枚を鏡面反射面と仮定しても、スラットがある傾斜角度に設定されたベネシャンブラインド全体を1つの半透明材料とみなすときは入射角の方向に対して透過光の光度または透過日射のエネルギー密度は斜め上方への成分が最も強くなる。指向性ガラスブロックにも同じような傾向がある<sup>†1</sup>。

†1 Stephenson, D.G. and Mitalas, G.P. : Solar Transmission through Windows with Venetian Blinds, Proceedings of C.I.E. Conference, 1965

指向性も透過率もともにスラットの角度、スラット表面の反射率、見かけの太陽高度(profile angle)などによって異なる。

## 9.4 音の伝搬

### 9.4.1 音波の波動方程式

音波は縦波であり、空気の疎な部分と密な部分とが時間的に変化することによって空気の振動が次から次へ起こっていく。これが伝搬という現象の代表的なもので、一般に3次元空間に起こる。

図9.7のような単位微小直方体の空気を考え、空気の比重量を  $\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$  とすると、この部分の重量は  $\rho dx dy dz$  である。いま  $x$  方向からこの直方体に音圧  $p[\text{kg}/\text{m}^2]$  が  $dt$  時間に与えられたとき、 $\xi$  だけ変位が生じたとする。

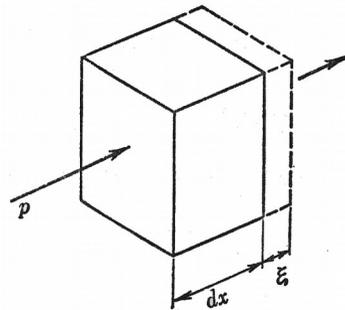


図9.7

このときこの直方体自体が受ける圧力は  $dx$  の前後での面での圧力の差で表わされるから、熱伝導の微分方程式の場合と同じ考え方により

$$p dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

となる。この圧力によって  $dt$  時間に生ずる変位  $\xi$  に対する加速度は  $\partial^2 \xi / \partial t^2$  であるから、ニュートンの第2法則に従って次式がなりたつ。

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = \rho dx dy dz \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

この両辺を  $x$  で微分し、また同様に  $y$  方向の変位を  $\eta$ 、 $z$  方向の変位を  $\zeta$  として同様な式を作り合計すれば

$$-\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) \quad (9.6)$$

となる。上式の右辺は3方向の変位の割合を示すものであるがこれと音圧  $p$  との間には

$$p = -\kappa \frac{\partial}{\partial t^2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \quad (9.7)$$

という関係がなりたつ。負号は正圧に対して変位は負となる意味を持つ。この比例定数  $\kappa$  を体積弾性率という。これは音速  $c$ [m/s] と比重量  $\gamma$  とによって、

$$\kappa = \rho c^2 \quad (9.8)$$

で表わされることが知られている。式(9.6)、(9.7)、(9.8)から次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \quad (9.9)$$

この式(9.9)がいわゆる音の波動方程式とよばれているもので、伝搬の性状を示す基本的な微分方程式である。

この微分方程式の解は

$$p = A \cos(ax + \alpha) B \cos(by + \beta) C \cos(cz + \gamma) e^{i\omega t} \quad (9.10)$$

のような形になり、 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  等の定数は音の伝搬する空間の形状によって定まるが一般に直方体の室以外の場合は解は困難である。

## 第10章 形態係数 (Form Factor)

### 10.1 形態係数の定義

#### 10.1.1 形態係数の意味および用語

熱放射の計算や照明の計算には必ず形態係数が問題となる。

形態係数とは、ある点またはある面から対象となる面の見える割合をいう。形態係数は、熱とか光とかのエネルギーには関係なく、それらの面の間の相対的な位置関係と形態のみによって定まり、形態係数の値は0から1の間の無次元の数値をとる。形態係数には点対面の場合と面対面の場合とがある。

本来このような形態に関係する無次元の量であるが、用途によって別の用語があるので注意を要する。以下に名称を列記するが内容は同一のものである。

- (1) 形態係数 従来おもに熱放射で用いられてきた語であるが、光にも用いられる。面対面の場合を特に全形態係数とよぶことがある。
- (2) 立体角投射率 採光で用いられる用語で、昼光率の算定の基礎になる値を与える。点対面の形態係数と同じ。
- (3) 天空率 Sky factor の訳で、たとえば窓面の1点から空を見るとき周囲建物の障害を除いた実際に空の見える割合の意。
- (4) 角関係 Winkelverhältnis(独)の訳で相互の面の重要な点を結ぶ直線間のなす角度の組合せから数値が定まるので、この名称がある。
- (5) 英語でもさまざまなよび名があり、form factor、shape factor、view factor、configuration factor などが自由に用いられている。

#### 10.1.2 形態係数の定義式

たとえばある面  $A$  の上のある1つの点  $O$  について、ある別の面  $S$  からどのくらいの放射エネルギーが  $O$  点に到達するかを考える。そのときは  $S$  面の大きさ

と  $O$  点との位置関係によって  $S$  面から発せられるエネルギーの強さは同じでも  $O$  点に到達するエネルギーの割合は変わってくる。

図 10.1 を参照して、面 1 から放射される放射のエネルギーの単位面積当たりの放射エネルギー密度を  $q_1$  とすると、面 1 に垂直な方向の強さは  $q_1/\pi$  となる。面 1 の微小部分  $ds$  から面 2 の  $O$  点に向かう方向のエネルギーはランベルトの余弦則によって、 $q_1 \cos \theta_1 ds/\pi$  である。これが面 2 の  $O$  点に到達するときには  $q_1 \cos \theta_1 ds/\pi r^2$  となり、 $O$  点の属する面 2 に垂直方向の投射エネルギーは、 $q_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 ds/\pi r^2$  となる。結局  $O$  点が面 1 全体から受けるエネルギー密度  $q_2$  はこれを面 1 の面全体について積分すると、

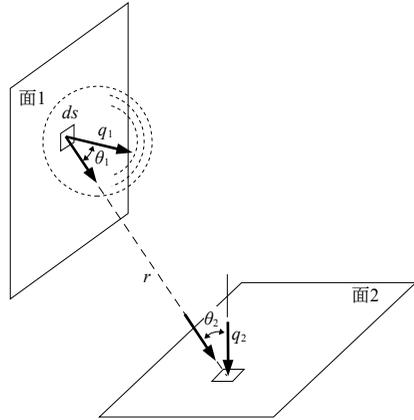


図 10.1

$$q_2 = \int_0 \frac{q_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 ds}{\pi r^2} \quad (10.1)$$

となる。ここで、

$$q_2 = \Phi_1 q_1 \quad (10.2)$$

とおくとき、 $\Phi_1$  を点  $O$  の面 1 に対する形態係数といい、次式で表わされることになる。

$$\Phi_1 = \int_0 \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} ds \quad (10.3)$$

点  $O$  と面 1 との相対的な形態位置関係が同じならば、光の場合でも放射熱の場合でも  $\Phi_1$  は同じ値となる。光の場合と放射の場合とで、 $q_1$  と  $q_2$  とは実際には次のような量として表わされる。

(1) 光の場合  $q_1$  : 光源の光束発散度 [rlx]<sup>†1</sup> (通常記号  $R$ )

$q_2$  : 受照面の照度 [lx] (通常記号  $E$ )

<sup>†1</sup> [rlx] (ラドルクス) も [lx] (ルクス) もともに [lm/m<sup>2</sup>] と同じ単位

(2)放射の場合  $q_1$  : 放射面から出る放射エネルギー[W/m<sup>2</sup>]

$q_2$  :  $q_1$ のうち  $O$  点に達する放射エネルギー[W/m<sup>2</sup>]

なお光の場合、光源の輝度  $B$ [cd/m<sup>2</sup>]<sup>†1</sup>を用いれば

$$R = \pi B \quad (10.4)$$

の関係から

$$E = \varphi_1' B \quad (10.5)$$

と表わすことがある。 $\varphi_1' = \pi \varphi_1$ で  $\varphi_1'$ の単位は[ster] (ステラジアン)であり、次式で表わされることになる。

$$\varphi_1' = \int_0^{\cos \theta_1} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r^2} ds \quad (10.6)$$

$\varphi_1$ と  $\varphi_1'$ とは混同しないよう注意しなければならない。本書では  $\varphi_1'$ は使わない。

## 10.2 形態係数の定義に関する法則

### 10.2.1 立体角投射の法則

式(10.3)で、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $r$ は  $ds$ によって異なる値をとることに注意しなければならない。式(10.1)あるいは式(10.3)で疑問に思われることは、実際に  $S$  についての積分とはどのように行なわれるかということと分母になぜ  $\pi$ があるかということである。これは立体角投射の法則によって次のように説明できる。

図 10.2 のように点  $O$  を半径 1 の円の中心にとると、 $O$  から  $S$  を見たとき見える形は半径 1 の半球表面上の  $P$  の形と同じである。したがって、式(10.3)で  $S$  面の微小部分  $dS$  について  $S$  全体について積分する代わりに半球面上の  $P$  面の微小部分  $dP$  について積分しても結果は同じになる。 $S$  面については  $r$  は  $ds$  によって異なるが、 $P$  面については  $r$  は常に 1 であるから計算が簡単である。すなわち、図 10.3 を参照して、

$$\frac{dS \cos \theta_1}{r^2} = \frac{dP}{1^2}$$

であるから、これを式(10.3)に代入することによって

<sup>†1</sup> [cd/m<sup>2</sup>]は[lm/str m<sup>2</sup>]と同じ単位。

$$\varphi_1 = \int_P \frac{\cos\theta_2 dP}{\pi} = \int_A \frac{dA}{\pi} \quad (10.7)$$

が得られる。つまり  $\varphi_1$  は  $P$  面の  $A$  面に対する正射影の面積の半径 1 の円の面積に対する比であるということになる。式(10.7)で表わされる形態係数の定義の方法が立体角投射の法則である。

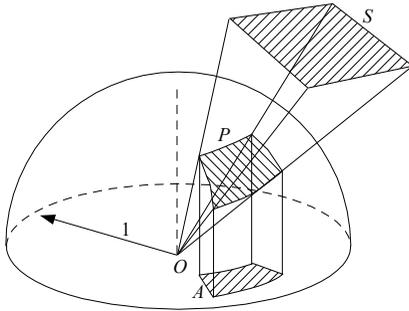


図 10.2

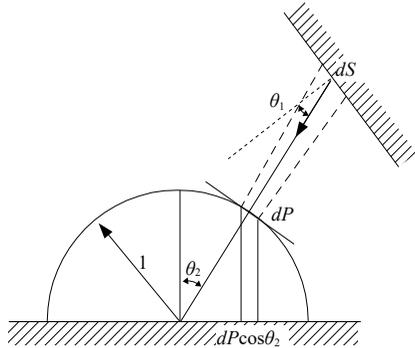


図 10.3

光の場合は光源が完全拡散面光源であることが条件であるが、放射熱の場合には一般に面は完全拡散放射を放出すると考えられるから、ここに定義される形態係数は両者の場合に共通の値である。

### 10.2.2 錐面積分の法則

錐面積分の法則は比較的規則的な形をした多角形の放射エネルギー一面に対する形態係数を算出するのに有用な法則である。ここでは図 10.4 のようにエネルギーを受ける点を含む面に平行な長方形放射面に対する形態係数を求める場合を例にとって説明する。

図 10.4 において、立体角投射の法則により  $O$  点の[面  $ABCD$ ]に対する形態係数は単位球の半径を  $r$  とすると、

$$\varphi = \frac{\text{面積 } OA'B'C'}{\pi r^2} \quad (10.8)$$

となる。辺  $AB$  の線分  $l$  の球面上への投影を  $m$ 、 $m$  の平面上への投影を  $n$  とすると式(10.8)の分子は三角形  $O-n$  の集合と考えることができる。そこで、

三角形  $O-m$  の面積は  $\frac{1}{2} r^2 d\theta$

三角形  $O-n$  の面積は  $\frac{1}{2} r^2 \cos \delta d\theta$

で表わされる。 $\delta$  は  $\theta$  によって変化するが、 $\angle AOB = \alpha$  とすると、三角形  $O-n$  の面積を  $\theta$  が 0 から  $\alpha$  まで積分すれば扇形  $OA'B'$  の面積が求まる。 $AB$  が図のように直線の場合は  $OA = \sqrt{a^2 + h^2}$  であるから、 $\cos \delta = a / \sqrt{a^2 + h^2}$  となり、扇形  $OA'B'$  の面積は

$$\int_0^\alpha \frac{1}{2} r^2 \frac{a}{\sqrt{a^2 + h^2}} d\theta = \frac{r^2 a \alpha}{2 \sqrt{a^2 + h^2}}$$

となる。同様にして、扇形  $OB'C'$  の面積は、 $\angle BOC = \beta$  とすれば

$r^2 b \beta / 2 \sqrt{b^2 + h^2}$  となる。両者の和が式(10.8)の分子であるから、

$$\varphi = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{a\alpha}{\sqrt{a^2 + h^2}} + \frac{b\beta}{\sqrt{b^2 + h^2}} \right) \tag{10.9}$$

で与えられることになる。ここに、

$$\tan \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + h^2}} \quad \tan \beta = \frac{a}{\sqrt{b^2 + h^2}}$$

である。

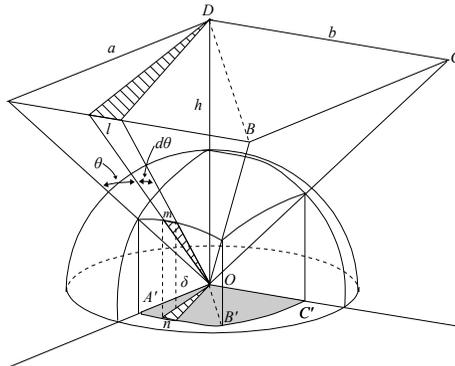


図 10.4

### 10.2.3 全形態係数

形態係数には前記 2 法則で例にあげた点対面の形態係数と、放射を受ける方も面である場合の対面の形態係数とがあり、後者を特に全形態係数というこ

とがある。言葉で表現するときには、本書では、前者を「ある点から面1を見る形態係数」あるいは「ある点の面1に対する形態係数」という表現を用い  $\phi_1$  という記号で表わす。

一方後者の全形態係数は「面2から面1を見る形態係数」あるいは「面2の面1に対する形態係数」という表現を用い、 $F_{21}$  という記号で表わす。したがって  $F_{21}$  の後の添字は常に対象となる面をさし、前の添字は今問題にしている面をさすことに注意すべきである。

【例題 10.1】  $\phi_1$  と  $F_{21}$  との関係を述べよ。

【解】 面2のある点付近の微小部分  $dS$  の面1に対する形態係数は  $\phi_1$  であり、 $F_{21}$  はこれを面2全体について積分したものである。すなわち

$$S_2 F_{21} = \int_{S_2} \phi_1 dS \quad (10.10)$$

という関係がある。

全形態係数を用いると、面2が面1から受ける平均エネルギー密度が得られるわけである。

【例題 10.2】  $\phi_1$  と  $F_{21}$  とが与えられていて、面1の光束発散度が  $R_1$ 、面1の放射エネルギー密度が  $q_1$  のとき、面2のある点の照度  $E_2$  とその点を受ける放射エネルギー密度  $q_2$  および、面2全体の平均照度  $E_{2m}$  と平均の放射エネルギー密度  $q_{2m}$  とを求める式を示せ。面1、面2の面積をそれぞれ  $S_1$ 、 $S_2$  とする。

【解】 面2のある点については、前節の定義により、

$$\left. \begin{aligned} E_2 &= \phi_1 R_1 \\ q_2 &= \phi_1 q_1 \end{aligned} \right\} \quad (10.11)$$

である。面2全体については、両面の面積が関係して

$$\left. \begin{aligned} E_{2m} S_2 &= F_{12} S_1 R_1 \\ q_{2m} S_2 &= F_{12} S_1 q_1 \end{aligned} \right\} \quad (10.12)$$

となる。ところが、後に述べる相反法則により、式(10.12)は、面2の面1に対する形態係数  $F_{21}$  を用いて次のように書き換えることもできる。

$$\left. \begin{aligned} E_{2m} &= F_{21} R_1 \\ q_{2m} &= F_{21} q_1 \end{aligned} \right\} \quad (10.13)$$

### 10.3 形態係数の公式

#### 10.3.1 形態係数の公式

一般によく現われる形態についての形態係数の公式を列挙しておく。

(a)放射面がく形の場合で、図 10.5 のような関係の場合、

(1)放射面と被放射面が平行のとき、 $q_p = \phi_p q$  にて

$$\Phi_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{a}{\sqrt{d^2+a^2}} \tan^{-1} \frac{b}{\sqrt{d^2+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{d^2+b^2}} \tan^{-1} \frac{a}{\sqrt{d^2+b^2}} \right) \quad (10.14)$$

なおこれは式(10.9)と同一である。

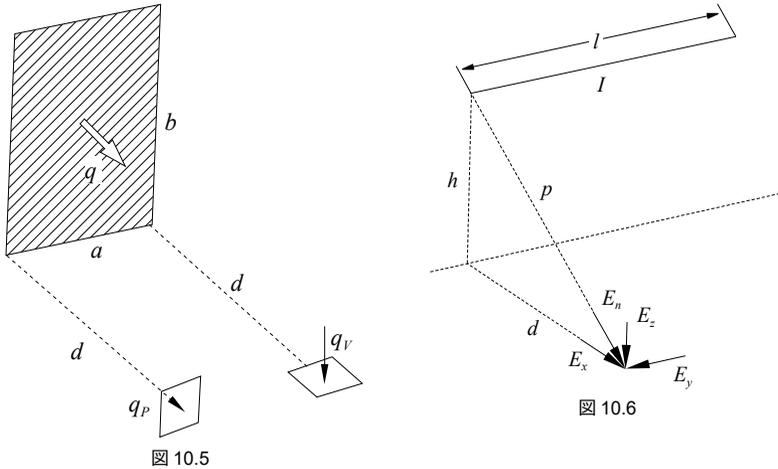


図 10.5

(2)放射面と被放射面が垂直のとき、 $q_p = \phi_p q$  にて、

$$\Phi_p = \frac{1}{2\pi} \left( \tan^{-1} \frac{a}{b} - \frac{d}{\sqrt{d^2+b^2}} \tan^{-1} \frac{a}{\sqrt{d^2+b^2}} \right) \quad (10.15)$$

(b)線放射源の場合 図 10.6 のような単位長さの法線方向の光度  $I$  [cd/m] の線光源による直射照度の式を示す。

$$E_n = \frac{I}{2} \left( \frac{1}{p} \tan^{-1} \frac{l}{p} + \frac{l}{p^2+l^2} \right) \quad (10.16)$$

$$E_z = \frac{h}{p} E_n \quad E_x = \frac{d}{p} E_n \quad (10.17)$$

$$E_y = \frac{I}{2} \frac{l^2}{p(p^2 + l^2)} \quad (10.18)$$

【例題 10.3】 図 10.6 の形で線熱源による高温放射暖房の場合、この線熱源全体から放射される放射エネルギーが  $H$  [kcal/h] のとき、 $E_n$  に相当する法線方向の放射エネルギー密度  $q$  [kcal/m<sup>2</sup>h] を求めよ。

【解】 式(10.16)の光度  $I$  はけい光燈のような場合の線光源から出る全光束  $F$  [lm] の立体角密度であり、反射板などがない場合はあらゆる方向に均一にエネルギーが放射されると考えられるから、放射熱の  $H$  は光束  $F$  に相当し、全球面に対する立体角は  $4\pi$  [str] であるから式(10.16)の  $I$  に相当するものは  $H/4\pi$  となる。したがって、

$$q = \frac{H}{8} \pi \left( \frac{1}{p} \tan^{-1} \frac{l}{p} + \frac{l}{p^2 + l^2} \right) \quad (10.19)$$

となる。

(c) 帯状放射源の場合

図 10.7 にて  $q_n = \varphi_b q$  とすれば

$$\varphi_b = \frac{h}{2\pi p} \left( \frac{l}{p^2 + l^2} + \frac{1}{p} \tan^{-1} \frac{l}{p} \right) \quad (10.20)$$

【例題 10.4】 光度  $I$  の帯状光源の水平面直射照度の式を求めよ。

【解】  $q_n$  に相当する法線方向の照度  $E_n$  は

$$E_n = \pi \varphi_b I$$

であるから、水平面照度  $E_z$  は、

$$E_z = h/p E_n = h/p \pi \varphi_b I$$

となる。

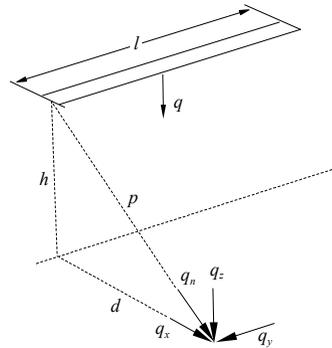


図 10.7

### 10.3.2 ラディオシティ (Radiosity)<sup>†1</sup>

閉空間において面  $i$  から空間への放射量は、その面  $i$  の温度による放射量に、他の面から面  $i$  へ到達した放射を反射した放射量を加算したものになる。これをラディオシティ  $R_i$  という。面  $i$  の温度による放射量は  $\varepsilon_i \sigma T_i^4$  であり、他の面  $j$  から面  $i$  への放射量は、面  $i$  の単位面積あたり  $S_j R_j F_{ji} / S_i$  となる。形態係数の相反法則から  $(S_j / S_i) F_{ji} = F_{ij}$  が成立するので

$$R_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^N \frac{S_j}{S_i} R_j F_{ji} = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^N R_j F_{ij} \quad (10.21)$$

となる。ここに  $i=1, 2, \dots, N$  である。完全拡散を仮定できる表面間においては非常に便利な表現である。面  $i$  からの正味の放射量を  $q_i$  とすると

$$q_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 - \varepsilon_i \frac{R_i - \varepsilon_i \sigma T_i^4}{1 - \varepsilon_i} = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (\sigma T_i^4 - R_i) \quad (10.22)$$

が得られる。

### 10.3.3 ゲブハルトの吸収係数 (Gebhart's absorption factor)<sup>†2</sup>

ゲブハルトの吸収係数  $R_{ij}$  とは、閉空間において面  $i$  から射出した放射のうち最終的に面  $j$  に吸収される放射量の割合をいう。放射の経路としては、面  $j$  に直接到達し吸収されるものと、他の面  $k$  にまず到達して反射されその後最終的に面  $j$  に吸収されるものの2種類があり、 $R_{ij}$  としてはその和である。すなわち、

$$R_{ij} = \varepsilon_j F_{ij} + \sum_{k=1}^N F_{ik} (1 - \varepsilon_k) R_{kj} \quad (10.23)$$

と表される。このゲブハルトの吸収係数  $R_{ij}$  を用いて、面  $i$  からの正味の放射量  $q_i$  を表すと

$$\begin{aligned} q_i &= \varepsilon_i \sigma T_i^4 - \sigma \sum_{j=1}^N \frac{S_j}{S_i} \varepsilon_j T_j^4 R_{ji} \\ &= \varepsilon_i \sigma T_i^4 \sum_{j=1}^N R_{ij} + \sigma \sum_{j=1}^N \varepsilon_j T_j^4 R_{ij} = \varepsilon_i \sum_{j=1}^N R_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \end{aligned} \quad (10.24)$$

となる。ここで、 $R_{ij}$  を用いて  $R_i$  を導くと

†1 ASHRAE Handbook -Fundamentals-, p.3.9

†2 Gebhart, B. : Heat Transfer, McGraw-Hill, New York, 1961

$$R_i = \varepsilon_j \sigma T_i^4 + \frac{1 - \varepsilon_j}{\varepsilon_j S_j} \sum_{j=1}^N S_j R_{ji} \sigma \varepsilon_j T_j^4 \quad (10.25)$$

となり、式(10.24)、式(10.25)から次式が導ける。

$$R_i = q_i + \sigma \sum_{j=1}^N R_{ij} T_j^4 \quad (10.26)$$

つまりラディオシティとゲブハルトの吸収係数は、視点が異なるだけで多重放射を評価する上では等価といえる。

【例題 10.5】  $\varepsilon_i S_i R_{ij} = \varepsilon_j S_j R_{ji}$  が成り立つ理由を説明せよ。

【解】 閉空間において面  $i$  と面  $j$  の正味の放射交換量  $q_{ij}$  は

$$q_{ij} = \varepsilon_i S_i \sigma T_i^4 R_{ij} - \varepsilon_j S_j \sigma T_j^4 R_{ji}$$

と表せる。ここで、 $T_i = T_j$  のとき  $q_{ij} = 0$  となるので

$$\varepsilon_i S_i R_{ij} = \varepsilon_j S_j R_{ji}$$

となる。

## 10.4 形態係数の実用図表

### 10.4.1 点対面の形態係数

#### (1) 木村幸一郎の昼光率加算法の表<sup>†1</sup>

点と面との位置関係が簡単な整数比の場合に適した数値表で、モジュールの考え方に通じている。精度が要求される場合には適さないので略算用である。

#### (2) 小木曾定彰の採光率図表<sup>†2</sup>

わが国では最も広く採光、照明計算に用いられている図表である。縦軸と横軸とに形態要素をとり、読み取るべき採光率は等高線になっているため正確に内そうがしにくく、また採光率の数値が大きい部分では小数点以下の読みが不正確になる欠点がある。

#### (3) 渡辺要の長方形光源による天空率図表<sup>†3</sup>

読み取るべき天空率が縦軸にとってある点、読みやすいが、曲線が急激に変化して正確に読めない部分があり、また形態を代表する 3 つの長さの組合せが不足している。

†1 文献(101)

†2 文献(6) (4) (26) 等

†3 文献(14) pp.238-239

(4) 関原疆の傾斜面長方形光源による立体角投射率の算定図表<sup>†1</sup>

代表長さのほかに傾斜角にもよって形態係数は変化するので、傾斜角ごとに別の図表として与えられている。

## 10.4.2 面對面の形態係数(全形態係数)

(1) ホッテル(Hottel)の図表<sup>†2</sup>(直交平面間)

最も有名なもので各種文献に引用されているが、横軸が等間隔になっているため特に図の左端部では不正確である。

(2) ヤコブ(Jacob)の図表<sup>†3</sup>

横軸に対数目盛を採用してホッテルの図表の欠点を改良し、平行平面間の図表は両軸とも対数目盛にしてあって読みやすい。

(3) 久野の直接入射光束図<sup>†4</sup>

点对面の小木曽の図表と類似の形で形態係数が曲線になっている。代表長さの組合せが不足していて限られた範囲しか利用できない。

(4) 渡辺の直接入射光束図<sup>†5</sup>

10.4.1(2)と同形式の図であるが、横軸が等分目盛で代表長さの組合せが不足している。久野の図表とともに輝度に対して用いる係数であるので放射熱に用いるときには $\pi$ で割る必要がある。

## (5) 木村・滝沢の図表

ヤコブの図表と同形式であるが代表長さの小さい場合を追加し、山内の光束関数の式を用いて作成した。図 10.8 に平行平面間の全形態係数の図表、図 10.9 に直交平面間の全形態係数の図表を示す。

---

†1 文献(4) pp.55

†2 文献(151)、(1)、(3)他

†3 文献(153)

†4 文献(14)p.266

†5 文献(14)p.268

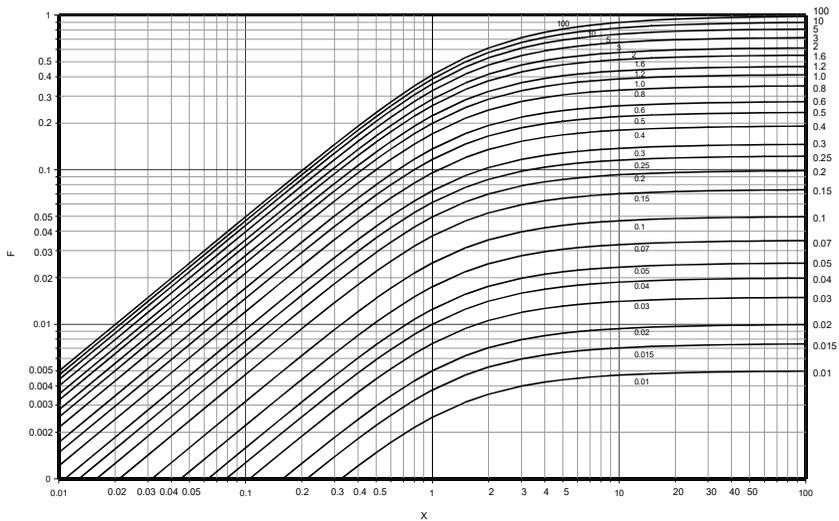


図 10.8

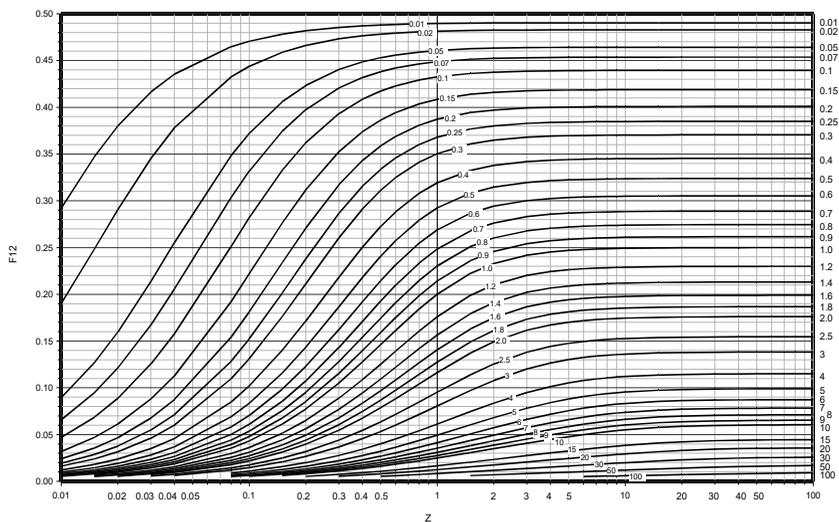


図 10.9

## 10.5 形態係数の性質に関する法則

### 10.5.1 相反法則

(1) 図 10.10 の場合、面 1、面 2 の面積  $S_1, S_2$  と、両者間の全形態係数  $F_{12}, F_{21}$  が与えられたとき、次の関係がある。

$$F_{12}S_1 = F_{21}S_2 \quad (10.27)$$

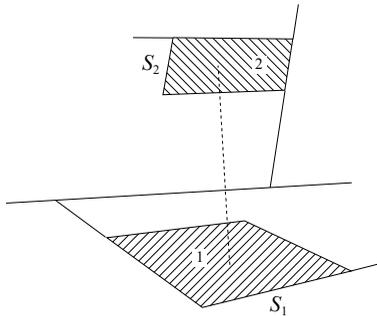


図 10.10

(2) 図 10.11 の場合、2 面内の微小部分 1、2、3、4 が図のように距離  $a, b, c$  の関係にあるときは、相互間の形態係数の間には次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{14} &= \phi_{32} \\ \phi_{41} &= \phi_{23} \end{aligned} \right\} \quad (10.28)$$

式(10.27)、(10.28)で表わされる 2 つの関係を表す法則を相反法則という。

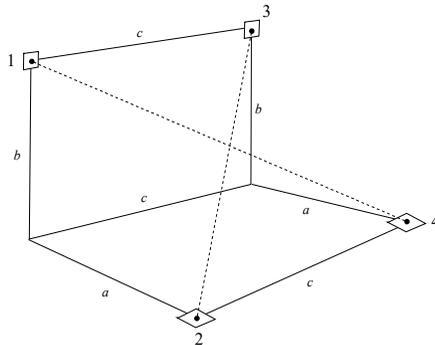


図 10.11

【例題 10.5】図 10.12 のような 4 面間で放射熱交換が行なわれる場合、面 1、面 2、面 3、面 4 の面積をそれぞれ  $S_1, S_2, S_3, S_4$  とし、各面からの放射熱をそれぞれ  $q_1, q_2, q_3, q_4$  とするとき、面 2 が面 1 と面 3 とから直接受ける放射熱量の単位面積当たりの量を求めよ。

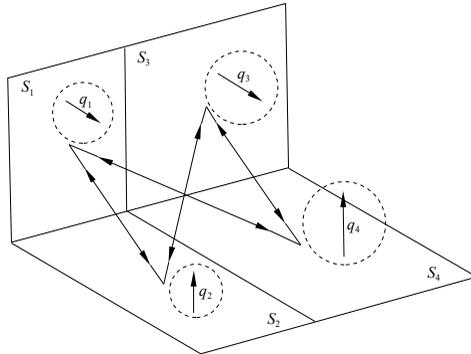


図 10.12

【解】面 2 は面 1 と面 3 とから直接放射熱を受けるから、その合計は

$$H_2 = F_{12} S_1 q_1 + F_{32} S_3 q_3$$

となるが、 $F_{32}$  は図表から求められない。そこで、相反法則により

$$F_{12} S_1 = F_{21} S_2 \quad F_{32} S_3 = F_{23} S_2$$

となるから

$$H_2 = (F_{21} q_1 + F_{23} q_3) S_2$$

となる。右辺 ( ) 内が面 2 の平均の単位面積あたりの放射受熱量となる。

### 10.5.2 全形態係数の和

直方体の室の面 1 から他の 5 個の面を見る形態係数をそれぞれ  $F_{12}, F_{13}, F_{14}, F_{15}, F_{16}$  とすると、これらの合計は 1 である。すなわち、

$$F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} + F_{16} = 1$$

である。一般に  $n$  個の面で囲まれた室の面 1 について面  $i$  に対する形態係数を  $F_{1i}$  とすると、次の式が成り立つ。これは重要な関係である。

$$\sum_{i=2}^n F_{1i} = 1 \quad (10.29)$$

### 10.5.3 相反法則の応用

(1) 図 10.13 のような場合、図表から  $F_{12}, F_{34}$  は直接求められるが、 $F_{14}, F_{32}$  等は直接求められない。これらは次のようにして求められる。面 1 と面 3 との合計

から面2と面4との合計を見る形態係数を  $F_{(1+3)(2+4)}$  とすると、これは図表から直接求められる。しかも

$$(S_1 + S_3) F_{(1+3)(2+4)} = S_1 (F_{12} + F_{14}) + S_3 (F_{32} + F_{34})$$

と表わすことができる。また相反法則により  $S_1 F_{14} = S_3 F_{32}$  であるから、

$$S_1 F_{14} = S_3 F_{32} = \frac{1}{2} \{ (S_1 + S_3) F_{(1+3)(2+4)} - S_1 F_{12} - S_3 F_{34} \} \quad (10.30)$$

となって  $F_{14}, F_{32}$  が求められる。

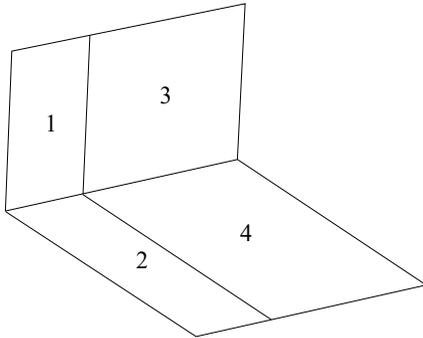


図 10.13

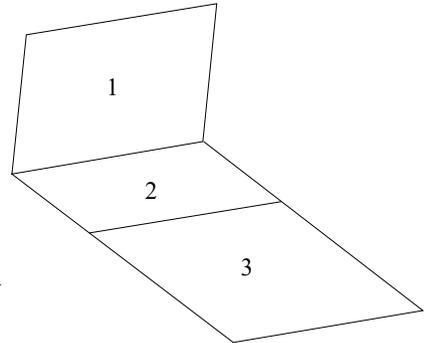


図 10.14

(2) 図 10.14 の場合は、図表から直接求められるのは  $F_{12}$  と  $F_{1(2+3)}$  である。このとき  $F_{13}, F_{31}$  は次のようにして求められる。

$$\left. \begin{aligned} F_{13} &= F_{1(2+3)} - F_{12} \\ F_{31} &= F_{13} S_1 / S_3 \end{aligned} \right\} \quad (10.31)$$

#### 10.5.4 球面の一部に対する形態係数

地上のある面が天空放射を受けるような場合に形態係数が必要となる。

(1) 垂直面の場合

$$\varphi = \frac{1}{2} \quad (10.32)$$

水平面について半球面全体については形態係数は1であり、図 10.15 のように垂直面は半球の半分しか見えない。

(2) 傾斜面の場合

$$\varphi = \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2} \quad (10.33)$$

ここに、 $\theta$ は面の傾斜角で、これを図 10.16 に示す。式(10.33)で $\theta=90^\circ$ とすれば式(10.32)になり、また $\theta=0^\circ$ で $\varphi=1$ となるので、式(10.33)は傾斜面の半球面に対する形態係数の一般式として用いられる。

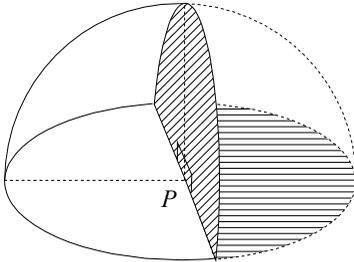


図 10.15

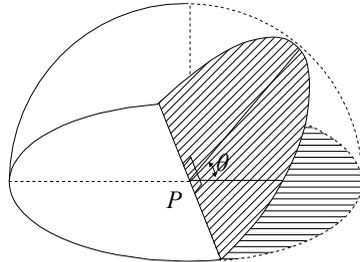


図 10.16

### 10.5.5 一様断面の形態係数

互いに見ることができる2つの面間の形態係数は Cross Strings Formula と呼ばれる非常に簡単な式から求めることができる。これは図 10.15 のような断面形が紙面に垂直に無限に続いている場合 面1から面2を見る形態係数は

$$F_{12} = \frac{(AD+BC) - (BD+AC)}{2AB}$$

で表わされる。

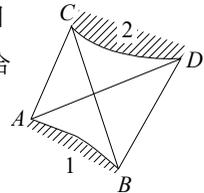


図 10.17

### 演習問題

図 10.18、図 10.19、図 10.20 においてそれぞれ  $F_{12}$  を求めよ。

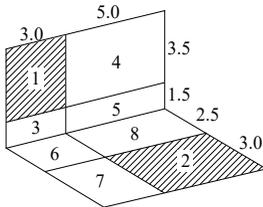


図 10.18

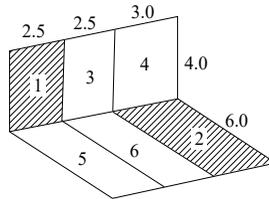


図 10.19

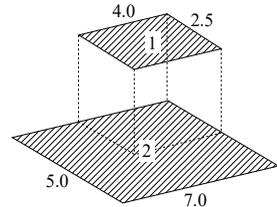


図 10.20

---

## 第II編 解法編 (Solution Methods)

第I編では主として建築設備基礎理論の中でも特に基本的な法則や定義式などについて述べたが、第II編では、問題を解く技法について述べる。実際に遭遇する問題はさまざまな現象が組み合わされたものとして与えられるので、どのようにして問題を解くべきかということがなかなかわからない場合が多い。同じ問題を解くにもいろいろな方法がありどの方法を選択するかによって答に至る過程で難易が生ずる。この第II編では、あらゆる解法を全部網羅するのはむずかしいので、特に建築設備の分野で適用される解法について、著者の分類に従ってその応用面での長短を考えながら解説することにする。

## 第11章 平衡式 (Equation of Balance)

### 11.1 平衡式の役割と条件

問題が与えられたとき、問題の意味するところを平衡式に表わし、その平衡式を解くことによって問題の答を得るという手段は、最も基本的な問題の解法である。この解の過程を分解すると図 11.1 のようになる。つまり最初の段階で、与えられた問題の内容を数式に置き換えるという作業があるが、これは 1 つの式で表わされる場合もあるし、2 つ以上の式になることもある。後者の場合は未知数の数だけ式が必要で、これを連立方程式として解くことになる。これらの式はほとんどの場合が平衡式であって、両辺の量が互いに平衡しているという意味を持っている。場合によってはその平衡式を解く方法が難しく、特殊な技法による必要を生ずるが、これについては第 12 章以下の各章に述べる。本章ではまず基本的な場合として平衡式を立てることに重点を置き、平衡式の解が簡単であるような場合について例示する。

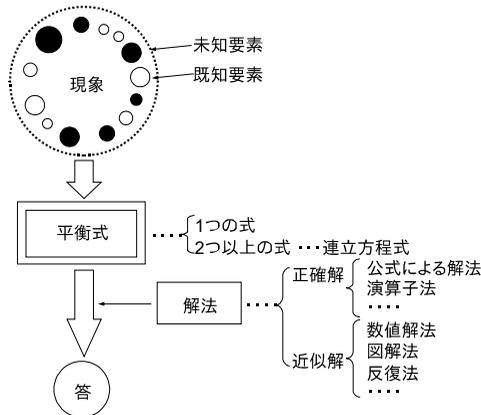


図 11.1

次に平衡式をたてるための一般的注意事項としての平衡式の条件を掲げる。

- (1) 等式の両辺の単位は同一であること。
  - (2) 等式の両辺の符号も同一であること。
  - (3) 等式の両辺あるいは片方が数項の和の形で表わされるときは、その各項とも同一単位であり、しかも他の辺の単位とも同一であること。
- つまり、立ててみた平衡式を解く前にそれが正しいかどうかをチェックする必要がある。多数の複合単位の量の積で表わされているような場合は特に注意する必要がある。さらに細かい注意事項として
- (4)  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\log x$  などの  $x$  が1つの量または数式であるとき、 $x$  は無次元でなければならない。
  - (5)  $d\theta/dx$ ,  $\int f(t)g(t)dt$  などを含む平衡式のときは特に単位には気をつける必要がある。 $dt$  は  $t$  の微小量であるが単位は  $t$  と同一である。

## 11.2 熱の平衡

### 11.2.1 表面温度を求める問題

熱に関する問題について平衡式の例を示す。

【例題 11.1】 図 11.2 のように壁体の熱貫流を考えると、室内空気温度  $\theta_r$  [°C]、外気温度  $\theta_a$  [°C]、壁体の熱コンダクタンス  $C$  [W/(m<sup>2</sup>K)]、内側および外側の表面熱伝達率それぞれ  $\alpha_i$ ,  $\alpha_o$  [W/(m<sup>2</sup>K)] を知って、外側および内側の表面温度を求める式を導け。ただし、定常状態とする。

【解】 求める外表面温度を  $\theta_o$ 、内表面温度を  $\theta_i$  とする。まず、内表面に着目すると、室内空気から内表面に向かう熱流は  $\alpha_i(\theta_r - \theta_i)$  であり、内表面から外表面へ向かう熱流は  $C(\theta_i - \theta_o)$  であって、定常状態ではこの両者は相等しくこれを式で表わすと、

$$\alpha_i(\theta_r - \theta_i) = C(\theta_i - \theta_o) \quad (11.1)$$

となる。この式の左辺は内表面にはいる熱流で右辺は内表面から出る熱流であり、

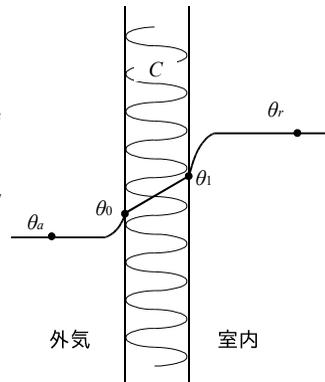


図 11.2

両者が等しいということは、この内表面における熱流の平衡を示している。つまり式(11.1)は内表面における熱平衡式である。前項の注意事項をチェックすると、両辺とも単位は[W/m<sup>2</sup>]であって、図 11.2 のような温度分布では符号も両辺とも正であるとは明らかである。次に外表面についても全く同様な熱平衡式が得られる。すなわち、

$$C(\theta_1 - \theta_0) = \alpha_o(\theta_1 - \theta_0) \quad (11.2)$$

となる。したがってこの場合、未知数が  $\theta_1$  と  $\theta_0$  との 2 つあり、平衡式も 2 つあるので、これらを連立方程式として普通に解けばよい。答は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= K \left\{ \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{\alpha_o} \right) \theta_r + \frac{1}{\alpha_i} \theta_a \right\} = \theta_r - \frac{K}{\alpha_i} (\theta_r - \theta_a) \\ \theta_0 &= K \left\{ \frac{1}{\alpha_o} \theta_r + \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{\alpha_i} \right) \theta_a \right\} = \theta_a - \frac{K}{\alpha_o} (\theta_r - \theta_a) \end{aligned} \right\} \quad (11.3)$$

ここに  $K = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{\alpha_o} + \frac{1}{\alpha_i}}$  であって、 $K$  はこの壁体の熱貫流率である。

### 11.2.2 相当外気温度

【例題 11.2】夏季、建物の外表面に強い日射が当たると、外表面温度は外気温より高くなることがある。壁体の熱コンダクタンス  $C=3.5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ 、外側表面熱伝達率  $\alpha_o=17 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ 、内側表面熱伝達率  $\alpha_i=9 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ 、外表面の日射吸収率  $\alpha_s=0.8$  とする。この壁面に当たる日射が  $I=600 \text{ W/m}^2$  のとき、外表面温度および室内への熱流を求めよ。ただし、外気温  $\theta_a=33 \text{ }^\circ\text{C}$ 、室温  $\theta_r=26 \text{ }^\circ\text{C}$  とする。

【解】図 11.3 を参照して、外表面での熱平衡式は、外表面において流入する熱量  $q_1$  と流出する熱量  $q_2$  とは等しく平衡すると考えることによって得られる。まず、流入する熱量としては、未知の外表面温度を  $\theta_s$  [ $^\circ\text{C}$ ] とすると、外気からの伝達熱量  $\alpha_o(\theta_a - \theta_s)$ 、外表面での吸収日射量  $\alpha_s I$  がある。もし  $\theta_a < \theta_s$  でも上式でさしつかえない。すなわち、

$$q_1 = \alpha_o(\theta_a - \theta_s) + \alpha_s I \quad (11.4)$$

となる。次に流出熱量は外表面から壁体を通して室内空気までの貫流熱量であるから、

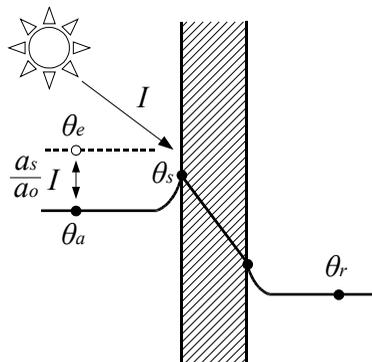


図 11.3

$$q_2 = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{\alpha_i}} (\theta_s - \theta_r) \quad (11.5)$$

となる。したがって、熱平衡式は  $q_1 = q_2$  であって、次のようになる。

$$\alpha_o (\theta_a - \theta_s) + \alpha_s I = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{\alpha_i}} (\theta_s - \theta_r) \quad (11.6)$$

上式の右辺および左辺の各項の単位はいずれも  $[\text{W}/\text{m}^2]$  となることに注意する。

これを  $\theta_s$  について解けば

$$\theta_s = K \left\{ \left( \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{C} \right) (\theta_a + \frac{\alpha_s}{\alpha_o} I) + \frac{1}{\alpha_o} \theta_r \right\} = 56.7 \quad (11.7)$$

となる。ただし、 $K$  は熱貫流率で

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_o} + \frac{1}{C} + \frac{1}{\alpha_i}}$$

である。室内への流入熱量は  $q_2$  にほかならないから、式(11.7)の  $\theta_s$  を式(11.5)に代入して、

$$q_2 = K \left( \theta_a + \frac{a_s}{a_o} I - \theta_r \right) = 77.3 \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (11.8)$$

を得る。

これを日射  $I$  がいない場合と比べると、外気温が  $(\alpha_s/\alpha_o) I$  だけ上昇したことに相当するので

$$\theta_e = \theta_a + \frac{a_s}{a_o} I \quad (11.9)$$

とおき、 $\theta_e$  を日射相当外気温度(sol-air temperature)、あるいは略して相当外気温度とよぶ。建物外表面での熱平衡を対流と放射に分けて考えた場合の式は第 24 章で説明する。

### 11.2.3 熱容量を含む系

室温変動理論の基礎微分方程式の問題である。

たとえばある室があり、その室の内外の温度、熱の移動などを考えるとき、その全体を総称して熱的系 (thermal system) という。

【例題 11.3】図 11.4 に示すように、ある熱的系があって、この系の熱的性質として内部の熱容量が  $Q$   $[\text{J}/\text{K}]$  であり、外界の温度  $\theta_0$  とこの系の内部の温度  $\theta$  との差に比例した熱損失が常に起きるものとし、その比例定数を  $W$   $[\text{W}/\text{K}]$  とする。

そこでこの系に  $H$   $[\text{W}]$  の熱が供給されるとき  $\Delta t$  秒に  $\Delta \theta$  だけこの系の内部の温度

が上昇したとする。この関係を熱平衡式として示せ。

【解】次の順序によって熱平衡式を求める。

(1) 熱損失は  $W(\theta - \theta_0)$  で表わされ、単位は[W]となる。

(2) この系の内部に正味たくわえられる熱量は、熱供給と熱損失との差であるから、 $H - W(\theta - \theta_0)$  である。

(3) この系の内部温度を  $\Delta\theta$  上昇させるのに必要な熱量は  $Q\Delta\theta$  で、単位は[J]となる。

(4) (2) の熱量が  $\Delta t$  秒与えられ、これが (3) の熱量と常に平衡するから、

$$\{H - W(\theta - \theta_0)\} \Delta t = Q \Delta \theta \quad (11.10)$$

となる。これが求める熱平衡式であって、単位は両辺とも[J]である。

これはまた次のように考えることもできる。

時間に対する温度上昇のこう配は  $\Delta\theta/\Delta t$  であるから、この系が単位時間あたり吸収する熱量は  $Q\Delta\theta/\Delta t$  となり、この単位は[J/s]、すなわち[W]となる。単位時間あたりの損失熱量  $W(\theta - \theta_0)$  とこの和が熱供給  $H$  に等しいという考えから、

$$Q \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + W(\theta - \theta_0) = H \quad (11.11)$$

という熱平衡式が得られる。単位は両辺の各項とも[W]になる。

この熱的系が室であるとき、式(11.11)で  $\Delta\theta/\Delta t$  を一般化して  $d\theta/dt$  としたものがいわゆる室温変動の微分方程式となる。

## 11.3 圧力の平衡

### 11.3.1 中性帯

室内外に温度差がかなりあって、そのため内外の空気の密度に差ができる結果、内外の圧力分布に差が生じる。したがって、外の圧力の方が高い部分から外気が流入し、内の圧力の方が高い部分から室内空気が流出する。これを温度差による自然換気というが、内外の圧力が等しくなって空気の流入流出が行なわれない部分がある。この部分を中性帯とよぶ。

【例題 11.4】暖房時の室内空気の密度を  $\rho$ 、外気の密度を  $\rho_a$ 、地面における外気圧を基準にとって 0 とおき、これに対する地面上の室内の圧力を  $p_0$  とすると

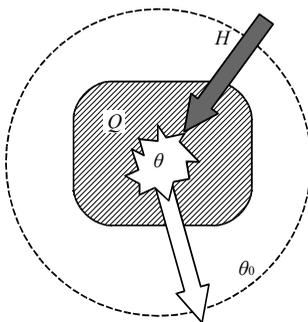


図 11.4

き、地表から高さ  $Z$  の中性帯の位置を求めよ。

【解】図 11.5 に示すように、高さ  $Z$  の点の外気圧を  $p_a$ 、室内圧を  $p$  とすると、これらはそれぞれ次のように表わされる。

$$p_a = -\rho_a Z \quad p = p_0 - \rho Z$$

中性帯では  $p = p_a$  であるから、上式より圧力平衡式は

$$-\rho_a Z = p_a - \rho Z$$

となり、これより

$$Z = \frac{p_a}{\rho - \rho_a}$$

が得られる。 $Z$  はこの場合地表面からの高さ[m]である。

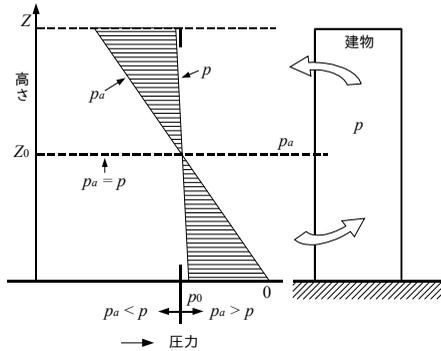


図 11.5

### 11.3.2 流体の流れにおける平衡

流体の流れの問題を解く場合には圧力に関する平衡式を立てることをまず考えたとよい。ダクト内の空気の流れや管内の水の流れの問題では第 5 章に述べたベルヌーイの定理の式がそのまま平衡式となる。

【例題 11.5】図 11.6 に示すようなダクトがあり、あるところから太くなっているような場合、その拡大部の両端での静圧の変化を求める一般式を導け。

【解】ダクト内は同じ空気が流れているから、流量  $Q$  はどこでも一定で、しかも当然ながら、ダクト内の全圧は一定である。この問題では第 5 章のベルヌーイの定理に第 3 章の式(3.23)の摩擦による圧力損失  $\Delta p$  を加味して考える。まず拡大部の前端では、そこでの静圧を  $p_{s1}$  とすると、全圧は

$$p_T = p_{s1} + \frac{\rho v_1^2}{2} + \Delta p$$

である。一方拡大部の後端では、全圧は

$$p_T = p_{S2} + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

となり、両者を等しくおくことによって

$$p_{S1} = \frac{\rho v_1^2}{2} + \Delta p = p_{S2} + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

という平衡式が作られる。図のようなダクトの形では  $v_1 > v_2$  となり、しかも  $\Delta p$  は式(3.23)の圧力損失係数  $\xi$  を用いて表わすと正の値であるから、拡大部両端の静圧の差は正の量として

$$p_{S2} - p_{S1} = \frac{\rho v_1^2}{2} + \xi \frac{\rho v_1^2}{2} - \frac{\rho v_2^2}{2} = \frac{\rho}{2} \{ (1 + \xi) v_1^2 - v_2^2 \}$$

となる。

つまり、ダクトの拡大によって静圧は増加するわけで、この増加分を静圧再取得 (static pressure regain) 略して SPR とよんでいる。

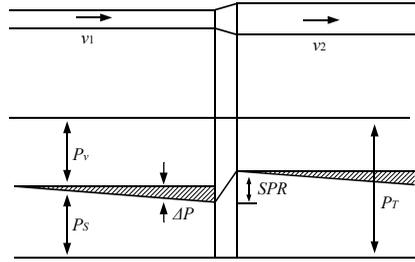


図 11.6

## 11.4 物質平衡

温度の異なる湿り空気が混合したり、湿り空気に水蒸気が与えられたりすることは空調設備の中でよく起こる。このような場合は、熱の平衡式と同時に物質平衡式を立てないと問題は解けない。

【例題 11.6】容積  $V$  [m<sup>3</sup>] の箱内の空気の絶対湿度が、初め  $x_1$  [g/kg] であって、この箱の中に空気と同じ温度の水蒸気を  $m$  [g] 放出したとき、絶対湿度  $x_2$  はいくらになるか。ただし、箱は完全断熱されているとする。

【解】まず  $V$  [m<sup>3</sup>] の乾燥空気の質量は、空気の密度を  $\rho_a$  [kg/m<sup>3</sup>] とすると、 $\rho_a V$  [kg] であるから、初めの空気中の水蒸気質量は  $\rho_a V x_1$  [g] である。これに  $m$  [g] の水蒸気が加えられて、その後の水蒸気質量は  $\rho_a V x_2$  [g] となるので、これを式に表わすと

$$\rho_a V x_1 + m = \rho_a V x_2$$

となる。これは物質平衡式であって、両辺とも単位は水蒸気質量の [g] である。これより

$$x_2 = x_1 + \frac{m}{\rho_a V}$$

となる。この式で  $\rho_a$  は空気の密度であることに注意する。

演 習 問 題

(1) [例題 11.1]で熱コンダクタンス  $C$  の代わりに熱貫流率  $K$  [ $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ ]が与えられたときは、平衡式はどうなるか。表面温度を  $K$  を用いて求める式を導け。

(2) 室温  $20^\circ\text{C}$ 、外気温  $5^\circ\text{C}$  で定常状態のとき、 $\alpha_o = 23 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ ,  $\alpha_i = 9 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  として次の壁体の内外表面温度を求めよ。

(a) コンクリート (厚  $10 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 1.5$ )の単層壁

(b) 外側鉄板 (厚無視) + 保温材 (厚  $5 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 0.05$ )  
+ 中空層 ( $C = 0.2$ ) + 合板 (厚  $6 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0.2$ )

(3) 上の問題 (b)で、中空層に面した保温材表面と合板表面との温度を求めよ。

(4) 図 11.7 のような二重ガラスに単位の日射量  $1 \text{ W}/\text{m}^2$  が当たるとき、ガラスの吸収率を  $A_o, A_i$ , 外側境界層、中空層、内側境界層の熱抵抗をそれぞれ  $R_o, R_s, R_i$  とすると、透過分以外の日射熱取得つまりガラスに吸収された日射量のうちで室内へ内側ガラスの表面から伝達される熱量は

$$\frac{(R_A + R_o) A_i + R_o A_o}{R_A + R_o + R_i}$$

で表わされることを証明せよ。

【方針】 ガラスの厚さを無視しガラスの温度を  $\theta_o, \theta_i$  として、ガラスでの熱平衡式をたてて  $\theta_o, \theta_i$  について解く。

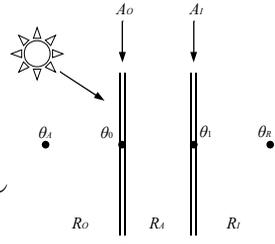


図 11.7

(5) 図 11.8 のような完全断熱された箱に絶対湿度  $x_1$

[ $\text{g}/\text{kg}$ ]の湿り空気  $G$  [ $\text{kg}/\text{h}$ ]が流入し、箱内にその空気と同温の水蒸気  $L$  [ $\text{g}/\text{h}$ ]が放出されるとき、流出する湿り空気の絶対湿度  $x_2$  を求めよ。

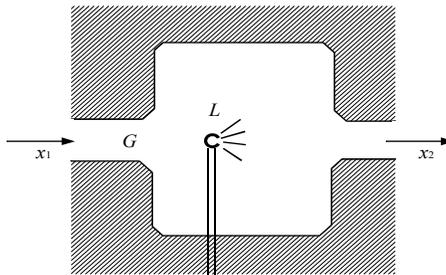


図 11.8

## 第12章 次元解析 (Dimensional Analysis)

### 12.1 $\pi$ 定理と無次元数

#### 12.1.1 $\pi$ 定理

たとえばある実験を行なうときに、その結果として、 $y$  が  $n$  個の変数  $x_0, x_2, \dots, x_n$  の関数の形で与えられるであろうことが予想されるとする。つまり、

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (12.1)$$

のような関係があるときは、その実験を各変数の 2 つの異なる値について行なうとしても  $2^n$  種類の実験を行なわなければならない。ところが、ここにいくつかの適当な変数を組み合わせた変数を考えてその新しい変数の異なる値について実験を行えば、結局同じ結果を得るのに、実験の回数は少なくて済むという便利な手法がある。

$\pi$  定理というのはこれを法則として表わしたもので、式(12.1)で変数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の次元を  $m$  個の基本の次元の組合せで表わすことができたとして、式(12.1)は  $n-m$  個の変数の関数として表わされる、という。ここで、この新しい  $n-m$  個の変数は、全部  $y, x_1, x_2, \dots, x_n$  の中のいくつかの変数の積からなる無次元の量とする。これを普通無次元数といっている。

これはまた実験の結果などを図表に示す場合などにも有効で、変数が多いほど多数の図表を作成する必要があるが、無次元数をパラメータにとった図表にすれば 1 つの図表で多くの変数の組合せについての答が得られることになる。

このように  $\pi$  定理の利用により、実験や理論解析において変数の数を事実上減らして問題を簡単化することができる。それにはまず変数の次元を分解して種々の無次元数を作り、それらの無次元数の間の関係を見いだしていくことになる。こう いう手法を称して次元解析といっている。

次元解析といわなくても問題の解決に次元解析を事実上用いていることは多い。特に変数の数が多い場合により有効なことはもちろんで、建築設備の分野では対流熱伝達、物質移動、非定常熱伝導などの研究に広く応用されている。また次元解析は無次元数で処理するため、フートポンド系、CGS系などに無関係であることも利点の1つとしてあげられる。

### 12.1.2 無次元数

ある物理量の次元というのはその量の単位の内容を意味するものであるが、便宜上通常用いられる次の基本次元のべきの積であらゆる量の次元を表わすことになっている。

表 12.1 基本次元

基本量	長さ	時間	質量	温度	熱量
基本次元	$L$	$T$	$M$	$\theta$	$H$

【例題 12.1】速度、熱伝達率、比熱、マッハ数の次元を示せ。

【解】

速度：単位が[m/s]であるか[km/h]であるかにかかわらず速度の次元は $LT^{-1}$ である

熱伝達率：単位は[W/(m<sup>2</sup>K)]であるから次元は $HL^{-2}T^{-1}\theta^{-1}$ となる

比熱：単位は[kJ/(kgK)]であるから次元は $HM^{-1}\theta^{-1}$ である

マッハ数：ある速度の音速に対する比を意味するから次元はない。[-]で表す。

上の例題のマッハ数は1つの無次元数である。 $\pi$ 定理に示される無次元数は自由に作ることができるが、建築設備の分野で特に多く用いられる無次元数を表 12.2 に列挙しておく。この表中の各量の定義は表 2.1 に記してあるとおりである。また特によく用いられる水と空気との動粘性係数の温度によって変化する値を図 12.1 に示す。

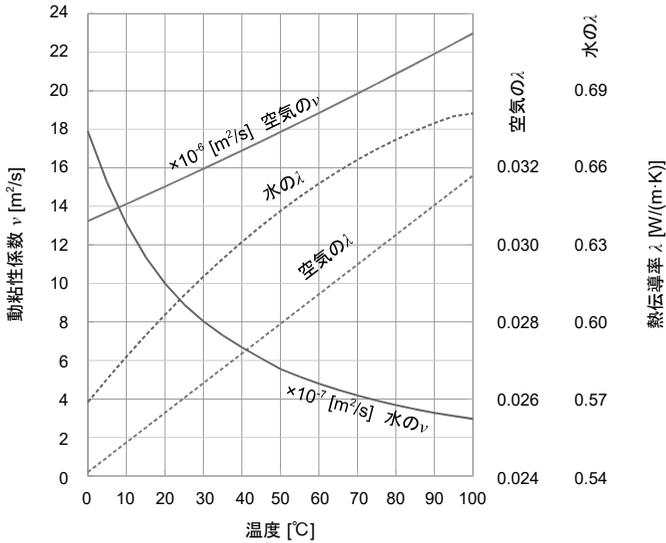


図 12.1

表 12.2 無次元数

記号	名称	定義	他の無次元数との関係
$Nu$	ヌセルト数	$al\lambda^{-1}$	$St = Nu Re^{-1} Pr^{-1}$ $Pe' = Re Pr$
$Re$	レーノルズ数	$vlv^{-1}$	
$Gr$	グラスホフ数	$g\beta\Delta\theta l^3 v^{-2}$	
$Pr$	プラントル数	$va^{-1}$	
$Gz$	グレッツ数	$\pi/4 d^2 u C_p \lambda^{-1} l^{-1}$	
$St$	スタントン数	$aa\lambda^{-1} v^{-1}$	
$Pe'$	ペクレ数	$vla^{-1}$	
$Sh$	シャーウッド数	$k_c l D^{-1}$	
$Sc$	シュミット数	$vD^{-1}$	
$Bi$	ビオ数	$al\lambda^{-1}$	
$Fo$	フーリエ数	$atl^2$	$Ra = GrPr$ または $gl\Delta\theta v^{-2} T$
$Eu$	オイラー数	$g\Delta\rho\gamma^{-1} v^{-2}$	
$Fr$	フルード数	$v^2 g^{-1} l^{-1}$	
$Ra$	レイリー数	$g\beta\Delta T l^3 v^{-1} a^{-1}$	
$Ar$	アルキメデス数	$l^3 \rho \Delta\rho g u^{-2}$	

## 12.2 対流熱伝達への応用

対流熱伝達の問題は次元解析が最も効果的に用いられる分野であり、4.4に示した対流熱伝達の公式は無次元数のべきの積の形のままで表わされるのが普通で、それが便利になっている。これは対流熱伝達率の値が非常に多くの要因に左右されるためと考えられる。

【例題 12.2】自然対流熱伝達の式において  $\pi$  定理の  $m$  と  $n$  とはそれぞれいくらか。

【解】第4章 式(4.63)に表4.1の数値を入れると、たとえば層流の場合は

$$Nu = 0.56 Pr^{0.25} Gr^{0.25}$$

となり、式(4.62)によってこれを書き直すと

$$\frac{\alpha d}{\lambda} = 0.56 \left( \frac{\nu}{a} \right)^{0.5} \left( \frac{g \beta \Delta \theta d^3}{\nu^2} \right)^{0.25} \quad (12.2)$$

となる。この場合、変数は  $d, \lambda, \nu, a, g, \beta, \Delta \theta$  の7個で  $\pi$  定理によると  $n=7$  である。また各要素の次元は

$$\begin{array}{llll} d: L & \lambda: HL^{-1}T^{-1}\theta^{-1} & & \\ \nu: L^2T^{-1} & a: L^2T^{-1} & g: LT^{-2} & \beta: \text{無次元} \end{array}$$

であるから、これらの変数は  $L, H, T, \theta$  の4個の基本次元で表わされていることがわかる。つまり  $m=4$  である。本来なら  $a$  は7変数の関数であるが、結果的には  $Nu, Pr, Gr$  の3個の無次元数の間の関係式として表わされていることになっている。つまり  $\pi$  定理により

$$n-m=7-4=3$$

が成り立っていることがわかる。

上の例題では次元解析という手法により変数が7個から3個に減らされたことになる。対流熱伝達では表4.1に示されているように、ヌセルト数、レイノルズ数、プラントル数、グラスホフ数が特に重要になる。

レイリー数は、浮力と拡散の性質を表す。限界レイリー数以下では熱移動が伝導主体となり、以上では対流となる。

## 12.3 物質移動への応用

### 12.3.1 熱伝達とのアナロジー

物質移動の公式で圧力基準物質伝達率を  $k_G$  とすると、物質移動量

$w$ [kgmol/m<sup>2</sup>s] は圧力  $p$ [Pa]に対して

$$w = k_G(p_2 - p_1) \quad (12.3)$$

で表わされる。このとき  $k_G$  は次式によって求められる。

$$\frac{k_G p}{G_m} Sc^{0.667} = 0.036 Re^{-0.20} \quad (Re > 20000) \quad (12.4)$$

$$= 0.664 Re^{-0.50} \quad (Re < 15000) \quad (12.5)$$

ここに、 $p$  はそのときの圧力で[Pa]で表わされる。 $G_m$  はモル流量[kgmol/m<sup>2</sup>s]で、流速  $v$ [m/s]と密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]とその物質の分子量  $M$  とが与えられれば、

$$G_m = v \frac{\rho}{M} \quad (12.6)$$

から求められる。たとえば、空気ならば  $M=29$  kg/kgmol である。

また  $Sc$  はシュミット数とよばれる無次元数で

$$Sc = \frac{\nu}{D} \quad (12.7)$$

で表され、熱伝達の場合のプラントル数に相当する。なお  $D$  は気体の拡散係数[m<sup>2</sup>/s]である。式(12.4), 式(12.5)をみると  $k_G p/G_m$  は無次元数で、熱伝達の場合のヌセルト数に相当する。

【例題 12.3】 1 m 四方の水表面に沿って 4 m/s の空気が流れているとき、水分の蒸発量を次の条件の場合について求めよ。

条件 水温気温とも 37 °C、空気の  $\nu = 0.168$  cm<sup>2</sup>/s、 $\rho = 1.139$  kg/m<sup>3</sup>、空気の拡散係数  $D = 0.270 \times 3600 = 972$  m<sup>2</sup>/s、空気の相対湿度 60 %

【解】 まずシュミット数、モル流量、レーノルズ数を求める。

$$Sc = \frac{\nu}{D} = \frac{1680}{972} = 1.728 \quad G_m = \frac{1680 \times 1.139}{29} = 66$$

$$Re = \frac{v l}{\nu} = \frac{4 \times 1}{0.168 \times 10^{-4}} = 23.8 \times 10^4 > 20000 \text{ であるから、}$$

式(12.4)により

$$\frac{k_G p}{G_m} 1.728^{0.667} = 0.036 \times (23.8 \times 10^4)^{-0.20}$$

$$\frac{k_G p}{G_m} = \frac{0.036 \times 1.19}{1.45} = 0.295$$

となるが、ここで  $p$  は水蒸気分圧であるから、まずこれを [atm] の単位で求めておく。水面では  $37^\circ\text{C}$  に対する飽和水蒸気圧は  $47.08 \text{ mmHg}$  であり、1 気圧は  $760 \text{ mmHg}$  であるから、式(12.3)の  $p_2$  は

$$p_2 = 47.08 \div 760 = 0.062 \text{ atm}$$

となり、空気の相対湿度  $60\%$  に相当する水蒸気分圧  $p_1$  は

$$p_1 = p_2 \times 0.60 = 0.0372 \text{ atm}$$

となる。ここで、 $1 \text{ atm} = 101.325 \text{ kPa}$  であるから、 $p_1 = 6.28 \text{ kPa}$ 、 $p_2 = 3.77 \text{ kPa}$  となる。

したがって、式(12.4)の  $p$  は  $p_1$  と  $p_2$  との平均  $5.025 \text{ kPa}$  を用いて、

$$k_G = \frac{66}{5.025} \times 0.295 = 3.87 \text{ kgmol}/(\text{m}^2 \text{ kPa h})$$

となる。式(12.3)より、蒸発量は

$$w = 3.87 \times (6.28 - 3.77) = 9.71 \text{ kgmol}/\text{m}^2\text{h}$$

となる。

## 12.4 固体の非定常熱伝導への応用

固体中の非定常熱伝導の微分方程式

$$\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial x^2} \quad (12.8)$$

で  $t$  は時間[s]、 $x$  は距離[m]、 $\theta(x, t)$  は温度[ $^\circ\text{C}$ ]、 $a$  は熱拡散率[ $\text{m}^2/\text{s}$ ]を表わすが、これを無次元化した式に書き直してみる。表面熱伝達率を  $a[\text{W}/(\text{m}^2\text{K})]$ 、流体温度を  $\theta_a$  とするとき、上式の両辺の単位は[ $^\circ\text{C}/\text{s}$ ]であることに注意して

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x}{l} & t' &= \frac{at}{l^2} \\ \theta' &= \frac{\theta_a - \theta(x, t)}{\theta_a - \theta(0, 0)} & \lambda' &= \frac{\lambda}{\alpha l} \end{aligned} \right\} \quad (12.9)$$

とおくと、式(12.7)は

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t'} = \frac{\partial^2 \theta'}{\partial x'^2} \quad (12.10)$$

と書き換えられる。式(12.9)は式(12.8)のように無次元化された時間  $t'$  と無次元化された距離  $x'$  と無次元化された温度  $\theta'$  と無次元化された熱伝導率  $\lambda'$  とによって表わされた式(12.7)に相当する無次元化された非定常熱伝導の微分方程式となる。

この理論に従って作成された図表にハイスラーの線図があり、縦軸と横軸との値は無次元化されている。したがって、これは材料に関係なく  $a, l$  などの定数が与えられれば任意の時刻、位置の温度が求められるようになっている。図 12.2 に  $t' \leq 0.2$  の平板についてのハイスラー線図を例として示す。

円柱、球の場合についても同様な図表が用意されている<sup>†1</sup>。

【例題 12.4】厚さ 12 cm のコンクリート単層壁について、両側表面熱伝達率  $a = 7 \text{ W/m}^2\text{K}$ 、熱拡散率  $\alpha = 0.0027 \text{ m}^2/\text{h}$ 、熱伝導率  $\lambda = 1.7 \text{ W/(mK)}$  とすると、初め壁全体の温度が  $10^\circ\text{C}$  で、 $t = 0$  から後両側空気温度が  $20^\circ\text{C}$  に保たれる場合、式 (12.8) に示す無次元化された各量はいくらになるか。またこれらの値を用いてハイスラー線図により 1/4 時間後の壁体内中央と表面の中間点の温度を求めよ。

【解】ハイスラー線図を用いる場合、 $x = 0$  の原点は壁体内中心にとることにまず注意する。したがって、 $l = 0.06 \text{ m}$  となり、式 (12.8) の無次元化された各量は

$$x' = \frac{x}{0.06} = 16.7x \qquad t' = \frac{0.0027t}{0.06^2} = 0.75t$$

$$\theta' = \frac{20 - \theta(x, t)}{20 - 10} = 2 - 0.1\theta(x, t) \qquad \lambda' = \frac{1.7}{7 \times 0.06} = 4$$

となる。次に図 12.2 のハイスラー線図を用いて、 $x = 0.03, t = 1/4$  とすると、 $x' = 0.5, t' = 0.19$  に相当する曲線中の点から  $\theta'$  を求めると、 $\theta' = 0.138$  を得る。したがって、実際の温度は  $\theta(0.03, 4) = 10(2 - \theta') = 18.62^\circ\text{C}$  となる。

†1 たとえば文献(10)p.122.

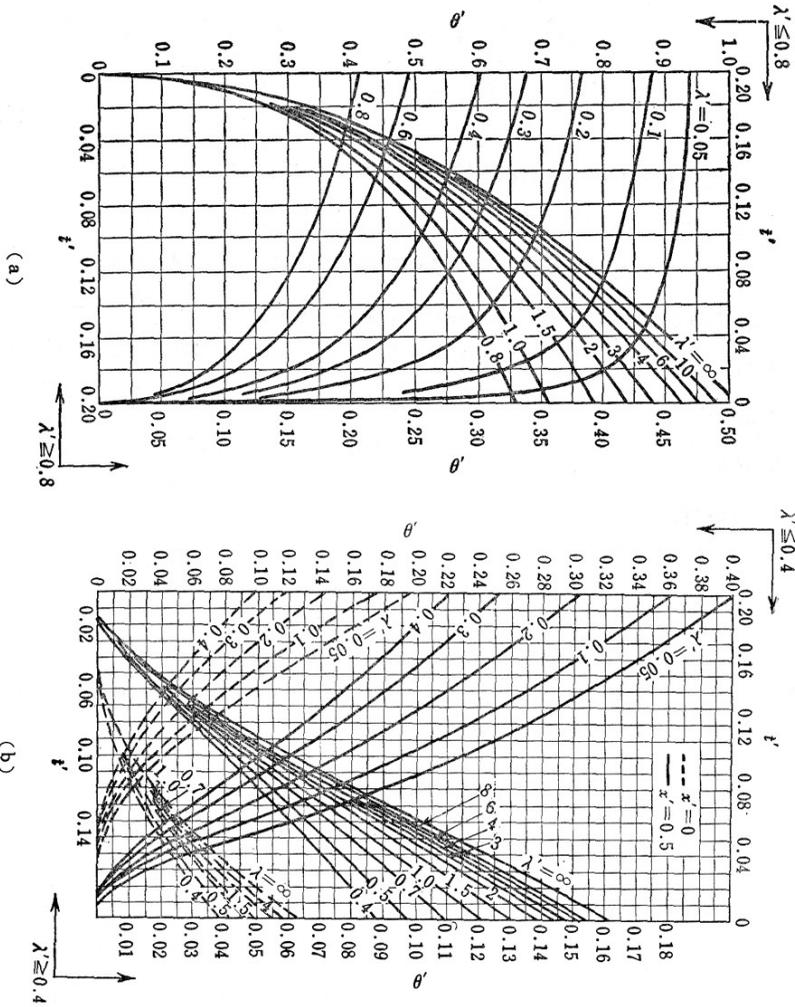


图 12.2

## 第13章 図の理解と作成

図いわゆるグラフは理論的内容を視覚に訴える手段の1つとして非常に便利なものである。工学の研究応用では特に図が重要な役割を果たしているので、他人が作った図を早くと確に理解すること、自分が図を作成するときには他人にわかりやすいように作る配慮が必要である。

### 13.1 図の理解

書物や論文を理解するには掲載されている図を迅速かつ正確に理解することが必要で、鍵となる図が理解できれば論文の内容はほとんど把握できたといっても過言ではない。図の理解には訓練が必要で、多くの図に接することとわかろうとする努力も重要である。一見複雑な図でも、目的は案外単純であることが多いのである。著者は図の理解には次のような順序がよいと考える。

- (1) 図の標題をよく読み何と何との関係を示す図であるかを認識する。
  - (2) 変数軸と関数軸はどのようにしてあつて単位は何であるかに注意する。
  - (3) 多数の曲線や分布が描かれているときは、まずその1つをとって、たとえば横軸の量が増せば縦軸の量はどのように変わるかという傾向を見て、その意味するところを把握する。また多変数の場合はまず任意の2つの量の関係に注目し他の変数は一定とみなして考えてみる。
  - (4) 数式も記されている場合には図と式との関連を吟味する。
- このような順序によって図を見れば理解しやすいものである。

### 13.2 図の種類

#### 13.2.1 図の分類

図は次のようにいろいろな方法によって分類することができる。

## (1) 目的による分類

だいたいの傾向を示すもの

精密な値を与えるもの

## (2) 成因による分類

実験、調査などから得られたもの

理論的な式から得られたもの

## (3) 関係による分類

動的な図 変動を示すもの

静的な図 相関を示すもの

分布図 分布を示すもの

## (4) 形態による分類

直交座標図 等分目盛、片対数、両対数など

比率図 扇形図のように面積で量的な比較をさせるもの

ノモグラフ 計算を図上で行わせるもの

柱状図 度数分布など

## 13.2.2 直交座標図

## (1) 等分目盛

最も一般的なものであるが、あらゆる場合に適切な図であるとはいえない。

## (2) 片対数グラフ

ある要素が等差的に変化したとき他の要素が等比的に変化する場合、具体的には対数や指数の関係がある場合に適している。減衰性状を示すものが多い。

## (3) 両対数グラフ

$y=ax^b$  の関係を両対数のグラフにプロットすれば  $\log y = \log a + b \log x$  の関係に変換されて直線で表示されることになる。

この  $b$  は整数でなくてもよい。直線から  $a, b$  を逆に求めることができる。

【例題 13.1】  $e^{-0.2t}$  のグラフを片対数グラフに示せ。また  $0.8 e^{-0.2t}$  および  $e^{-0.4t}$  のグラフは  $e^{-0.2t}$  のグラフと図の上でどのような関係になるか。

【解】 図 13.1 に示すように一般に  $A e^{-Bt}$  を片対数グラフに描くと直線になる。 $B$  が同じ 2 つのグラフは互いに平行となり、 $B$  が 2 倍になると直線のこう配が 2 倍となる。また  $t=0$  の値が  $A$  となる。

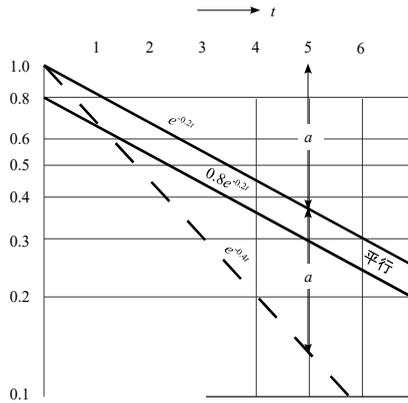


図 13.1

【例題 13.2】  $y=x$ 、 $y=x^2$ 、 $y=\sqrt{x}$ 、 $y=1.5x$ 、 $y=1.5\sqrt{x}$  のグラフを両対数グラフに描き、図上でこれらの直線の相互関係を調べよ。

【解】 5つの直線は図 13.2 のようになり、一般に  $y=ax^b$  とすると  $a$  は  $y$  軸対数目盛上の截片、 $b$  は両対数グラフでのこの配を示すことがわかる。

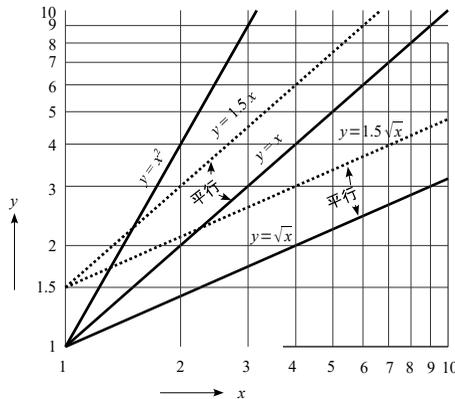


図 13.2

### 13.2.3 ノモグラフ

積を和の形に置き換えるという対数変換の原理を利用して、積や商の組合せの計算を図によって簡単に行なうことができる。ノモグラフはこのような目的に合うようにくふうされた計算図表である。

ノモグラフの基本的な形は図13.3のようなものである。この図に示された長さの相互関係は

$$\frac{X-Z}{a} = \frac{Z-Y}{b}$$

または

$$(a+b)Z = bX + aY \tag{13.1}$$

である。そこでたとえば

$$\left. \begin{aligned} X &= \log x \\ Y &= \log y \\ Z &= \log z \end{aligned} \right\} \tag{13.2}$$

とおいてみると、式(13.1)から

$$z^{a+b} = x^b y^a \tag{13.3}$$

という関係式になる。

次に最も簡単な場合として変数 $x$ と変数 $y$ との積で表わされる関数 $z$ を求めるノモグラフについて説明する。

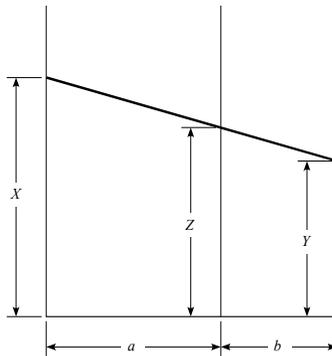


図13.3

【例題13.3】  $x, y$ ともに1から10までの同じ範囲で変わるとき、 $z = xy$ を求めるノモグラフを作成せよ。

【解】 まず式(13.3)で  $a = b = 1$  として  $z = xy$  を満足させるには、式(13.2)の代わりに

$$\left. \begin{aligned} X &= \log x \\ Y &= \log y \\ Z &= \frac{1}{2} \log z \end{aligned} \right\} \quad (13.4)$$

としなければならない。つまりZ軸はX軸、Y軸の長さの半分のところに同じ目盛の値がくるようにしなければならない。したがって、ノモグラフは図 13.4 に示すようなものとなる。

【例題 13.4】  $x$  の範囲が 1~10、 $y$  の範囲が 0.1~1000 のとき、 $z=xy$  を求めるのに適したノモグラフを作成せよ。

【解】 この場合も  $a=b=1$  として前の例題と全く同様に作ることはできるが、Y軸の長さがX軸の長さの4倍となり、全体の形が悪いノモグラフになってしまう。このようなとき  $a$  と  $b$  とを異なった割合にすることにより整った形のノモグラフを作ることができる。たとえば、Y軸の長さがX軸の長さの2倍になるようにしたいならば、 $a:b=2:1$  にとって

$$\begin{aligned} X &= \log x \\ Y &= \frac{1}{2} \log y \\ Z &= \frac{1}{3} \log z \end{aligned}$$

とすれば  $z=xy$  の関係を表わすノモグラフが図 13.5 のような形で作成される。なお  $a, b$  の長さは  $x, y, z$  等の軸の長さとは無関係で  $a$  と  $b$  との比が問題になるだけである。

筆者が作成した照明発熱を求めるノモグラフを図 13.6 に示す。

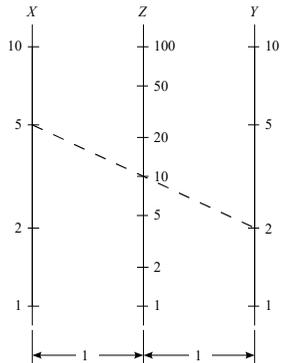


図 13.4

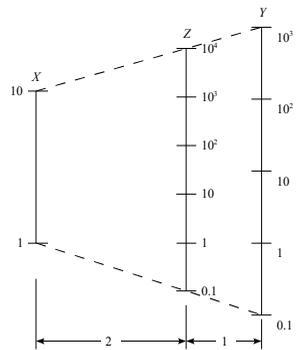


図 13.5

### 13.2.4 三角図表

図上の1つの点の位置で3個の特性値を表わすことができる図表として便利なものに三角図表がある。

たとえば、第7章で扱ったガラスなどの透過率  $\tau$  と吸収率  $\alpha$  と反射率  $\rho$  との各値を図 13.7 に示すような三角図によって1点で表わすことが可能である。A点

の値としては  $\tau = 54$ 、 $\alpha = 32$ 、 $\rho = 14$  というように読むことができる。また入射角に対する普通透明 3 mm ガラスの透過率、吸収率、反射率は実線に示すように 1つの曲線によって表わすことができる。

計算式

$$F_0 = \frac{E}{K}$$

$$W_0 = \frac{F_0}{\eta} = \frac{E}{K\eta}$$

実際の場合

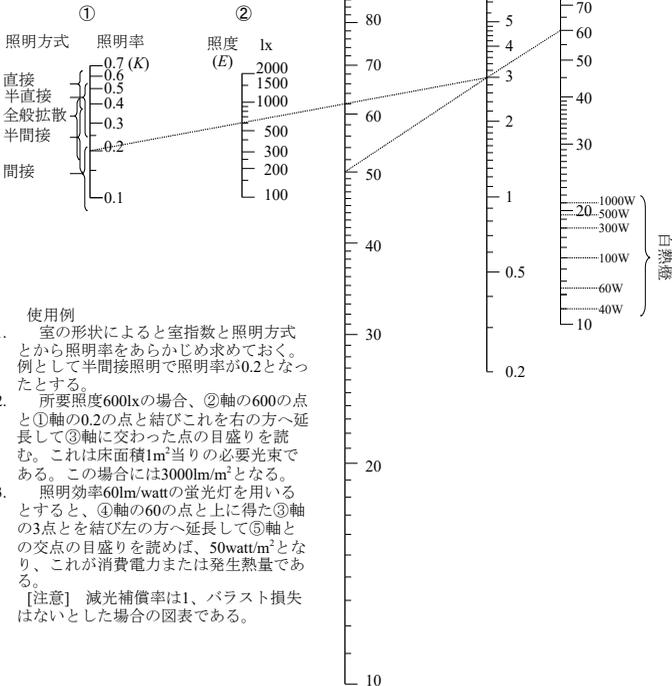
$$F = c F_0$$

$$W = c b W_0$$

c: 減光補償率

b: バラスト損失率

	蛍光灯 水銀灯	白熱灯
c	1.5~1.8	1.3~1.5
b	1.1~1.2	1



使用例

1. 室の形状によると室指数と照明方式とから照明率をあらかじめ求めておく。例として半間接照明で照明率が0.2となったとする。
2. 所要照度600lxの場合、②軸の600の点と①軸の0.2の点と結びこれを右の方へ延長して③軸に交わった点の目盛りを読む。これは床面積1m<sup>2</sup>当りの必要光束である。この場合には3000lm/m<sup>2</sup>となる。
3. 照明効率60lm/wattの蛍光灯を用いるとすると、④軸の60の点と上に得た③軸の3点とを結び左の方へ延長して⑤軸との交点の目盛りを読むと、50watt/m<sup>2</sup>となり、これが消費電力または発生熱量である。

[注意] 減光補償率は1、バラスト損失はないとした場合の図表である。

図 13.6

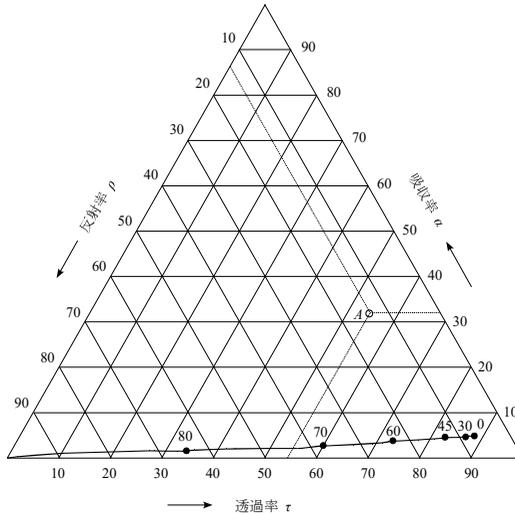


図 13.7

### 13.2.5 空気線図(psychrometric chart)

いわゆる一般に使用されている空気線図は多目的に使えるように乾球温度、湿球温度、露点温度、関係湿度、絶対湿度、エンタルピーなどの多くの要素が組み合わさっていて一見複雑に見えるが、これはいくつかの関係式を組み合わせでできているものであるからである。空気線図には種類もかなりあるが、そのうち最も簡単なものは俗に  $t-x$  線図とよばれるものである。これは、横軸に温度  $\theta$  [°C]、縦軸に絶対湿度  $x$  [g/kg] をとり、飽和水蒸気圧線を描いたものが基本となる。従来、飽和水蒸気圧は、式(13.5)で表現されるゴフ・グラッチ (Goff-Gratch) の式を用いて計算されていたが、これよりも精度の高いウェクスラー・ハイランド (Wexler-Hyland) の式 (式 13.6) が提案されている<sup>†1</sup>。

$$\log p = -7.90298(\sigma - 1) + 5.02808 \log \sigma - 1.3816 \times 10^{-7} \{10^{11.344(1-1/\sigma)} - 1\} + 8.1328 \times 10^{-3} \times \{10^{-3.149149(\sigma-1)} - 1\} + \log 1.03323 \quad (13.5)$$

ここに、 $p$  は飽和水蒸気圧[kPa]、 $\sigma = 373.16 / (273.16 + \theta)$  である。

<sup>†1</sup> R.W.Hyland, A.Wexler, "Formulations for the Thermodynamic Properties of the Saturated Phases Of H<sub>2</sub>O from 173.15K to 473.15K", Ashrae transactions 1983, Part 2A, pp 500-513

$$\begin{aligned}
 p &= \left[ \exp \left\{ -5800.2206 / \theta_{ab} + 1.3914993 - 0.048640239 \theta_{ab} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 0.41764768 \times 10^{-4} \theta_{ab}^2 - 0.14452093 \times 10^{-7} \theta_{ab}^3 \right. \right. \quad (0.01 \leq \theta_{ab} < 200) \\
 &\quad \left. \left. + 6.5459673 \log_e(\theta_{ab}) \right\} \right] / 1000 \\
 p &= \left[ \exp \left\{ -5674.5359 / \theta_{ab} + 6.3925247 - 0.9677843 \times 10^{-2} \theta_{ab} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 0.62215701 \times 10^{-6} \theta_{ab}^2 - 0.20747825 \times 10^{-8} \theta_{ab}^3 \right. \right. \quad (-100 < \theta_{ab} \leq 0.01) \\
 &\quad \left. \left. + 0.9484024 \times 10^{-12} \theta_{ab} + 4.1635019 \log_e(\theta_{ab}) \right\} \right] / 1000
 \end{aligned} \tag{13.6}$$

ただし、 $\theta_{ab}$ は絶対温度[°K]である。図13.10が空気線図である。次に空気線図の構成について簡単に説明する。

(1) 乾燥空気1kgにそれと同温の水蒸気を加えていって飽和状態になったときの水蒸気重量を飽和絶対湿度といい、 $x_s$  [g/kg]と表わす。これはその温度 $\theta$  [°C]によって異なる。つまりこの関係は $x_s = f(\theta)$ で、図に示すと図13.8のような形である。ある $\theta$ に対し $x$ が $x_s$ より大きい部分、つまり飽和曲線の上部は意味がないので通常空白にされ、飽和曲線の下部のみ目盛がつけられている。

(2) 各温度に対し、 $x/x_s$ の曲線を引けば、飽和度 $\psi$  [%]を表わすことになり、

$$\phi [\%] = \frac{x}{x_s} \times 100 \tag{13.7}$$

の関係から、飽和度の曲線群を描くことは容易である。

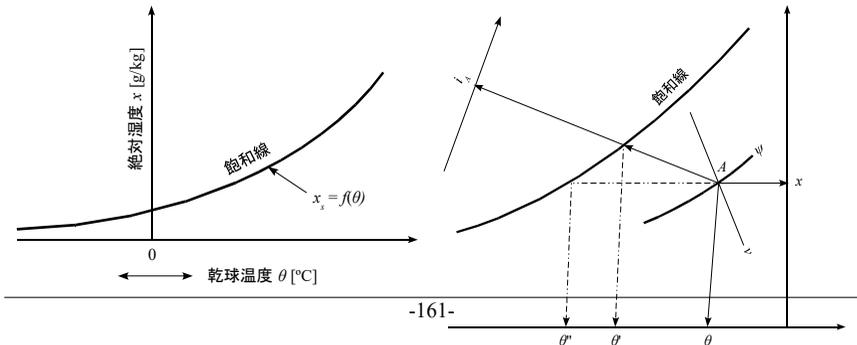


図 13.8

図 13.9

(3) 水蒸気が含まれる割合を絶対湿度  $x$  の代わりに、水蒸気圧  $p$ [kPa]、あるいは  $f$ [mmHg]を用いて表わすこともできる。なお、 $1 \text{ mmHg} = 9.8 \text{ kPa}$ 。  $x$  と  $f$  の関係は

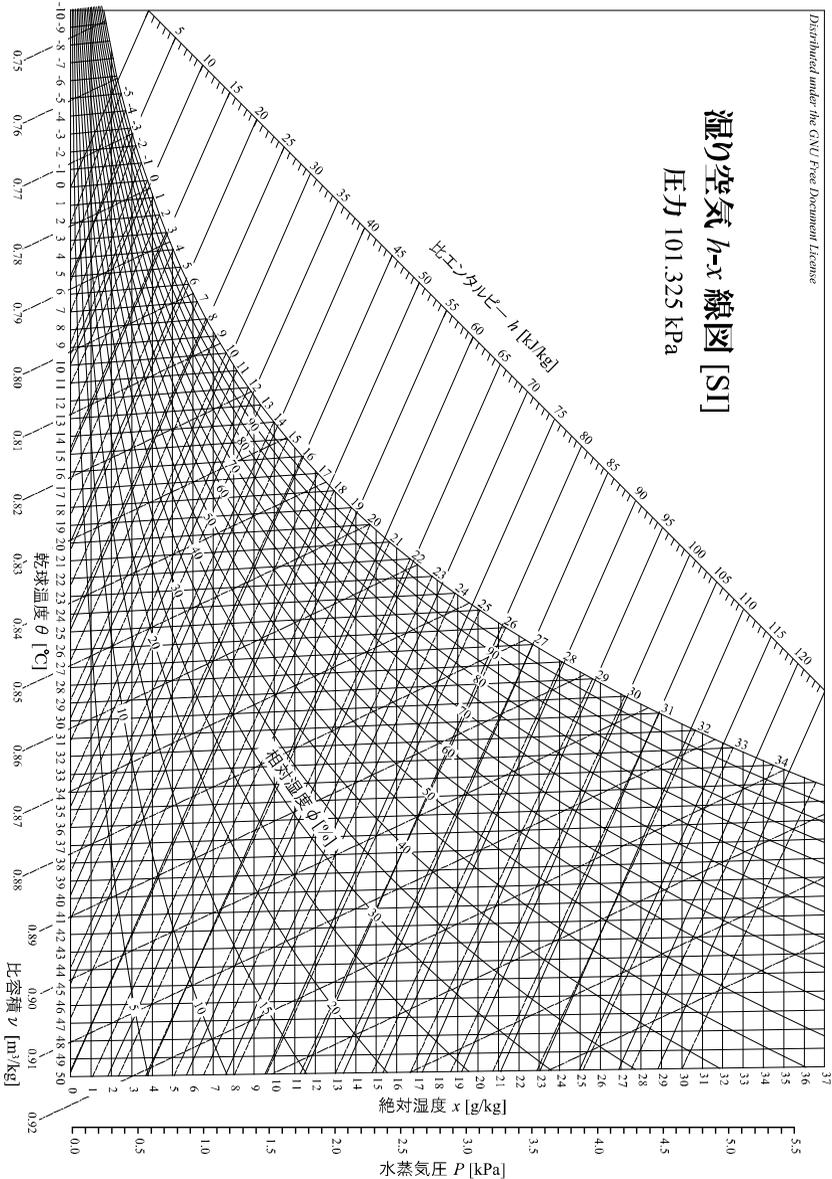


図 13.10 文献 (123) 所載の宇田川のプログラムをもとに、富樫が作成したもの (2009)

$$f = \frac{760x}{x+0.622} \quad (13.8)$$

であるから、飽和水蒸気圧を  $f_s$  とすると、相対湿度  $\phi$  [%] =  $(ff_s) \times 100$  と飽和度  $\psi$  との関係は

$$\phi = \psi \times \frac{x_s + 0.622}{x + 0.622} \quad (13.9)$$

となる。実上用  $\phi$  と  $\psi$  とはほとんど変わらないとみてさしつかえないが、 $\theta$  が 20℃ 以上になるとだんだん差が大きくなっていく。空気調和では、慣習的に、例えば湿度 50% といえば、相対湿度 50% を意味することになっている。(4) 以上の関係が図に示されると、乾球温度、絶対湿度あるいは水蒸気圧、関係湿度あるいは飽和度、露点温度のいずれか 2 つが与えられれば図上に 1 点が定まり、これにより図 13.9 に示すように他の要素の値が求められることになる。

(5) エンタルピー  $i$  [kJ/kg] を図から読めるような線図、つまり普通の空気線図を作るにはさらに、

$$i = C_p \theta + x(597.3 + C_{pw} \theta) \quad (13.10)$$

の関係によって直線群を引くことが必要となる。上式の作図法を示したのが図 13.11 である。

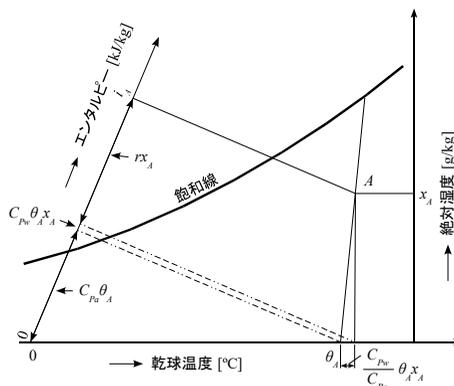


図 13.11

### 13.3 図から関係式への変換

実験や統計調査などの結果をプロットし、その結果からある1つの関係を数式として表わしたい場合は非常に多い。実験から得られた式は実験式とよばれるが、式を得る方法は大別して2通りある。1つは理論からだいたい数式の形がわかっている、その数式に含まれる定数を決定すればよい場合で、他の1つは全く理論的裏付けがない場合である。後者の場合は得られたプロットを見て数式の形をまず与えてやらなければならない。

#### 13.3.1 最小2乗法(least squares method)

これは最も一般的な近似式を得る方法であるが、次の例題によって示そう。

【例題 13.5】 図 13.12 に示すような  $x$  と  $y$  との関係を示すプロットが得られたとき、直線による近似式を最小2乗法により求めよ。

【解】 各点の座標を  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  とし、求める直線の式を  $y=px+q$  とする。つまり  $p$  と  $q$  とを未知数とし、

$$s = \sum_{i=1}^n (y_i - y)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - px_i - q)^2$$

の値が最小となるような  $p$  と  $q$  との値を求めることに帰着する。

まず、 $ds/dp=0$  より

$$p \sum x_i^2 - q \sum x_i = \sum x_i y_i$$

次に、 $ds/dq=0$  より

$$p \sum x_i - nq = - \sum y_i$$

これを  $p$  と  $q$  とについて解くと

$$p = \frac{n \sum x_i y_i + \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$q = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

となって、求める直線の式  $y=px+q$  が得られる。この直線は回帰直線とよばれる。

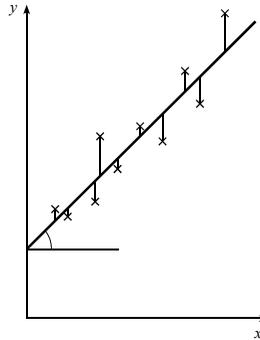


図 13.12

### 13.3.2 指数関数の多項式

片対数グラフに点をプロットしたとき、減衰の性質のある関係があると、最初の数点以外はほとんど直線になる。このときは求める関係式は

$$y = a_1 e^{-b_1 x} + a_2 e^{-b_2 x} + \dots \quad (13.11)$$

の形になる。通常  $b_1 < b_2 < \dots$  とすると、同じ  $x$  の値に対して  $b_n$  の大きな項の方が順次早く減衰していく。片対数グラフで直線になったとみなしうる部分が得られれば、それは上式の第1項で表わされる直線を意味する。図上にその直線を引き、それが  $x = 0$  の線と交わる  $y$  の数値が  $a_1$  であり、その直線のこう配から  $b_1$  が求められる。実際には図 13.13 に示すように十分離れた2点  $P$ 、 $Q$  をとりその座標を  $(x_P, y_P)$ 、 $(x_Q, y_Q)$  とすると、こう配  $g$  は

$$g = \frac{\log y_Q - \log y_P}{x_Q - x_P} \quad (13.12)$$

である。普通減衰形の場合はもちろん  $g < 0$  となる。したがって  $b_1$  は

$$b_1 = \frac{-g}{\log_{10} e} \approx \frac{-g}{0.4343} \quad (13.13)$$

から求められる。 $b_1 > 0$  である。

さらに簡単には図 13.14 のように1点を  $(0, a_1)$  にとって、

$$G = \frac{y_P - a_1}{x_P} \quad (13.14)$$

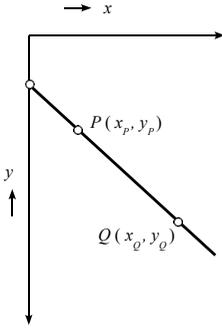


図 13.13

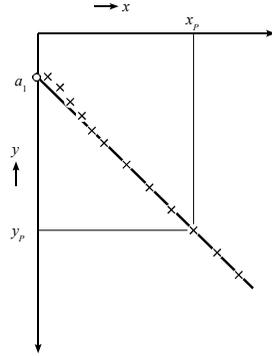


図 13.14

とし、 $y_p$ と $a_1$ とは目盛の数値をそのまま読んだものとする。実際の長さはそれぞれ $\log y_p$ 、 $\log a_1$ であるから、求める式

$$y = a_1 e^{-b_1 x} \quad (13.15)$$

を変形した式

$$\frac{\log_{10} y - \log_{10} a_1}{x} = -b_1 \log_{10} e \quad (13.16)$$

と比較してみるとわかるように、

$$b_1 = \frac{-G}{\log_{10} e} \approx -2.3G = 2.3 \frac{a_1 - y_p}{x_p} \quad (13.17)$$

から $b_1$ が求められる。

もし次に $a_2, b_2$ も得たい場合には上に得た $a_1, b_1$ を用い、プロットの点と第1項近似式との差

$$y^* = y - a_1 e^{-b_1 x} \quad (13.18)$$

を計算し、 $(x, y^*)$ を片対数グラフにプロットし直し、上と同様に直線を引き、 $y$ 軸との交点を $a_2$ とし、任意の点 $(x_p, y_p^*)$ を用いて

$$b_2 = \frac{a_2 - y_p^*}{x_p \log_{10} e} \quad (13.19)$$

から $b_2$ を求めればよい。以下同様に要求される精度とプロットに応じて何項でも求めることができる。

## 第14章 フーリエ級数 (Fourier's Series)

### 14.1 フーリエ級数の定義

#### 14.1.1 フーリエ級数の一般式

熱伝導の問題を解く場合に、距離(長さ)に対する温度の値の変化が三角関数の形で表わされたり、室温変動や熱負荷変動の問題で、時間に対するこれらの変動、たとえば1日24時間の周期で繰り返される場合など、条件や解の形に三角関数が現われることが多い。これは条件として与えられる温度分布や解の形などがどんな式で表わされていても、一般に三角関数の多数項で近似できるということから実際に多く用いられるからである。正確には三角関数の無限項をとれば正確に一致するのであって、実用上工学的に利用する場合は初めからの数項で十分近似式として用いられている。この三角関数の多数項で  $-\pi \leq x \leq \pi$  で定義される一般の関数  $f(x)$  を次式のような形に置き換えた場合にこれをフーリエ級数とよんでいる。

$$f(x) = a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + a_3 \sin 3x + a_4 \sin 4x + \dots \\ + b_0 + b_1 \cos x + b_2 \cos 2x + b_3 \cos 3x + b_4 \cos 4x + \dots \quad (14.1)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin nx + b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos nx \quad (14.2)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) \sin \xi d\xi \\
 a_2 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) \sin 2\xi d\xi \\
 &\vdots \\
 a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) \sin n\xi d\xi \\
 b_1 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) \cos n\xi d\xi \\
 b_n &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) d\xi
 \end{aligned} \tag{14.3}$$

である。なお  $b_0$  はこの  $-\pi \leq x \leq \pi$  の範囲での  $f(x)$  の平均値を意味する。

また、 $f(x)$  の範囲が  $-\pi \leq x \leq \pi$  では一見一般性がないように見えるが  $\pi$  を適当に置き換えることによって異なった範囲に適合する式を作ることができる。たとえば、 $f(x)$  が  $-l \leq x \leq l$  で定義されている場合は、上式の  $x$  の代わりに  $(x/l)x$  とすれば定義範囲は  $-\pi \leq (x/l)x \leq \pi$  となるから、フーリエ級数の式は

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi}{l} x + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cos \frac{n\pi}{l} x \tag{14.4}$$

となる。なお第2項は  $b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(n\pi/l)x$  と同じである。

ここに、

$$\left. \begin{aligned}
 a_n &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(\xi) \sin \frac{n\pi}{l} \xi d\xi \\
 b_n &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(\xi) \cos \frac{n\pi}{l} \xi d\xi \\
 b_0 &= \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(\xi) d\xi
 \end{aligned} \right\} \tag{14.5}$$

ただし、これらのフーリエ級数の形で  $f(x)$  を表わす場合、 $f(x)$  はその定義範囲で無限大にならないこと、無限個の不連続点がないことが条件である。

また、 $b_0$  は別として、一般に同じ  $n$  についての  $\sin$  と  $\cos$  の項はまとめることができるので式(14.2)は次のような形に表わすこともできる。

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-x}^x f(\xi) d\xi + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} f(\xi) (\cos n\xi \cos nx + \sin n\xi \sin nx) d\xi \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) d\xi + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} f(\xi) \cos n(x-\xi) d\xi
 \end{aligned}
 \tag{14.6}$$

14.1.2 フーリエ級数の公式

種々の定義範囲についてフーリエ級数の係数を求める公式を一括して表 14.1 に示す。

表 14.1 フーリエ級数の係数を求める公式

定義範囲	$f(x)=$	$a_n=$	$b_n=$	$b_0=$
$-\pi \leq x \leq \pi$	$\sum_1^{\infty} a_n \sin nx$ $+ b_0 + \sum_1^{\infty} b_n \cos nx$	$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) \sin \xi d\xi$	$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) \cos \xi d\xi$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\xi) d\xi$
$0 \leq x \leq \pi$	$\sum_1^{\infty} a_n \sin nx$	$\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\xi) \sin \xi d\xi$	-	-
$0 \leq x \leq \pi$	$b_0 + \sum_1^{\infty} b_n \cos nx$	-	$\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\xi) \cos n\xi d\xi$	$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(\xi) d\xi$
$-l \leq x \leq l$	$\sum_1^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$ $+ \sum_0^{\infty} b_n \cos \frac{n\pi x}{l}$	$\frac{1}{l} \int_{-l}^l f(\xi) \sin \frac{n\pi \xi}{l} d\xi$	$\frac{1}{l} \int_{-l}^l f(\xi) \cos \frac{n\pi \xi}{l} d\xi$	$\frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(\xi) d\xi$
$0 \leq x \leq l$	$\sum_1^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$	$\frac{2}{l} \int_0^l f(\xi) \sin \frac{n\pi \xi}{l} d\xi$	-	-
$0 \leq x \leq l$	$\sum_0^{\infty} b_n \cos \frac{n\pi x}{l}$	-	$\frac{2}{l} \int_0^l f(\xi) \cos \frac{n\pi \xi}{l} d\xi$	$\frac{1}{l} \int_0^l f(\xi) d\xi$
$a \leq x \leq b$ $b-a=l$	$\sum_1^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi(x-a)}{b-a}$ $+ \sum_0^{\infty} b_n \cos \frac{n\pi(x-a)}{b-a}$	$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(\xi-a) \sin \frac{n\pi(\xi-a)}{b-a} d\xi$	$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(\xi-a) \cos \frac{n\pi \xi}{b-a} d\xi$	$\frac{1}{2(b-a)} \int_a^b f(\xi-a) d\xi$

14.1.3 フーリエ級数の簡単な例

【例題 14.1】 図 14.1 に示すような  $0 \leq x \leq 1$  で定義される  $x$  の関数  $f(x) = 1 - x/l$  をフーリエ級数で表わせ。

【解】 公式により

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$$

とにおいて

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(\xi) \sin \frac{n\pi\xi}{l} d\xi$$

であるから、これに  $f(\xi) = 1 - x/l$  を代入して  $a_n$  を求めればよい。

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{l} \int_0^l \left(1 - \frac{\xi}{l}\right) \sin \frac{n\pi\xi}{l} d\xi \\ &= \frac{2}{l} \left(-\frac{1}{n\pi}\right) \left[\cos \frac{n\pi\xi}{l}\right]_0^l \\ &\quad - \frac{2}{l^2} \left(-\frac{1}{n\pi}\right) \left[\xi \cos \frac{n\pi\xi}{l}\right]_0^l \\ &\quad + \frac{2}{l^2} \int_0^l \left(-\frac{l}{n\pi}\right) \cos \frac{n\pi\xi}{l} d\xi = \frac{2}{n\pi} \end{aligned}$$

したがって、

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{l} \tag{14.7}$$

となる。これは、 $x=0$  にて 1、 $x=l$  にて 0 となる直線の式をフーリエ級数で表わしたものである。

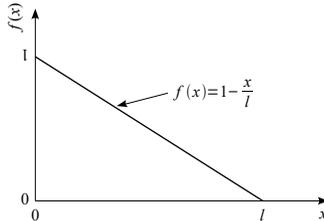


図 14.1

【例題 14.2】  $f(t)$  が周期  $t_0$  の周期関数のとき、公式はどうなるか。

【解】  $2\pi/t_0 = \omega$  とおき、(14.2) 式の一般式の  $\sin nx$  の代わりに  $\sin n\omega t$ 、 $\cos nx$  の代わりに  $\cos n\omega t$  と置き換えてみると、 $f(t)$  は

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\omega t + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cos n\omega t \tag{14.8}$$

で表わされることになる。そこで、式(14.2)の  $f(x)$  の定義範囲  $-\pi \leq x \leq \pi$  に相当する  $f(t)$  の定義範囲は  $-t_0/2 \leq t \leq t_0/2$  となるから、式(14.3)に相当する係数  $a_n$  の式は次のように書き換えられる。

$$a_n = \frac{1}{t_0/2} \int_{-t_0/2}^{t_0/2} f(\tau) \sin n\omega\tau d\tau = \frac{2}{t_0} \int_0^{t_0} f(\tau) \sin n\omega\tau d\tau \tag{14.9}$$

$f(t)$  は周期関数であるから、図 14.2 に示すように  $-t_0/2 \leq t \leq 0$  の  $f(t)$  と  $-t_0/2 \leq t \leq t_0$  の

$f(t)$ とは等しい。同様に、 $b_n$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} b_n &= \frac{2}{t_0} \int_0^{t_0} f(\tau) \cos n\omega\tau d\tau \\ b_0 &= \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} f(\tau) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (14.10)$$

$\omega$ を角加速度という。

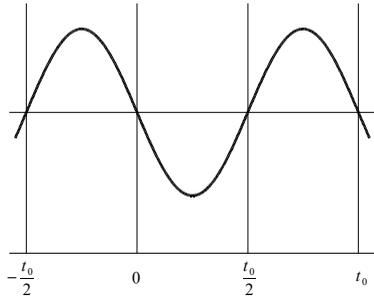


図 14.2

## 14.2 調和分析

たとえば、1日24時間を周期として刻々変わる気温などは一般に時間  $t$  の関数として1つの式に表わすことは実際不可能である。しかし、気温の変動を条件として何かの計算を行なおうとする場合には、どうしても気温を時間の関数として表わしておくことが必要になってくる。そこで気温のように1日24時間を周期として変動するものについては、前項のフーリエ級数の形でこれを近似することができる。前項の例題のように  $f(x)$  が1次式や2次式で与えられているものをフーリエ級数に変換することは公式により各項の定数を定めることができるが、各時刻の気温の測定値のような不規則な変動の場合はこれを別の方法によって定めていく必要がある。このようなとき、測定値などを基にしてその変動曲線をフーリエ級数の形の式に直すことを調和分析という。

[例題 14.2]の式で、 $f(t)$ を周期  $t_0 = 24$  時間とすると、 $\omega = \pi/12$  となり、午前0時を  $t = 0$  にとると、 $a_n, b_n$  は式(14.9)、(14.10)で  $t_0 = 24$  とおいた式となる。そこでもし、 $f(t)$  が連続関数でなく、 $\Delta t$  時間ごとの  $f(t)$  の数値として  $f_0, f_1, f_2, \dots$  のよう

に与えられたとき、一般に  $t = k\Delta t$  ( $k$  は整数) の  $f(t)$  の値  $f_k$  が の  
 範囲の  $f(t)$  を代表すると考えると、係数  $a_n$  は

$$a_n = \frac{1}{12} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \sin(n\omega k \Delta t) \Delta t \tag{14.11}$$

で表わされることになる。ただし、 $N = t_0/\Delta t$  である。ここで、たとえば図 14.3  
 に示すように  $\Delta t = 3$  時間とすると、上式は次のようになる。すなわち、

$$a_n = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^7 f_k \sin \frac{n\pi k}{4} \tag{14.12}$$

である。

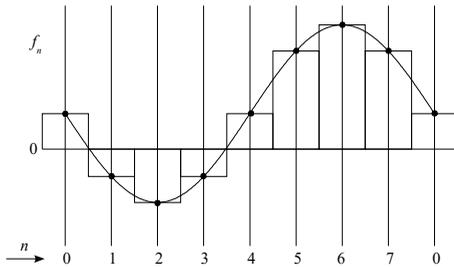


図 14.3

周期関数であるから  $f_0 = f_8$  であって上式の  $\sum_{k=0}^7$  の代わりに  $\sum_{k=1}^8$  でもよい。また  $b_n$   
 も全く同様にして得られるが、特に  $b_0$  は  $f_k$  の平均値となる。すなわち、一般に

$$b_0 = \frac{\Delta t}{t_0} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \tag{14.13}$$

となる。

【例題 14.3】 某工場の 2 時間ごとの室温を測定したところ次に示すような結果  
 を得た。この気温変動を調和分析する。

時刻[時]	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
室温[°C]	10.2	9.1	8.4	8.0	11.3	17.3	19.0	18.4	18.4	18.0	13.4	11.5

【解】 上に用いた記号に従うと、 $\Delta t = 2$  で、時刻  $t$  時は  $2k$  に相当し、室温が  $f_k$  である。  
 したがって、この場合は

表 14.2  $(C_{kn} = \cos \frac{n}{6} \pi k, S_{kn} = \sin \frac{n}{6} \pi k)$

n			1		2		3		4		5	
k	時刻	室温 $f_k$	$C_{k1}$	$C_{k1}f_k$	$C_{k2}$	$C_{k2}f_k$	$C_{k3}$	$C_{k3}f_k$	$C_{k4}$	$C_{k4}f_k$	$C_{k5}$	$C_{k5}f_k$
0	0	10.2	1	10.2	1	10.2	1	10.2	1	10.2	1	10.2
1	2	9.1	0.866	7.88	0.5	4.55	0	0	-0.5	-4.55	-0.866	-7.88
2	4	8.4	0.5	4.2	-0.5	-4.2	-1	-8.4	-0.5	-4.2	0.5	4.2
3	6	8.0	0	0	-1	-8.0	0	0	1	8.0	0	0
4	8	11.3	-0.5	-5.65	-0.5	-5.65	1	11.3	-0.5	-5.65	-0.5	-5.65
5	10	17.3	-0.866	-14.98	0.5	8.65	0	0	-0.5	-8.65	0.866	14.98
6	12	19.0	-1	-19.0	1	19.0	-1	-19.0	1	19.0	-1	-19.0
7	14	18.4	-0.866	-15.93	0.5	9.2	0	0	-0.5	-9.2	0.866	15.93
8	16	18.4	-0.5	-9.2	-0.5	-9.2	1	18.4	-0.5	-9.2	-0.5	-9.2
9	18	18.0	0	0	-1	-18.0	0	0	1	18.0	0	0
10	20	13.4	0.5	6.7	-0.5	-6.7	-1	-13.4	-0.5	-6.7	0.5	6.7
11	22	11.5	0.866	9.96	0.5	-5.75	0	0	-0.5	-5.75	-0.866	-9.96
合計		163.0		-25.82		5.60		-0.9		1.30		0.32
		$b_0=13.58$	$b_1=-4.30$		$b_2=0.93$		$b_3=-0.15$		$b_4=0.22$		$b_5=0.05$	

n			1		2		3		4		5	
k	時刻	室温 $f_k$	$S_{k1}$	$S_{k1}f_k$	$S_{k2}$	$S_{k2}f_k$	$S_{k3}$	$S_{k3}f_k$	$S_{k4}$	$S_{k4}f_k$	$S_{k5}$	$S_{k5}f_k$
0	0	10.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	9.1	0.5	4.55	0.866	7.88	1	9.1	0.866	7.88	0.5	4.55
2	4	8.4	0.866	7.27	0.866	7.27	0	0	-0.866	-7.27	-0.866	-7.27
3	6	8.0	1	8.0	0	0	-1	-8.0	0	0	1	8.0
4	8	11.3	0.866	9.79	-0.866	-9.79	0	0	0.866	9.79	-0.866	-9.79
5	10	17.3	0.5	8.65	-0.866	-14.98	1	17.3	-0.866	-14.98	0.5	8.65
6	12	19.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	14	18.4	-0.5	-9.2	0.866	15.93	-1	-18.4	0.866	15.93	-0.5	-9.2
8	16	18.4	-0.866	-15.93	0.866	15.93	0	0	-0.866	-15.93	0.866	15.93
9	18	18.0	-1	-18.0	0	0	1	18.0	0	0	-1	-18.0
10	20	13.4	-0.866	-11.60	-0.866	-11.60	0	0	0.866	11.60	0.866	11.60
11	22	11.5	-0.5	-5.75	-0.866	-9.96	-1	-11.5	-0.866	-9.96	-0.5	-5.75
合計				-22.22		0.68		6.50		-2.94		-1.28
			$a_1=-3.71$		$a_2=0.115$		$a_3=1.08$		$a_4=-0.49$		$a_5=-0.21$	

$$b_0 = \frac{1}{12} \sum_{k=0}^{11} f_k$$

$$b_n = \frac{1}{6} \sum_{k=0}^{11} f_k \cos \frac{n\pi 2k}{12}$$

$$a_n = \frac{1}{6} \sum_{k=0}^{11} f_k \sin \frac{n\pi 2k}{12}$$

よって係数を求めればよい。多くの数字を扱うので表 14.2 に示すような表を作りながら計算を進めるとよい。したがって結果は  $n=5$  までとったとき、

$$\begin{aligned} \theta(t) = & 13.58 - 4.30 \cos \omega t + 0.93 \cos 2\omega t - 0.15 \cos 3\omega t \\ & + 0.22 \cos 4\omega t + 0.05 \cos 5\omega t \\ & - 3.71 \sin \omega t + 0.115 \sin 2\omega t + 1.08 \sin 3\omega t \\ & - 0.49 \sin 4\omega t - 0.21 \sin 5\omega t \end{aligned}$$

となる。

### 14.3 周波数応答

壁体の周期的熱伝導を問題にする場合などに用いる基本励振は普通  $\cos \omega t$  である。すなわち、たとえばある平面壁について、一方の側の流体あるいは表面の基本励振が  $\cos \omega t$  で与えられ、他方の側の流体あるいは表面のポテンシャルが常に 0 であったとすると、ある位置での温度および熱流の応答がそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} r_\theta(t) &= P \cos(\omega t + \mu) \\ r_q(t) &= R \cos(\omega t + \nu) \end{aligned} \right\} \quad (14.14)$$

で与えられているとすると、 $r_\theta(t)$ ,  $r_q(t)$  を周波数応答という。正しくは表面熱流に対する温度の周波数応答、あるいは熱流の周波数応答という。そこで実際の励振がフーリエ級数の形で

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(n\omega t + B_n) \quad (14.15)$$

で与えられていたとすると、これに対する応答はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \theta(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n \cos(n\omega t + \mu_n + B_n) \\ q(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n R_n \cos(n\omega t + \nu_n + B_n) \end{aligned} \right\} \quad (14.16)$$

から求められることになる。これが周波数応答を用いる際の基本となる。

一般に図 14.4 に示すように  $\cos \omega t$  に対する周波数応答が  $\eta \cos (\omega t - \varphi)$  となったとき、 $\eta$  を減幅率、 $\varphi$  を位相遅れという。

またこのとき、図 14.5 のように  $m + a \cos \omega t$  に対する応答は  $m + a \eta \cos (\omega t - \varphi)$  となる。したがって平均値  $m$  は励振の  $m$  と変わらず、位相遅れも  $\varphi$  で同一である。

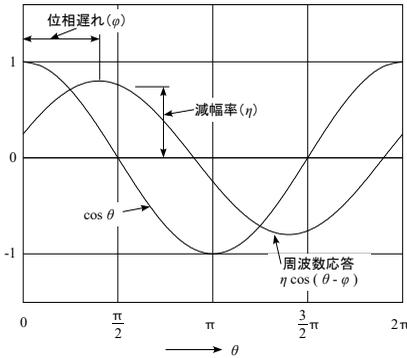


図 14.4

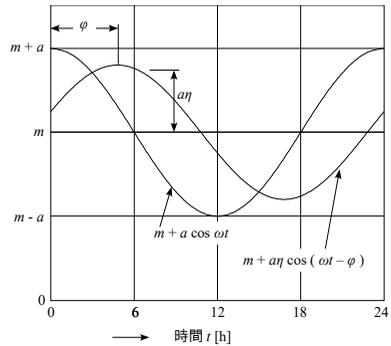


図 14.5

演習問題

- (1) 下の 3 種の量の時間的変動を調和分析せよ。
- (2) 第 2 項までを用いて再び  $t$  に 2 時間ごとの数値を代入して変動を逆に計算し、用いた値と比較せよ。3 例のうちで近似度の悪いものはどれか。
- (3) 第 3 項までを用いて(2)と同様な検討を試みよ。

時刻[時]	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
(1) $SLF_W$	0.08	0.06	0.07	0.08	0.09	0.09	0.36	0.66	0.60	0.20	0.15	0.11
(2) $I_E$	0	0	431	539	311	78	58	34	12	0	0	0
(3) $\theta_{es}$	25.1	25.1	26.8	31.5	38.3	42.5	41.0	34.6	29.8	26.9	25.7	25.3

## 第15章 数学公式 (Mathematical Formulas)

設備基礎理論で特によく出てくる数学上の基本公式および基本の計算方式を一括してこの章で簡単にまとめておく。

数式の羅列のみであれば本来付録として巻末に掲載すべき性質のものであるが、本書の他の部分に関連して利用の面を考え、問題解法にぜひ必要な説明を付け加えるため特に 1 章を設けた。また、研究上しばしば多用される環境推計の節を追加した。

### 15.1 超越関数

#### 15.1.1 三角関数

##### (1) 度とラジアン

$d$  [度] と  $r$  [ラジアン] との関係は

$$\frac{d}{180} = \frac{r}{\pi}$$

であるから、

$$\begin{cases} d [\text{度}] = \frac{180}{\pi} r [\text{ラジアン}] \\ r [\text{ラジアン}] = \frac{\pi}{180} d [\text{度}] \end{cases} \quad (15.1)$$

によって相互変換ができる。

##### (2) 第 1 象限以外の角の正弦余弦

実際の計算でよく間違う関係であるので表 15.1 にまとめておく。

表 15.1

$\sin(-\theta) = -\sin \theta$	$\cos(-\theta) = \cos \theta$
$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta$	$\cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta$
$\sin(\theta - 90^\circ) = -\cos \theta$	$\cos(\theta - 90^\circ) = \sin \theta$
$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$	$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$
$\sin(\theta + 180^\circ) = -\sin \theta$	$\cos(\theta + 180^\circ) = -\cos \theta$
$\sin(\theta - 180^\circ) = -\sin \theta$	$\cos(\theta - 180^\circ) = -\cos \theta$
$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$	$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$
$\sin(\theta + 270^\circ) = -\cos \theta$	$\cos(\theta + 270^\circ) = \sin \theta$
$\sin(\theta - 270^\circ) = \cos \theta$	$\cos(\theta - 270^\circ) = -\sin \theta$
$\sin(270^\circ - \theta) = -\cos \theta$	$\cos(270^\circ - \theta) = -\sin \theta$

(3) 加法定理・2倍角

表 15.2 に示す。

表 15.2

$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$
$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$

15.1.2 対数と指数

(1) 常用対数と自然対数

$\log_x, \log_{10} x$       10 を底とする常用対数

$\log_e x, \ln x$        $e (=2.71818284)$  を底とする自然対数

(2) 1 と底自身の対数

$$\left. \begin{array}{ll} \log_{10} 1 = 0 & \log_e 1 = 0 \\ \log_{10} 10 = 1 & \log_e e = 1 \end{array} \right\} \quad (15.2)$$

(3) 積と商の対数

$$\log ab = \log a + \log b \quad \log \frac{a}{b} = \log a - \log b \quad (15.3)$$

(4) ベキの対数

$$\log a^b = b \log a \quad (15.4)$$

(5) 底の変換

$$\left. \begin{aligned} \log_e a &= \log_e \frac{a}{\log_{10} e} \approx 2.321 \log_{10} a \\ \log_{10} a &= \log_e \frac{a}{\log_{10} e} \approx 0.4343 \log_e a \end{aligned} \right\} \quad (15.5)$$

$$\left. \begin{aligned} E = mc_{10}^{2 \log_e} e = \frac{1}{\log_e} 10 & \quad \log_e 10 = 2.321 \dots\dots \\ & \quad \log_{10} e = 0.43429 \dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (15.6)$$

(6) 大きな数、小さな数の対数

$$\log a \times 10^n = \log a + n \quad (n: \pm \text{の関数}) \quad (15.7)$$

(7)  $e^x$  を求めるとき

$y = e^x$  とおき両辺の対数をとると  $\log y = x \log e \approx 0.4343x$  となるから、 $0.4343x$  を計算し、表からこの逆対数を求めればよい。

15.1.3 双曲線関数

(1) 定義の式

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (15.8)$$

(2) 三角関数と双曲線関数との性質の対照

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 & \Leftrightarrow \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1 \\ \sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y \\ & \Leftrightarrow \sinh(x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y \\ \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \pm \sin x \sin y \\ & \Leftrightarrow \cosh(x \pm y) = \cosh x \cosh y \pm \sinh x \sinh y \end{aligned} \right\} \quad (15.9)$$

(3) 三角関数と双曲線関数との関係

$$e^{iy} = \cos y + i \sin y \quad (15.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \sinh i y &= i \sin y \\ \cosh i y &= \cos y \end{aligned} \right\} \quad (15.11)$$

$z = x + iy$  をおくととき、

$$e^z = e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y) \quad (15.12)$$

となる。これより

$$\left. \begin{aligned} i \sinh z &= \sin iz \\ \cosh z &= \cos iz \end{aligned} \right\} \quad (15.13)$$

(4) 極座標系との関係

$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  とすると

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) \quad (15.14)$$

であるから、式 (15.12) の関係から次のようになる。

$$z = r e^{i\theta} \quad (15.15)$$

15.1.4 超越関数の展開式

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad (15.16)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad (15.17)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad (15.18)$$

$$\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad (15.19)$$

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad (15.20)$$

【例題 15.1】  $\sinh \sqrt{s/a}l = 0$  を  $s$  について解け。ただし、 $a, l$  は定数。

【解】  $\sqrt{s/a}l = z$  とおくと式 (15.13) より  $\sinh z = 0$  となるためには  $\sin iz = 0$  で無ければならないから、

$$iz = n\pi \quad (n: \text{整数})$$

$$\therefore z^2 = -n^2 \pi^2$$

従って、解は

$$s = -\frac{n^2 \pi^2 a}{l^2}$$

となり、 $a > 0, l > 0$  ならば根は全部負の実根となる。

15.2 微積分

15.2.1 主要関数の微積分公式

表 15.3 に同種の微積分のおもな公式を対照させて示しておく。

表 15.3

関数	微分	積分
$x^n$	$\frac{dx^n}{dx} = n x^{n-1}$	$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \quad (n \neq -1)$
$e^{ax}$	$\frac{de^{ax}}{dx} = a e^{ax}$	$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$
$\log_e x$	$\frac{d \log_e x}{dx} = \frac{1}{x}$	$\frac{\int dx}{x} = \log x $
$\sin x$	$\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$	$\int \sin x dx = -\cos x$
$\cos x$	$\frac{d \cos x}{dx} = -\sin x$	$\int \cos x dx = \sin x$
$\tan x$	$\frac{d \tan x}{dx} = \sec^2 x$	$\int \tan x dx = -\log_e  \cos x $
$\sin^{-1} x$	$\frac{d \sin^{-1} x}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \sin^{-1} x dx = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$
$\sinh x$	$\frac{d \sinh x}{dx} = \cosh x$	$\int \sinh x dx = \cosh x$

## 15.2.2 積の微分と部分積分

関数  $f(x)$  と  $g(x)$  との積の微分と部分積分の公式とは同一の関係にある。

$$\frac{d}{dx} \{f(x)g(x)\} = g(x) \frac{df(x)}{dx} + f(x) \frac{dg(x)}{dx} \quad (15.21)$$

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx \quad (15.22)$$

なお、商の微分の公式は

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\} = \frac{-1}{\{g(x)\}^2} \left\{ g(x) \frac{df(x)}{dx} - f(x) \frac{dg(x)}{dx} \right\} \quad (15.23)$$

【例題 15.2】周期  $t_0$  で変動する関数  $f(t) = \cos \omega t$  と重み関数  $g(\tau) = ae^{-b\tau}$  のとき、デュアメル積分

$$I(t) = \int_0^{t_0} g(\tau) f(t-\tau) d\tau$$

を部分積分の公式を用いて求めよ。

【解】部分積分の公式 (15.22) の  $x$  を  $\tau$  に置き換えて、 $f(t)$  については  $t$  の関数ではなく、 $\tau$  の関数として  $f(t-\tau) = \cos \omega(t-\tau)$  と考え、まず不定積分を計算してみる。

$$\begin{aligned} I &= \int a e^{-b\tau} \cos \omega(t-\tau) d\tau \\ &= -\frac{a}{b} e^{-b\tau} \cos \omega(t-\tau) - \int \omega a e^{-b\tau} \sin \omega(t-\tau) d\tau \\ &= -\frac{a}{b} e^{-b\tau} \cos \omega(t-\tau) + \frac{\omega a}{b} e^{-b\tau} \sin \omega(t-\tau) + \int \omega^2 a e^{-b\tau} \cos \omega(t-\tau) d\tau \\ &= \frac{a}{b} e^{-b\tau} \{-\cos \omega(t-\tau) + \omega \sin \omega(t-\tau)\} + \omega^2 I \\ \therefore I &= \frac{a}{b(1-\omega^2)} e^{-b\tau} \{-\cos \omega(t-\tau) + \omega \sin \omega(t-\tau)\} \end{aligned}$$

したがって、これを 0 から  $t_0$  まで積分すればよいが、 $\sin \omega t_0 = 0$ ,  $\cos \omega t_0 = 1$  に注意して、

$$\begin{aligned} I(t) &= \int_0^{t_0} \left[ \frac{a}{b(1-\omega^2)} e^{-b\tau} \{-\cos \omega(t-\tau) + \omega \sin \omega(t-\tau)\} \right] \\ &= \frac{a}{b(1-\omega^2)} e^{-bt_0} (-\cos \omega t + \omega \sin \omega t) \end{aligned}$$

となって、求める積分が得られる。

## 15.3 簡単な常微分方程式

### 15.3.1 線形 1 階微分方程式の解

$x$  の未知関数  $y$  について、 $x$  の既知関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  との間に

$$\frac{dy}{dx} + f(x)y = g(x) \quad (15.24)$$

の関係で示されるとき、式(15.24)を線形 1 階微分方程式という。その解は

$$y = \exp\left[-\int f(x) dx\right] \left\{ g(x) \exp\left[\int f(x) dx\right] dx + c \right\} \quad (15.25)$$

で表される。特に  $g(x)=0$  としたときの解を特異解といい、

$$y = c \exp\left[-\int f(x) dx\right] \quad (15.26)$$

となる。

【例題 15.3】単位時間あたりの室からの流出熱が室内外温度差に比例するとし、その割合を  $W$  [(kJ/h)/K]、室への供給熱を  $H$  [kJ/h] とするとき、外気温が常に 0 のときは室の熱容量を  $Q$  [kJ/K] として、室温  $\theta(t)$  の変動は次式で表されることを示せ。

$$\theta(t) = \frac{H}{W}(1 - e^{-(W/Q)t})$$

【解】暖房による  $dt$  時間内の室温上昇分  $d\theta(t)$  によって室に蓄えられる熱量は  $Qd\theta(t)/dt$  であり、室からの熱損失は  $W\theta(t)$  で、両者の我が熱供給に等しいことから、

$$Q \frac{d\theta(t)}{dt} + W\theta(t) = H$$

となる。これは  $d\theta(t)$  に関する線形1階の微分方程式であり、両辺を  $Q$  で割って式(15.25)に従って解くと、

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \exp\left[-\int \frac{W}{Q} dt\right] \left\{ \int \frac{H}{Q} \exp\left[\int \frac{W}{Q} dt\right] dt + C \right\} \\ &= \exp\left(-\frac{W}{Q}t\right) \left\{ \frac{H}{W} \exp\left(\frac{W}{Q}t\right) + C \right\} \end{aligned}$$

となる。初期条件  $t=0$  で  $\theta(t)=0$  とすると  $C=H/W$  となるから、上式は題意の式と一致する。

### 15.3.2.2 階1次常微分方程式

$$(1) \quad \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = a^2 f(x) \quad (15.27)$$

の解は、 $c_1, c_2$  を定数として次式で表される。

$$f(x) = c_1 e^{ax} + c_2 e^{-ax} \quad (15.28)$$

$$(2) \quad \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = -a^2 f(x) \quad (15.29)$$

の解は、上とやや異なり次のようになる。

$$f(x) = c_1 \sin ax + c_2 \cos ax \quad (15.30)$$

一般に

$$(3) \quad a \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + b \frac{df(x)}{dx} + c f(x) = 0 \quad (15.31)$$

の解は、係数  $a, b, c$  の間の関係によって異なる。すなわち、 $f(x) = e^x$  とおき上式に代入して得られる  $dt^2 + bt + c = 0$  の2根が実根、等根、虚根によって次の3通りとなる。すなわち、

2実根  $a_1, a_2$  のときの解は

$$f(x) = c_1 e^{a_1 x} + c_2 e^{a_2 x} \quad (15.32)$$

等根  $a$  のときの解は

$$f(x) = (c_1 + c_2 x) e^{ax} \quad (15.33)$$

虚根  $\alpha \pm i\beta$  のときの解は

$$f(x) = e^{\alpha x} (c_1 \sin \beta x + c_2 \cos \beta x) \quad (15.34)$$

となる。

### 15.3.3 偏微分方程式

平面壁の不定常熱伝導の微分方程式の解を例にとって説明する。この場合は温度が壁体内の位置  $x$  と時間  $t$  との関数であるので、第 4 章に述べた

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (15.35)$$

は偏微分方程式である。

この解の形としては一般に、壁厚を  $l$  とすると、

$$\theta(x, t) = Ax + B + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-D_n t} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (15.36)$$

と表せることが知られていて、未知係数  $A, B, C_n, D_n$  を境界条件から決定することによって解を得る。

【例題 15.4】上の問題で、境界条件として、 $t=0$  にて系全体の温度が  $0$ 、 $x=0$  の温度が  $t>0$  にて  $1$ 、 $x=1$  の温度が常に  $0$  のとき、解を求めよ。

【解】条件  $\theta(0, t) = 1$  より  $B = 1$

条件  $\theta(l, t) = 0$  より  $Al + B = 0$

$$\therefore A = -\frac{1}{l}$$

式 (15.36) より  $\partial\theta/\partial t$  および  $\partial^2\theta/\partial x^2$  を作って式 (15.35) に代入することにより、

$$D_n = a \frac{n^2 \pi^2}{l^2}$$

条件  $\theta(x, 0) = 0$  および上の結果より

$$1 - \frac{x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{l} = 0$$

となる。第 14 章の公式より

$$C_n = \frac{2}{l} \int_0^l \left(-1 + \frac{\xi}{l}\right) \sin \frac{n\pi\xi}{l} d\xi = -\frac{2}{n\pi} \quad \text{†1}$$

が得られる。したがって、解は次のようになる。

$$\theta(x, t) = 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp\left(-\frac{an^2\pi^2}{l^2}t\right) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (15.37)$$

## 15.4 環境推計 (Environmental Stochastics)

母集団から無作為に抽出された標本から、母集団の特徴を推定することを推計と呼ぶ (図 15.1)。

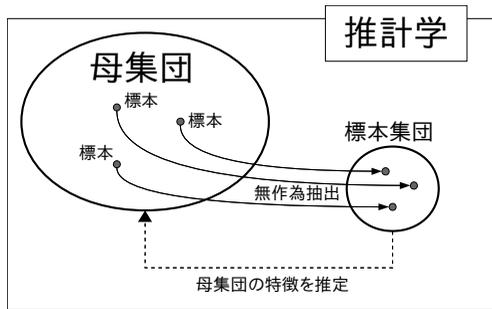


図 15.1 推計学

### 15.4.1 統計量

母集団の分布の特徴を推定することを目的に、一定の手順に従って標本集団を処理して得られた数値を統計量と呼ぶ。

#### (1) 平均値

平均値は、母集団の中心を表す指標である。式 15.38 から式 15.40 に、主要な平均値である相加平均、相乗平均、調和平均を示す。

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (\text{相加平均}) \quad (15.38)$$

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} \quad (\text{相乗平均}) \quad (15.39)$$

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} \quad (\text{調和平均}) \quad (15.40)$$

†1 [例題 14.1]の結果の (14.7) 式からそのまま得られる

(2) 中央値（メジアン）

観測値を大きさの順に並べた場合に中央にくる値を中央値と呼び、平均値と同様に母集団の中心を表すための指標である。図 15.2 に中央値の例を示す。図 15.2 右に示すようにデータ数が偶数の場合には中央の 2 つの値の平均値が中央値となる。

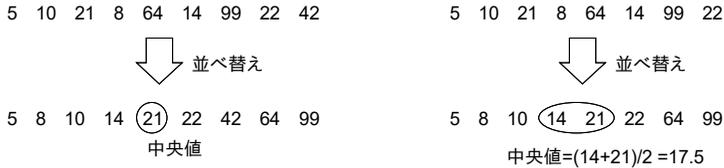


図 15.2 中央値の例

(3) 最頻値（モード）

最も多く観測された値を最頻値と呼び、平均値と同様に母集団の中心を表すための指標である。最頻値や中央値には、観測数が小さく極端な観測値が含まれている場合であっても妥当な値を示すことができるという利点がある。

(4) 分散

分散は、母集団の分布の広がりの程度を表す指標である。式 15.41 に分散の計算式を示す。

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (15.41)$$

ここで、 $\bar{x}$  は平均値である。また、分散  $\sigma^2$  の平方根  $\sigma$  を標準偏差と呼ぶ。

15.4.2 度数分布

データを一定の区間に区切り、各区間に属する標本の数を示したものを度数分布と呼び、これを棒グラフで示した図をヒストグラムと呼ぶ。図 15.3 および図 15.4 にヒストグラムの例を示す。中央値は両者ともに 9 だが、例 1 は例 2 よりも標準偏差が大きく、分布が広い。また、例 1 の最頻値は 7 であるが、12 にも小さな山があり、二カ所のピークを持つ標本集団であることがわかる。このように、ヒストグラムを利用すると、統計量だけでは把握しづらい標本集団の特性を一望することができる可能性がある。

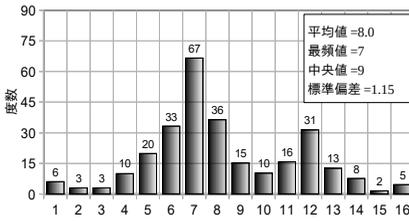


図 15.3 ヒストグラムの例 1

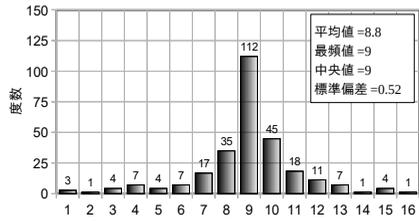


図 15.4 ヒストグラムの例 2

### 15.4.3 確率密度関数

推計の対象となる母集団が従うモデルとして、様々な分布が提案されている。代表的な分布の確率密度関数を表 15.4 に、確率密度関数の形状を図 15.5~15.8 に示す。

表 15.4 代表的な分布

分布名称	確率密度関数 $f(x)$	備考
正規分布	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\pi)^2}{2\sigma^2}\right)$	統計学で最も重要な分布であり、ガウス分布とも呼ばれる
二項分布	$Pr(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$	二分岐的な事象について $n$ 回の観察を行った場合に、ある事象が $x$ 回生ずる確率。特に $n=1$ の場合をベルヌーイ分布と呼ぶ
カイ二乗分布	$\frac{1}{2^{\phi/2} \Gamma(\phi/2)} w^{\phi/2-1} \exp\left(-\frac{w}{2}\right)$	-
ワイブル分布	$\frac{m}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{m-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^m\right\}$	劣化現象や寿命を統計的に記述する際に利用される
$t$ 分布	$f(t) = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\sqrt{\nu\pi} \Gamma(\nu/2)} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{(\nu+1)}{2}}$	区間推定や仮説検定などに利用される

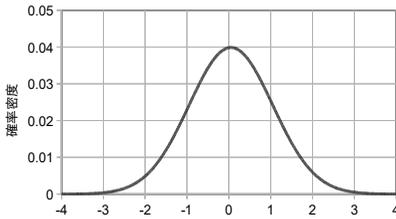


図 15.5 正規分布の確率密度関数

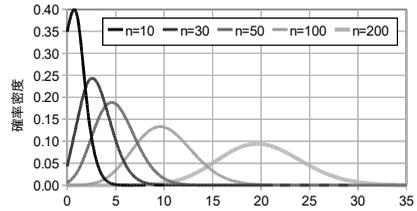


図 15.6 二項分布の確率密度関数

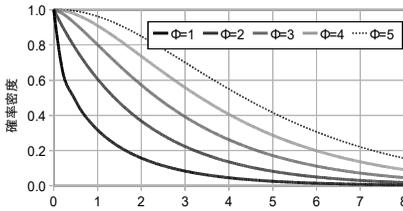


図 15.7 カイ二乗分布の確率密度関数

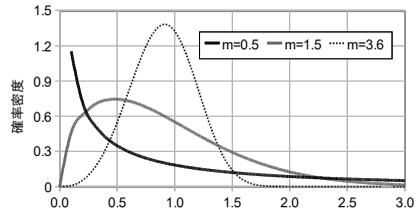


図 15.8 ワイブル分布の確率密度関数

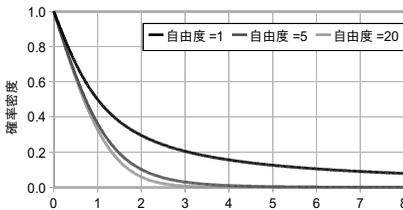


図 15.9 t分布の確率密度関数

#### 15.4.4 自己相関関数

状態変数の中には、過去の状態量の履歴によって現在の状態量を推定できる種類のものがある。このような状態変数について、過去の状態量との関係性を定量的に把握するためには、自己相関関数を利用することができる。自己相関関数は式 15.42 で定義される。時間が  $t$  離れた 2 つの状態量  $g(t)$  と  $g(t+i)$  の積の平均を計算するものであり、時間差  $t$  の関数として表現される。 $g(t)$  と  $g(t+i)$  の関係性が強ければ  $C(t)$  の絶対値は大きくなり、逆に関係無く振る舞うのであれば

$C(t)$ は0に近づくことがわかる。

$$C(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(t') g(t'+t) dt' \quad (15.42)$$

図 15.10 は、ある大学施設で実測された年間の熱負荷データについて自己相関関数を計算したものである。1日（24h）ごとと1週間（168h）ごとに  $C(t)$  の値が大きくなり、周期性を確認することができる。

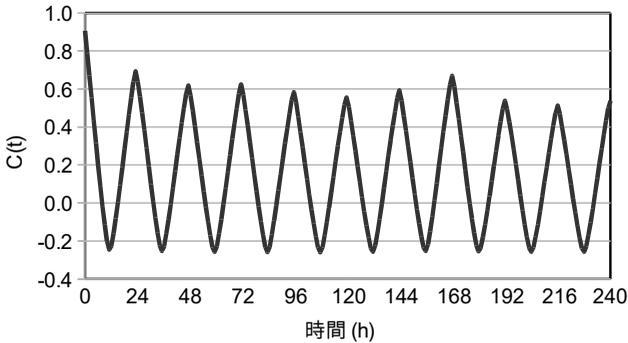


図 15.10 ある大学施設で実測された年間の熱負荷データの自己相関関数

## 第16章 重み関数 (Weighting Function)

### 16.1 重み関数とデュアメルの定理

#### 16.1.1 重み関数の簡単な例

たとえば温度が $0^{\circ}\text{C}$ である野原に1軒の山小屋があつてその中にストーブがある場合を想定してみよう。ストーブで火を燃せば山小屋の室内は暖まっていくが、火を消せば熱が外部へ逃げて遂には室内も外気と同じまでに冷えてしまう。このような野原と山小屋という空間があつて、その中で熱が発生したり、一方の空間から他方の空間へ熱が移動したりする現象が起きるようなことを考える場合、これらを総合して熱的系(thermal system)という。そこで、最初この熱的系の温度が一様であつて、それがたとえば $0^{\circ}\text{C}$ であつたとする。つまり外気も室内も $0^{\circ}\text{C}$ ということであり、さらに外気はその後もずっと $0^{\circ}\text{C}$ のままであつたとする。そこである瞬間を $t=0$ にとり、その瞬間にストーブの火が燃えて1kJの熱だけが室に供給されたとすると、その室温は瞬間的に何度か上昇するが、直ちにその温度は下降しはじめ、そのままだいに $0^{\circ}\text{C}$ に近くなるまで下降し続ける。この場合の温度をポテンシャルといい、熱供給を励振という。

#### 16.1.2 励振と応答

最初ある系(system)において、ポテンシャル<sup>†1</sup>が一様に0であつたとし、時間 $t=0$ にて単位の励振(excitation)を瞬間的にその系の中のあるものに与えると、その瞬間にそのもののポテンシャルは上昇するが、その後時間がたつにつれてそのポテンシャルは下降して限りなく0に近づくことになる。そのとき、このポテンシャルの変化をその与えられた励振に対する応答(response)といい、それを時間 $t$ の関数として表わすとき、これをそのものの重み関数という。したがつ

---

†1 第3章参照

て、重み関数はそのものに特有なポテンシャルの減衰性状を明確に示すものとして、工学では非常に広く用いられる関数である。

上の例では、下降してゆく温度を時間の関数として表わしたものが、熱供給に対する室温の変化の性状を示す重み関数であって、その単位は $[\text{°C/kJ}]$ となる。たとえば瞬間的に1 kJを与えたとき室温が $3\text{°C}$ になったとし、その後時間の経過に対し $3e^{-0.6t}$ で温度が下降する特性を示すとすると、重み関数 $\varphi(t)$ はこの場合

$$\varphi(t) = 3e^{-0.6t} \quad (16.1)$$

で表わされることになる。

したがって、もし $t=0$ で瞬間的に2 kJの熱が与えられた場合の室温の変化を $\theta(t)$ とすると、

$$\theta(t) = 2\varphi(t) = 2 \times 3e^{-0.6t} = 6e^{-0.6t} \quad (16.2)$$

となり、これをグラフに示すと図16.1(a)のようになる。

次に $t=0$ で2 kJの熱が与えられ、1時間後つまり $t=1$ で瞬間的に4 kJの熱が与えられたとすると、室温変動は

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq t < 1 \text{ では } \theta(t) = 6e^{-0.6t} \\ t \geq 1 \text{ では } \theta(t) = 6e^{-0.6t} + 12e^{-0.6(t-1)} \end{array} \right\} \quad (16.3)$$

となり、これをグラフに示すと、図16.1(b)のようになる。

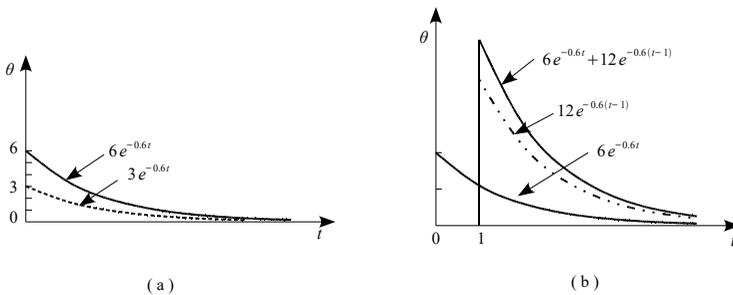


図 16.1

次に1/3時間ごとに1 kJの熱が瞬間的に加えられた場合の室温変動は

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq t < 1/3 \quad & \text{では } \theta(t) = 3e^{-0.6t} \\ 1/3 \leq t < 2/3 \quad & \text{では } \theta(t) = 3e^{-0.6t} + 3e^{-0.6(t-1/3)} \\ 2/3 \leq t < 1 \quad & \text{では } \theta(t) = 3e^{-0.6t} + 3e^{-0.6(t-1/3)} + 3e^{-0.6(t-2/3)} \\ 1 \leq t \quad & \text{では } \theta(t) = 3e^{-0.6t} + 3e^{-0.6(t-1/3)} + 3e^{-0.6(t-2/3)} + 3e^{-0.6(t-1)} \end{aligned} \right\} \quad (16.4)$$

となり、図 16.2 のような形になる。ここで、 $t=0, 1/3, 2/3, 1$  の瞬間の値に注目し、これがさらに継続した場合を考えると、一般に  $t=k/3(k=0, 1, 2, \dots)$  のときの室温は

$$\theta(t) = \sum_{k=0}^n 1 \times 3 e^{-0.6(t-k/3)} \quad (16.5)$$

となる。次にこれを 1/3 時間ごとの瞬間的に 1 kJ ずつ与えるのではなくて、1/3 時間あたり 1 kJ、つまり 1 時間あたり 3 kJ の熱を継続的に与えたとする場合を考える。それは上の式で 1/3 時間というのを  $dt$  時間に置き換えて積分の形に直せばよいことになるから、室温変動は図 16.3 のような曲線の形となり、その室温を与える式は

$$\theta(t) = \int_0^t 3 \times 3 e^{-0.6(t-\tau)} d\tau \quad (16.6)$$

となる。

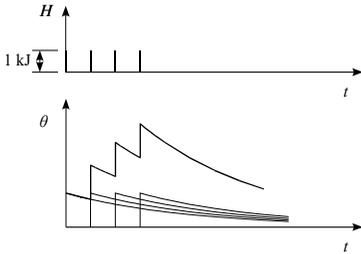


図 16.2

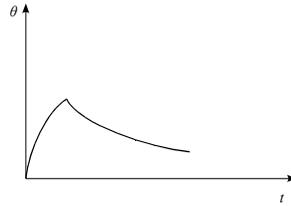


図 16.3

### 16.1.3 デュアメル の 定理

式(16.6)で前の 3 は熱供給  $H = 3 \text{ kJ/h}$  の意味で、この場合熱供給は時間に関係なく一定であるが、時間的に変わる熱供給であれば、一般的に  $H(t)$  と表わさなくてはならない。また  $3e^{-0.6t}$  が重み関数  $\varphi(t)$  であるから、 $3e^{-0.6(t-\tau)}$  は  $\varphi(t-\tau)$  である。これらの記号を用いて式(16.6)を一般的な式に書き直すと

$$\theta(t) = \int_0^t H(\tau) \varphi(t-\tau) d\tau \quad (16.7)$$

となる。この式が一般に重み関数が  $\varphi(t)$  の室に  $t = 0$  から熱供給が  $H(t)$  の形で与えられたときの室温変動を表わす一般式である。この式は次のような形にも書き表わせる。

$$\theta(t) = \int_0^t H(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau \quad (16.8)$$

数学では一般にこのような形の積分をデュアメル(Duhamel)の積分といい、ある関係をデュアメル の 積分の式で表わすことができる場合、その関係はデュアメル の 定理に従うという。

したがって、前記の野原の中の山小屋という熱的系のようなある系に対して、単位の熱供給の励振に対する応答という形で重み関数  $\varphi(\tau)$  を求めておけば、どのように時間的に変化する励振があっても、それに対する室温の応答はデュアメル の 積分によって求められることになる。

以後重み関数を表わす場合は  $\varphi(t)$  でなく  $\varphi(\tau)$  を用いる。式(16.7)、(16.8)の積分

は  $\tau$  についての積分であって、 $\tau$  は時間  $t$  の点を 0 として過去に向かう時間を意味すると考えればよい。したがって、 $H(t)$  が  $t < 0$  では 0 で、 $t = 0$  以後与えられている場合は式(16.7)、(16.8)でもよいが、 $t < 0$  でも  $H(t)$  が 0 以外の値で与えられている場合は式(16.7)、(16.8)はそれぞれ

$$\theta(t) = \int_0^{\infty} H(t) \varphi(t - \tau) d\tau \quad (16.9)$$

$$\theta(t) = \int_0^{\infty} H(t - \tau) \varphi(t) d\tau \quad (16.10)$$

となる。式(16.9)、(16.10)がデュアメル積分の一般式である。デュアメル積分を理解しやすくするための図を図 16.4 に示す<sup>†</sup>。斜線の微直方体を  $\tau$  の 0 から  $t$  まで動かして足し合わせた体積が積分になる。

---

<sup>†</sup>1 Kimura, K., Scientific Basis of Air Conditioning, Applied Science Publishers, London, p.44

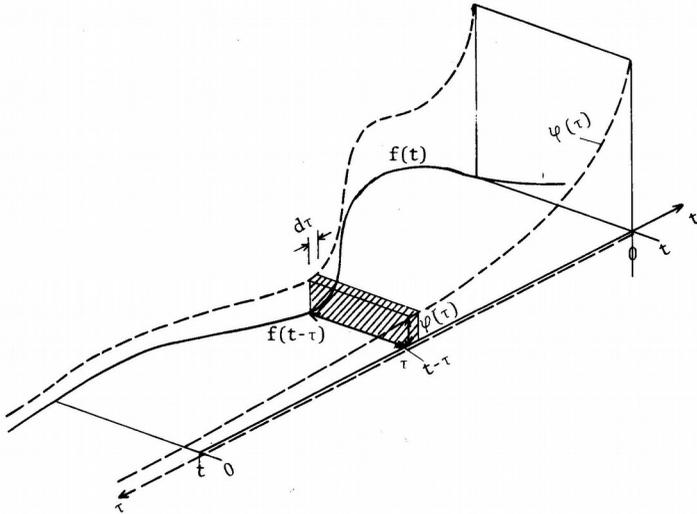


図 16.4

#### 16.1.4 A に対する B の重み関数

重み関数について注意すべきことは、常に何に対する何の重み関数であるかということをはっきりとしておく必要があるということである。たとえば、室温変動理論という重み関数には従来の表現では「暖房に対する重み関数」や「外気温に対する重み関数」があるが、ここでいう“暖房”や“外気温”は励振の要素であって、応答の要素は室温である。つまり前者は正確にいえば「暖房に対する“室温”の重み関数」という意味であって、表現を簡略化するために“室温の”という応答の語を省略するときには注意を要する。

それでは室温の重み関数以外に何があるかということ、第29章で述べるような熱負荷の重み関数というものを実際に考えることができる。これは室温は常に0という条件のもとにある室について熱取得に対して冷房負荷がどう変わるかということに直接求めるのに有効な重み関数であって、たとえば「日射熱取得に対する冷房負荷の重み関数」というふうに表現する。

### 16.1.5 重畳の原理(superposition principle)

重み関数を用いる実際の計算にはこの重畳の原理が支配する。逆にいえば重畳の原理があてはまらない場合には重み関数による計算は正しくないということになる。この重畳の原理とは、「多数の励振が同時に起こる場合の応答は個々の励振の応答の和」として求めることができるということであって、関係する系についての線形性と不変性に基づいている。

線形性(linearity)とは、応答の大きさは励振の大きさに正比例するということであり、不変性(invariability)とは、ある大きさの励振はいつ与えられても応答は常に等しいということである。

実際に厳密にはこれがあてはまらない場合がほとんどであるが、工学上は近似的にあてはまると見てさしつかえない場合が多い。

## 16.2 基本の励振形

重み関数の基になる単位の励振の形としては、実用的にはどんな形を指定してもよいのであるが、応答を前記のデュアメル積分の形で求める場合には単位の励振の形はデルタ関数である。しかし、重み関数を求める過程において単位関数に対する応答を求める方が容易な場合もあるので、次に単位関数とデルタ関数についてその概略を述べる。

### 16.2.1 単位関数とデルタ関数

(1) 単位関数(unit function)は次のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} U(t) &= 0 \quad (t \leq 0) \\ U(t) &= 1 \quad (t > 0) \end{aligned} \right\} \quad (16.11)$$

(2) デルタ関数(delta function)は次のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} \delta(t) &= 0 \quad (t < 0) \\ \delta(t) &= \infty \quad (t = 0) \\ \delta(t) &= 0 \quad (0 < t) \end{aligned} \right\} \quad (16.12)$$

しかも  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$

または

$$\left. \begin{aligned} \delta(t) &= \frac{1}{\varepsilon} \quad (0 \leq t \leq \varepsilon) \\ \delta(t) &= 0 \quad (t < 0, t > \varepsilon) \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{\varepsilon} \delta(t) dt &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (16.13)$$

図 16.5(a)に単位関数、同図(b)にデルタ関数を示す。

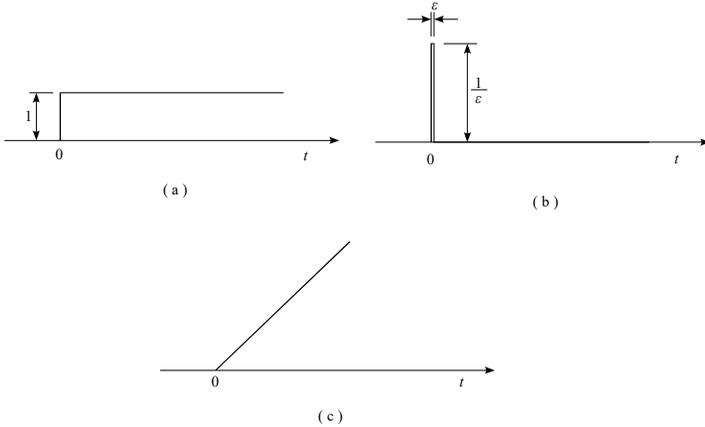


図 16.5

(3)  $U(t)$ と  $\delta(t)$ との間には次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \delta(t) &= \frac{dU(t)}{dt} \\ U(t) &= \int_0^t \delta(\tau) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (16.14)$$

【例題 16.1】  $t \leq 0$  で 0、 $t > 0$  で  $t$  となる関数  $r(t)$  を  $U(t)$  または  $\delta(t)$  によって表わせ。

【解】  $r(t)$  は図 16.5(c) に示すような関数で俗に ramp function とよばれている。ランプは普通斜路を意味するが、 $t \leq 0$  で 0 なので、斜路の手前は平地になっていることに注意する。1 の積分が  $t$  であることから、

$$r(t) = \int_{-\infty}^t U(\tau) d\tau \quad (16.15)$$

よって、 $-\infty < t < \infty$  で  $r(t)$  を定義することができる。

【例題 16.2】 図 16.5(a), (b), (c) で  $t=0$  の点が  $t=a$  ( $a$ : 実数) となっていたとすると、それぞれどのような表示になるか。

【解】 (a)  $U(t-a)$       (b)  $\delta(t-a)$       (c)  $\int_{-\infty}^t U(\tau-a) d\tau$

## 16.3 単位応答(Initial Response)

### 16.3.1 重み関数と単位応答

$\delta$ 関数の形で表わされる励振に対する応答がいわゆる重み関数であって、前に述べたようにこれを  $\varphi(\tau)$  で表わす。同様に単位関数の形で表わされる励振に対する応答も考えることができるわけで、この応答は単位応答関数あるいは略して単位応答とよばれている。本書では単位応答の記号には  $\Phi(\tau)$  を用いることとする<sup>†1</sup>。

室温変動理論で単に重み関数といえば熱供給に対する室温の重み関数を指すならわしになっている。しかし、壁体の不定常熱伝導を扱う場合には、たとえば外表面温度として  $\delta$ 関数の励振を与えたときの内表面熱流を応答として求めたときには、その応答は「外表面温度に対する内表面熱流の重み関数」である。また外表面温度の励振を  $\delta$ 関数の代わりに単位関数で与えたときは「外表面温度に対する内表面熱流の単位応答」となる。なお壁体に関する重み関数または単位応答と室温の重み関数との関係は第 30 章で述べる。

式(16.14)の関係から重み関数  $\varphi(\tau)$  と単位応答  $\Phi(\tau)$  との間には次の関係がある。

$$\frac{d\Phi(\tau)}{d\tau} = \varphi(\tau) \quad (16.16)$$

$$\Phi(\tau) = \int_0^{\tau} \varphi(z) dz \quad (16.17)$$

したがって  $\Phi(\tau)$  または  $\varphi(\tau)$  が得られたとき任意の励振  $E(t)$  に対して応答  $R(t)$  を求めるときのデュアメル積分は次のいずれの形にも書き表わすことができる。

<sup>†1</sup> 読む場合は仮に  $\varphi$  を“ファイ”、 $\Phi$  を“フィー”と発音するという約束にしておく。

$$\left. \begin{aligned} R(t) &= \int_0^{\infty} E(t-\tau)\phi(\tau) d\tau \\ R(t) &= \int_0^{\infty} \left\{ \frac{dE(t-\tau)}{d(t-\tau)} \right\} \phi(\tau) d\tau + E(0)\phi(t) \\ R(t) &= \int_0^{\infty} E(t-\tau) \left( \frac{d\phi(\tau)}{d\tau} \right) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (16.18)$$

もちろん上式で  $\tau$  と  $t-\tau$  とを交換してもさしつかえない。したがって、単位応答を求める方が容易であるか、またはその方が一般化している場合には、これを先に求めておけば上式のいずれかによって応答が得られる。

### 16.3.2 単位応答の例

#### (1) ガラスの熱貫流

【例題 16.3】ガラスの熱貫流率を  $K$  [W/(m<sup>2</sup>K)] とするとき、外気温に対するガラス内表面での温度と熱流との単位応答を求めよ。

【解】ガラスのように熱容量の無視できる場合は外気温が変動しても室温との差に比例した熱流が常に起こると考えれば非常に簡単である。まず、その貫流熱量を  $q$  [W/m<sup>2</sup>]、外気温を  $\theta_a$  [°C]、室温を  $\theta_r$  [°C] とすると、その一般式は

$$q = K(\theta_a - \theta_r)$$

であって、今室内温度基準として  $\theta_r = 0$  とすると、単位関数で表わされる外気温  $\theta_a = U(\tau)$  に対する熱流が熱流の単位応答であるから、これを  $\Phi_q(\tau)$  とすると

$$\Phi_q(\tau) = KU(\tau) \quad (16.19)$$

となる。 $\Phi_q(\tau)$  の単位は [W/(m<sup>2</sup>K)] であることに注意する。

次に内表面温度  $\theta_s$  [°C] の式は、内側表面熱伝達率を  $a_i$  [W/(m<sup>2</sup>K)] とすると、

$$a_i(\theta_s - \theta_r) = K(\theta_a - \theta_r)$$

より、

$$\theta_s = \theta_r + \frac{K}{a_i}(\theta_a - \theta_r)$$

であるから、内表面温度の単位応答  $\Phi_{\theta_s}(\tau)$  は、室温を基準の 0 とおいて、

$$\Phi_{\theta_s}(\tau) = \frac{K}{a_i}(\theta_a - \theta_r) \quad (16.20)$$

となる。つまりこれは内側表面温度は常に内外気温差の  $K/a_i$  倍しか変化しないことを示す。ここでは室温を基準としているので、すべての温度は室温との温度差を意味することになる。基準温度を別の値にとれば当然  $\Phi_{\theta_s}(\tau)$  も変わった値となる。なお  $\Phi_{\theta_s}(\tau)$  の単位は無次元である。

(2) 重構造壁体の単位応答

【例題 16.4】 厚さ  $l$  [m]、熱拡散率  $\alpha$  [m<sup>2</sup>/s]、熱伝導率  $\lambda$  [W/(mK)] の単層壁の外表面温度に対する内表面熱流の単位応答を求めよ。

【解】 例題の意味は、この壁の外表面温度が  $U(t)$  の変化をしたとき、つまり初めこの壁全体の温度が 0 であって  $t=0$  以後外表面温度が 1°C に保たれるとき、内表面における熱流はどのような式で表わされるかということである。内表面温度は常に 0 に保たれている。

非定常熱伝導の微分方程式にこの条件を入れて、まず温度について解く。その解は第 15 章の【例題 15.4】に示してある。その結果の式(15.37)は

$$\theta(x, t) = 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp\left(-\frac{an^2\pi^2}{l^2}t\right) \sin \frac{n\pi x}{l}$$

である。これより熱流は

$$q(x, t) = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = \lambda \left\{ \frac{1}{l} + \frac{2}{l} \int_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{an^2\pi^2}{l^2}t\right) \cos \frac{n\pi x}{l} \right\}$$

となり、内側表面熱流はこの式に  $x=1$  を代入して、

$$q(l, t) = \lambda \left\{ \frac{1}{l} + \frac{2}{l} \int_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(-\frac{an^2\pi^2}{l^2}t\right) \right\}$$

となる。これが求める外表面温度に対する内表面熱流の単位応答である。なお、この式で、 $t=\infty$  と置くと、 $\{ \}$  内の第 2 項は消えて、定常熱流となることと、熱流の符号は正で、熱流方向は  $x$  方向と同じになっていることがわかる。

16.4 室温変動理論における重み関数

16.4.1 室温変動の計算順序

冬季暖房によって室温が上昇していく過程を例にとりて、この室温変動を重み関数法によって計算で求める順序を説明する。

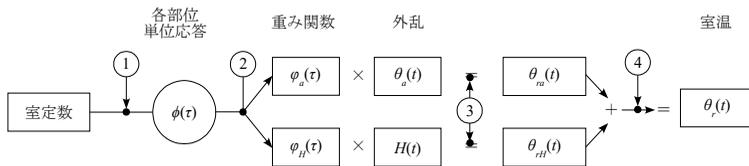


図 16.6

図 16.6 を参照して、まず与えられるものは室の形状と周壁、床、天井などの部材の熱的性質で、これらから前節の方法で単位応答  $\phi(\tau)$  が求められる。これ

を第1段階①とする。ここで室温に影響を及ぼす外乱の要素は外気温と暖房であると考えた場合、重畳の原理に従って、外気温のみによって生ずる室温変動と暖房のみによって生ずる室温変動とを別々に求めて後、両者を加え合わせることによって実際の室温が求められる。この重畳の操作を最終段階④とする。その前の第3段階③は外気温  $\theta_a(t)$  による室温  $\theta_{ra}(t)$  の計算と、暖房  $H(t)$  による室温  $\theta_{rH}(t)$  の計算とであって、これは次式によって求められる。

$$\theta_{ra}(t) = \int_0^{\infty} \theta_a(t-\tau) \varphi_a(\tau) d\tau \quad (16.21)$$

$$\theta_{rH}(t) = \int_0^{\infty} H(t-\tau) \varphi_H(\tau) d\tau \quad (16.22)$$

ここに、 $\varphi_a(\tau)$  は外気温に対する室温の重み関数であり、 $\varphi_H(\tau)$  は暖房に対する室温の重み関数である。もちろん第4段階で求める室温  $\theta(t)$  は上の両者の和である。

$$\theta_{rH}(t) = \theta_{ra}(t) + \theta_{rH}(t) \quad (16.23)$$

残る第2段階②は壁体の単位応答  $\phi(\tau)$  から  $\varphi_a(\tau)$ 、 $\varphi_H(\tau)$  を求めることであって、これが得られれば初期の目的が達せられることになるが、この求め方を次に述べる。

実際には外気温と暖房のほかには外乱要素として日射熱や照明、人体からの発熱などがあり、各要素について重み関数を求める必要がある。

#### 16.4.2 壁体の単位応答と相反定理

ある壁体について、外気側を0、室内側を1の添字記号で示すと、その壁体の単位応答としては次の4種類が考えられる。

- (1) 外気側励振に対する外気側熱流の単位応答  $\phi_{00}(\tau)$
- (2) 外気側励振に対する室内側熱流の単位応答  $\phi_{01}(\tau)$
- (3) 室内側励振に対する外気側熱流の単位応答  $\phi_{10}(\tau)$
- (4) 室内側励振に対する室内側熱流の単位応答  $\phi_{11}(\tau)$

実際の計算では、外壁については  $\phi_{01}(\tau)$  と  $\phi_{11}(\tau)$  のみしか必要でないが、廊下や隣室の温度も未知でそれらも同時に求める場合には4つとも必要である。ただ

し一般に多層壁の場合でも

$$\Phi_{01}(\tau) = \Phi_{10}(\tau) \quad (16.24)$$

の関係があるから実際には壁体の単位応答には3種類あるといえる。式(16.24)の関係を相反定理(theorem of reciprocity)という。また壁体断面が熱的に対称な場合は

$$\Phi_{00}(\tau) = \Phi_{11}(\tau) \quad (16.25)$$

も当然なりたつ。

#### 16.4.3 外気温による室温の重み関数 $\varphi_a(\tau)$

これは外気温が  $\delta(\tau)$  で与えられたときの室温の変動を意味する。今、 $k$  種類の外壁・屋根などで囲まれた室を考え、そのおのおのの壁体の面積を  $A_k$  とし、前項に述べた単位応答が与えられているとすると求める重み関数  $\varphi_a(\tau)$  は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \varphi_a(\tau) &= \frac{1}{Q} \sum_k A_k \left\{ \frac{d\Phi_{01}(\tau)}{d\tau} + \int_0^\tau \varphi_a(\tau-z) \left( \frac{d\Phi_{11}(z)}{dz} \right) dz \right\}_k \\ &= \frac{1}{Q} \sum_k A_k \left\{ \varphi_{01}(\tau) + \int_0^\tau \varphi_a(\tau-z) \varphi_{11}(z) dz \right\}_k \end{aligned} \quad (16.26)$$

この式を図 16.7 によって説明すると、{ } 内の第 1 項は  $\delta(\tau)$  の外気温に対する室内側熱流  $\varphi_{01}(\tau)$  であり、第 2 項はその熱流のために生ずる室温  $\varphi_a(\tau)$  (左辺と同じもの) によって逆に外側に向かう熱流( $\tau$  の関数)であって、実際は負の値であるからこの差し引きの熱量が { } 内の値となる。この室内への熱流を室を囲む全部材に対して求め、おのおのの面積を乗じたものの総和として求められる全熱流が、結局熱容量  $Q$  の室内の温度を  $\varphi_a(\tau)$  だけ上昇させることになる。この式の右辺のデュアメル積分の中に左辺と同じ未知関数を含んでいるので、式(16.26)のような式を  $\varphi_a(\tau)$  についての合成形(convolution type)の積分方程式という。この積分方程式の解の難易は  $\varphi_{01}(\tau)$ 、 $\varphi_{11}(\tau)$  によって異なるが、複雑な場合には第 17 章のラプラス変換を用いると比較的容易に解が得られる。

なお  $\varphi_a(\tau)$  は無次元である。

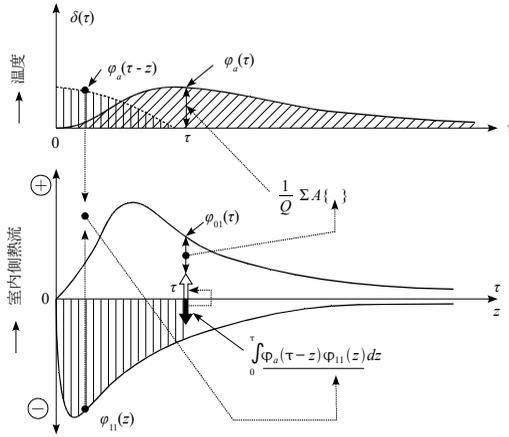


図 16.7

#### 16.4.4 暖房に対する室温の重み関数 $\varphi_H(\tau)$

室に  $\delta(\tau)$  の熱供給をしたときの室温が  $\varphi_H(\tau)$  であり、この求め方を図 16.8 によって説明する。室に 1 kJ の熱を瞬間的に供給した場合(爆発を連想すればよい)瞬間的に室温が  $1/Q$  [°C] になり、以後室温は徐々に降下する。時刻  $\tau$  における室温が  $\varphi_H(\tau)$  であるが、外気温は常に 0 に保たれているという条件があるので、その  $\varphi_H(\tau)$  によって外へ向かう熱流が生じる。外気温による重み関数を求めるときに用いたものと同じ壁体の単位応答を用いると、この熱流は

$$q = \int_0^{\tau} \varphi_H(\tau - z) \left( \frac{d\phi_{11}(z)}{dz} \right) dz \quad (16.27)$$

で表わされさらに室を囲む  $k$  種の部材についてのこの熱流の総和  $\sum_k A_k q_k$  によって生じる室温降下  $\Delta\theta$  は

$$\Delta\theta = \frac{1}{Q} \sum_k A_k q_k \quad (16.28)$$

となるから、図 16.8 を参照して、室温  $\varphi_H(\tau)$  は

$$\varphi_H(\tau) = \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q} \sum_k A_k \int_0^{\tau} \varphi_H(\tau - z) \frac{d\phi_{11}(z)}{dz} dz \quad (16.29)$$

となる。式(16.29)が暖房に対する重み関数の積分方程式である。

$\varphi_H(\tau)$  の単位は [K/W] である。

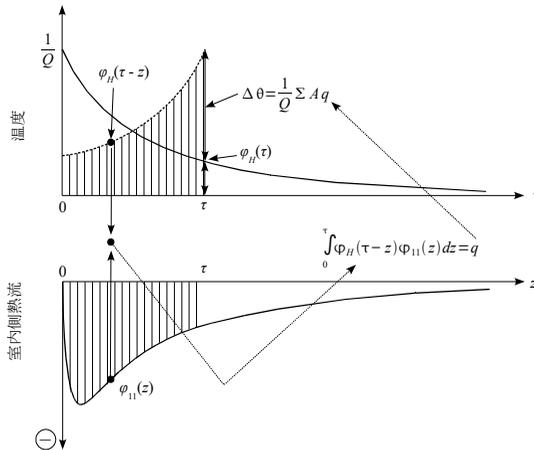


図 16.8

16.4.5 室温の重み関数の一般的性質

(1) 外気温に対する室温の重み関数には次の性質がある。

$$\int_0^{\infty} \Phi_a(\tau) d\tau = 1 \tag{16.30}$$

(2) 暖房に対する室温の重み関数には次の性質がある。

$$\Phi_H(0) = \frac{1}{Q} \tag{16.31}$$

$$\int_0^{\infty} \Phi_H(\tau) d\tau = R \tag{16.32}$$

ただし、 $R$  は室を囲む全部材の熱抵抗の総和である。

16.4.6 室温の重み関数の簡単な例

【例題 16.5】 室を囲む各部材の熱貫流率  $K$  とその面積  $A$  との積の総和を  $W$  [W/K] とし、常に各部材両表面間の温度差に比例して熱が移動するとしたとき、暖房に対する室温の重み関数  $\Phi_H(t)$  を求めよ。

【解】 式(16.29)において、題意から

$$W = \sum_k A_k \left( \frac{d\Phi_{11}(z)}{dz} \right) = \sum_k A_k K_k$$

であるから

$$\Phi_H(\tau) = \frac{1}{Q} - \frac{W}{Q} \int_0^{\tau} \Phi_H(\tau - z) dz$$

となる。ここで  $\varphi_H(\tau) = Ae^{-B\tau}$  とおき、上式に代入して係数を比較することにより、

$$A = \frac{1}{Q} \quad B = \frac{W}{Q}$$

が得られる。したがって

$$\varphi_H(\tau) = \frac{1}{Q} e^{-(W/Q)\tau} \quad (16.33)$$

となる。W/Q は室温変動率にほかならない。

#### 16.4.7 周期的重み関数

暖冷房において、1日を周期として同じ変動が毎日繰り返されるものと理想化した場合、これを一般に周期的変動という。励振に対する外乱要素が周期的変動をするために応答となる室温や熱供給なども周期的変動となる。このような状態は一般に周期定常とよばれている。ここで、外気温や日射などが1日24時間の典型的な変動として繰り返されて与えられたとき、室温変動を重み関数法によって求めようとする場合を考える。たとえば図16.9のように  $S(t)$  で表わされる日射によって室温が  $\theta_s(t)$  のような形になるとき、 $\theta_s(t)$  を式で表わせば、日射による室温の重み関数を  $\varphi_s(\tau)$  として、

$$\theta_s(t) = \int_0^t \varphi_s(\tau) S(t-\tau) d\tau \quad (16.34)$$

となる。この式は前日まで全く日射がなかったときの室温を表わす。ところが33日目の室温を見ると斜線部分は前日および前々日の日射による室温である。したがって、一般に同じ日射が周期  $t_0$  で無限回繰り返されたときの室温は次のような無限級数の和として表わすことができる。すなわち、

$$\theta_s = \int_0^t \varphi_s(\tau) S(t-\tau) d\tau + \int_0^{t_0} \varphi_s(\tau+t_0) S(t-\tau) d\tau \quad (16.35)$$

となる。なおこの積分を計算する場合に「 $t-\tau < 0$  のときには  $S(t-\tau)$  は  $S(t+t_0-\tau)$  の値を用いるものとする」という約束にしておけば、一般に

$$\eta_s(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_s(\tau + nt_0) \quad (16.36)$$

として

$$\theta_s(t) = \int_0^{t_0} \eta_s(\tau) S(t-\tau) d\tau \quad (16.37)$$

となり、こういう式の表現によって励振が周期的に変動する場合は重み関数にその周期の要素を含めた形にすることができる。このとき  $\eta_s(\tau)$  を周期的重み関数という。

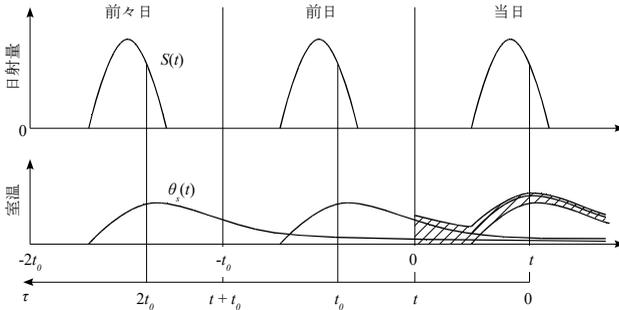


図 16.9

【例題 16.6】重み関数が  $\varphi(\tau) = a_1 e^{-b_1 \tau} + a_2 e^{-b_2 \tau} + \dots$  の形で表わされるとき、周期  $t_0$  の、周期的重み関数を求めよ。

【解】  $n$  周期後の  $\varphi(\tau)$  の第 1 項は、

$$a_1 e^{-b_1(\tau + nt_0)} = a_1 e^{-b_1 \tau} e^{-nb_1 t_0}$$

となるから、 $n$  が 1 からのまできを考え、さらに第 2 項以下についても同様に和をとると、次のような周期的重み関数となる。

$$\begin{aligned} \eta(\tau) &= a_1 e^{-b_1 \tau} (1 + e^{-b_1 t_0} + e^{-2b_1 t_0} + \dots) \\ &\quad + a_1 e^{-b_2 \tau} (1 + e^{-b_2 t_0} + e^{-2b_2 t_0} + \dots) + \dots \\ &= \frac{a_1}{1 - e^{-b_1 t_0}} e^{-b_1 \tau} + \frac{a_2}{1 - e^{-b_2 t_0}} e^{-b_2 \tau} \end{aligned} \quad (16.38)$$

## 16.5 時系列による重み係数

前節までに述べたところは解が数式で求められる場合で一般性があるが、実際に工学的立場からは必ずしも室温が時間の関数として数式で表わされている必要はなく、たとえば時刻ごとの室温の数値がほしいということが多い。そのような目的のためには完全解式による数式は複雑であって、しかも実際には近

似式を使ったり、仮定事項があるために必ずしも正確であるとはいえない。そこで実用的簡易計算法の1つの考え方として時間数列、すなわち時系列による方式が考えられている。デュアメル積分によって応答を求める場合は、励振である外気温、日射等は、時間の関数としてフーリエ級数などによって前もって近似式で表わしておくことが図16.9の第4段階の計算に際して必要である。これに対し時系列による方法では、外乱は時間の連続関数で表わされる必要はなく、定められた時間間隔でその値が与えられていればよい。たとえば、1時間ごとの計算であれば外気温は1時間ごとの数値を直接計算に用いればよいことになる。

### 16.5.1 時系列の基本励振

基本励振として前記の $\delta$ 関数、単位関数は最も一般的なものであるが、実際の励振の形状によって最も適した特別な形の基本励振を用いることがある。

2等辺三角形パルスは特に励振の形が図16.10のような折線状の場合について有効とされる。また三角形の底の時間刻みを小さくすることによって、曲線の励振に対しても近似的に適用できるので、後に述べる Response Factor 法に用いられている。

すなわち図16.11のような三角形パルスに対する応答を求めておけば、 $\Delta t$ を単位として変化する任意の折線で表わされる関数の $t = n\Delta t$ およびそれ以前の励振 $E_n$ に対する $t = n\Delta t$ における応答 $R_n$ は一般に

$$R_n = \sum_{j=0}^{\infty} r_j \cdot E_{n-j} \quad (16.39)$$

から求められる。この式はデュアメル積分に相当する時系列の級数和による表現の式といえることができる。

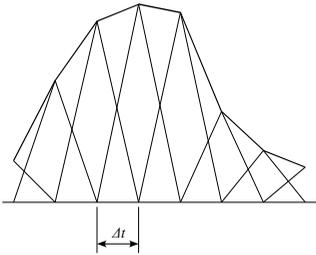


図 16.10

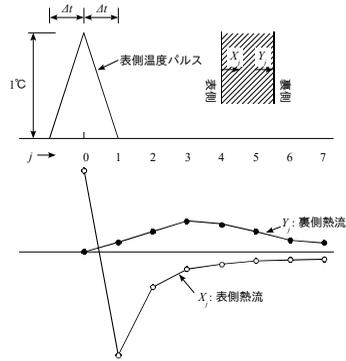


図 16.11

### 16.5.2 冷房負荷の重み係数

ガラス窓を透過する日射や、外壁を貫流して室内へ入る熱量を室内への熱取得というが、これはそのまま冷房負荷とはならず、室の構造体に蓄熱されて時間的遅れをもって現われる。この熱取得と冷房負荷の関係を示すのが重み係数で、熱取得を知って冷房負荷を計算するとき用いられる。

熱取得がたとえば1時間ごとに計算され、その  $n$  時の値を  $H_n$  とし、その熱取得に対する  $n$  時の冷房負荷  $Q_n$  を求めるときは、

$$Q_n = \sum_{j=0}^{\infty} W_j \cdot H_{n-j} \quad (16.40)$$

という式によって積の和を計算する。この式の  $W_j$  を熱取得に対する冷房負荷の重み係数という。いい換えれば単位の熱取得に対する冷房負荷の時間的変化を示すものであるから、室内への熱取得が結局は全部冷房負荷となる場合は

$$W_0 + W_1 + W_2 + \dots = \sum_{j=0}^{\infty} W_j = 1 \quad (16.41)$$

となる。

## 第17章 ラプラス変換 (Laplace Transformation)

熱伝導や室温変動などの微分方程式を解こうとする場合に、複雑なものになると解の形がはっきりわからなかつたり、解けても非常な労力を要する場合が起こってくる。そのときラプラス変換の手法を用いると意外に容易に解が得られることが多いので、簡単にその方法を説明しておこう。

### 17.1 原空間と像空間

#### 17.1.1 演算子法の原理

たとえば  $t$  に関する関数  $f(t)$  を含む微分方程式があつて、これを  $f(t)$  について解こうとする場合、図 17.1 のダイアグラムに示すように  $f(t)$  をまず仮想の  $s$  に関する関数  $\varphi(s)$  にある法則に従つて変換する。そして与えられた微分方程式の中の  $f(t)$  に関する項、たとえば  $f(t)$  や  $f'(t)$  などラプラス変換の法則に従つて  $\varphi(s)$  に関する項に置き換えると、元の  $f(t)$  に関する微分方程式は  $\varphi(s)$  に関する有理式になる。この有理式は通常容易に  $\varphi(s)$  について簡単に解くことができるので、最後にその解である  $\varphi(s)$  の  $s$  に関する式をある変換法則によつて  $t$  に関する式に逆に変換させてもどしてやると、それが結局元の  $f(t)$  に関する微分方程式の解になるという手品のような方法がある。このような変換の技法は一般に演算子法とよばれていて、その変換の法則に種々の方式があり、ラプラス変換はその変換方式の1つになっている。

また、上の例でいうと  $t$  に関する演算の領域を原空間といい、 $s$  に関する演算の領域は架空のものであるのでこれを像空間とよんでいる。

掛け算をするのに、 $\log$  を使えば足し算になり、その和を  $\log$  の約束にしたがつて元に戻せば、掛け算の答えになる、というのと似ている。つまり  $\log$  の世界も像空間といえる。

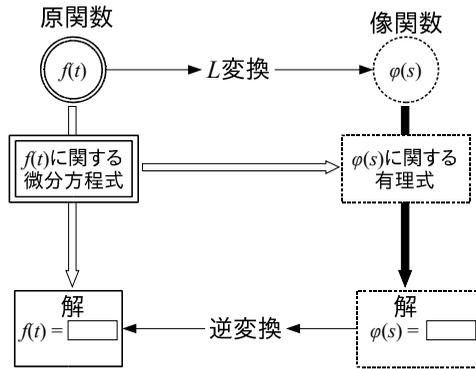


図 17.1

### 17.1.2 ラプラス変換の定義

前記のある変換法則というのが  $f(t)$  と  $\varphi(s)$  との関係を示すラプラス変換の法則であって、次の式で表わされる。

$$\varphi(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (17.1)$$

$\varphi(s)$  を  $f(t)$  のラプラス変換または  $L$ -変換ともいい、一般に次の記号を用いることがある。

$$L\{f(t)\} = \varphi(s) \quad (17.2)$$

## 17.2 ラプラス変換の基本演算公式

次に基本的な  $f(t)$  に関する演算に対応するラプラス変換の公式を列挙する。これは上の式(17.1)に代入すれば容易に証明することができる。

$$(1) \quad L\{af_1(t) + bf_2(t)\} = aL\{f_1(t)\} + bL\{f_2(t)\} = a\varphi_1(s) + b\varphi_2(s)$$

なお、 $a, b$  は定数である。

$$(2) \quad L\left\{\frac{\partial f(t)}{\partial t}\right\} = s\varphi(s) - f(0)$$

なお、 $f(0)$  は  $t=0$  における  $f(t)$  の値である。

$$(3) \quad L\left\{\frac{\partial^2 f(t)}{\partial t^2}\right\} = s^2\varphi(s) - sf(0) - f'(0)$$

$$(4) \quad L\left\{\frac{\partial^n f(t)}{\partial t^n}\right\} = s^n \varphi(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) \\ - s^{n-3} f''(0) - \dots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$$

ここに  $f(0), f'(0), \dots, f^{(n-1)}(0)$  などそれぞれ  $t=0$  における

$$\frac{\partial f(t)}{\partial t}, \frac{\partial^2 f(t)}{\partial t^2}, \dots, \frac{\partial^{(n-1)} f(t)}{\partial t^{(n-1)}}$$

の値である。

$$(5) \quad L\left\{\int_0^t f(\tau) d\tau\right\} = \frac{1}{s} \varphi(s)$$

$$(6) \quad L\{t f(t)\} = -\varphi'(s)$$

$$(7) \quad L\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n \varphi(s)}{ds^n}$$

$$(8) \quad L\left\{\frac{1}{t} f(t)\right\} = \int_0^\infty \varphi(s) ds$$

$$(9) \quad L\{e^{at} f(t)\} = \varphi(s-a)$$

$$(10) \quad L\left\{\frac{1}{a} f\left(\frac{t}{a}\right)\right\} = \varphi(as) \quad \text{ただし } a > 0$$

$$(11) \quad L\left\{\int_0^t f_1(t-\tau) f_2(\tau) d\tau\right\} = \varphi_1(s) \varphi_2(s)$$

この (11) は、合成積分のラプラス変換はおのおのの関数のラプラス変換の積になる、ということを示している。

## 17.3 逆変換

原関数  $f(t)$  に関する式をラプラス変換して  $s$  に関する像空間の有理式にし、これを解いて  $\varphi(s)$  を求めたとする。そこで最終的にこの  $\varphi(s)$  から  $f(t)$  を得るための操作を逆変換という。

### 17.3.1 逆変換の理論

$f(t)$  を  $\varphi(s)$  に変換するラプラス変換の公式(17.1)に対応するラプラス逆変換は、一般に

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{B \rightarrow \infty} \int_{a-iB}^{a+iB} e^{st} \varphi(s) ds \quad (17.3)$$

という式で表わされる。この形の積分を Bromwich の積分という。これは  $s$  を一般に複素数と考えたとき  $s$  の関数  $\varphi(s)$  は複素関数となるが、これを回路積分することによって  $f(t)$  が得られるというものである。この詳しい理論は数学の専門書<sup>†1</sup>に譲り、ここでは実際に工学上よく現れてくる  $\varphi(s)$  の基本的な形について式 (17.3) によって直接に逆変換しなくてもすむ手法を簡単に説明しておくにとどめる。

その1つは  $\varphi(s)$  が特殊な簡単な形をしている場合で、これは直ちに公式から求められる。他の1つは  $\varphi(s)$  が  $s$  の高次方程式の分数式になっている場合であるが、これは次に述べる Heaviside の展開定理によって逆変換が可能になる。実際に工学上よく出てくるのはこの2種類であって、特に公式ですぐ解が得られる場合が最もラプラス変換の威力が発揮されたとみられる。公式による逆変換が不可能なときに Heaviside の定理に頼ることになるが、これも  $\varphi(s)$  が複雑なときはかなり面倒になる。この両者によっても逆変換がむずかしいときはラプラス変換を用いる意義はないと考えてよい。

### 17.3.2 逆変換の基本公式

$\varphi(s)$  に関する式を解いて  $\varphi(s)$  が簡単な形で求まったときは公式を用いて逆変換して  $f(t)$  を求める。ラプラス逆変換の基本的公式を次に列挙しておく。

†1 たとえば文献 (107), (117)

$\varphi(s)$	$f(t)$	$\varphi(s)$	$f(t)$
$\frac{a}{s}$	$a$	$1$	$\delta(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{at}$	$e^{-at}$	$\delta(t-a)$
$\frac{a}{s^2+a^2}$	$\sin at$	$\frac{1}{s}$	$U(t)$
$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos at$	$\frac{e^{-at}}{s}$	$U(t-a)$
$\frac{a}{s^2-a^2}$	$\sinh at$	$\frac{e^{-a\sqrt{s}}}{s}$	$\operatorname{erfc} \frac{a}{2\sqrt{t}}$
$\frac{s}{s^2-a^2}$	$\cosh at$	$\frac{ab}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)}$	$\frac{a \sin bt - b \sin at}{a^2 - b^2}$
$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$	$\frac{\sinh x \sqrt{s}}{\sinh l \sqrt{s}}$	$-\frac{2\pi}{l^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \sin \frac{n\pi x}{l}$
$\frac{1}{s^2}$	$t$	$(-l < x < l)$	$e^{-(n^2\pi^2/l^2)t}$
$\frac{1}{s^3}$	$\frac{t^2}{2}$	$e^{-a\sqrt{s}}$	$\frac{a}{2\sqrt{\pi}t^3} e^{-a^2/4t}$
$\frac{1}{s^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	-	-

### 17.3.3 ヘビサイド(Heaviside)の展開定理

ラプラス変換では、原空間から像空間の変換は容易にできても、逆変換は必ずしも前項の公式にすぐあてはまるような簡単な形にならないことがよくある。その場合、Heaviside の展開定理によって逆変換が可能になる場合が多い。たとえば、像空間の関数  $\varphi(s)$  が

$$\varphi(s) = \frac{p(s)}{q(s)} \tag{17.4}$$

の形になり、 $p(s), q(s)$  とともに  $s$  の多項式になり、しかも  $p(s)$  は  $q(s)$  よりも低次であるとする。このときは  $q(s)=0$  の根を小さい方から  $a_1, a_2, \dots$  とし、等根がない場合は  $\varphi(s)$  の逆変換  $f(t)$  は次の式で表わされるとする。

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{p(a_i)}{q'(a_i)} e^{a_i t} \tag{17.5}$$

これが、ヘビサイド(Heaviside)の展開定理または留数定理とよばれるもので、 $p(a_i)/q'(a_i)$  を留数(residue)、 $q(s)=0$  の根を特異点(pole)という。

【例題 17.1】  $\varphi(s) = (4s + 1) / (s^2 + 3s + 2)$  を逆変換せよ。

【解】式にあてはめると、 $p(s) = 4s + 1$ 、 $q(s) = s^2 + 3s + 2$ であるから、まず  $q(s) = 0$  の根は-1と-2である。また  $q'(s) = 2s + 3$ であるから、留数は

$$\frac{p(-1)}{q'(-1)} = \frac{-3}{1} = -3 \quad \text{と} \quad \frac{p(-2)}{q'(-2)} = \frac{-7}{-1} = 7$$

となる。したがって、逆変換は式(17.5)により

$$f(t) = -3e^{-t} + 7e^{-2t}$$

となる。

上の例題のように分母が  $s$  の2次式のときはその根を  $\alpha_1, \alpha_2$  とすると一般に  $\varphi(s)$  の逆変換  $f(t)$  は

$$f(t) = \frac{p(\alpha_1)}{\alpha_1 - \alpha_2} e^{\alpha_1 t} + \frac{p(\alpha_2)}{\alpha_2 - \alpha_1} e^{\alpha_2 t} \quad (17.6)$$

となる。

次に式(17.4)で分母  $q(s) = 0$  の根に  $0$  がある場合の公式を示しておく。すなわち、まず  $s = 0$  の単根のある場合は

$$\varphi(s) = \frac{p(s)}{sq(s)} \quad (17.7)$$

の形になり、これは  $q(s) = 0$  の根  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  が知られれば、式(17.7)を部分分数分解して

$$\varphi(s) = \frac{p(0)}{sq(0)} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{p(\alpha_i)}{a_i q'(\alpha_i)(s - \alpha_i)} \quad (17.8)$$

の形に書き直せるので、式(17.7)の逆変換は

$$f(t) = \frac{p(0)}{q(0)} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{p(\alpha_i)}{a_i q'(\alpha_i)} e^{\alpha_i t} \quad (17.9)$$

となる。また、

$$\varphi(s) = \frac{p(s)}{s^2 q(s)} \quad (17.10)$$

の形のときは、 $s = 0$  の2重根があり、この逆変換は、

$$f(t) = \frac{p(0)}{q(0)} t + \left\{ \frac{d}{ds} \left( \frac{p(s)}{q(s)} \right) \right\}_{s=0} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{p(\alpha_i)}{a_i^2 q'(\alpha_i)} e^{\alpha_i t} \quad (17.11)$$

となる。

## 17.4 ラプラス変換の利用

### 17.4.1 公式による逆変換

ラプラス変換が最も効果的に利用される場合というのは、逆変換が簡単に公式のままに用いられるときであろう。その簡単な例を次に示す。

【例題 17.2】第16章の暖房に対する室温の重み関数をラプラス変換を用いて解

き、結果を[例題 16.5]の中の式(16.33)と比較せよ。

【解】最も簡単な場合で室の熱損失係数  $W$  [W/K] のときは、外気温を基準の 0 とし  
て

$$Q \frac{d\varphi_H(t)}{dt} + W\varphi_H(t) = \delta(t) \quad (17.12)$$

を解いて重み関数  $\varphi_H(t)$  を求めればよい。この式を像空間の式に直すと、

$$\begin{aligned} L\{\varphi_H(t)\} &= p(s) \\ Q\{sp(s) - \varphi_H(0)\} + Wp(s) &= 1 \end{aligned}$$

となる。ここで  $\varphi_H(0)=0$  と考えてよいから、これを  $p(s)$  について解くと

$$p(s) = \frac{1/Q}{s + W/Q}$$

となる。これを逆変換の公式によってラプラス逆変換すると

$$\varphi_H(t) = \frac{1}{Q} e^{-(W/Q)t}$$

となって式(16.33)と一致する。

#### 17.4.2 連立微分方程式

簡単な微分方程式でも連立になると普通の解法ではなかなか解けない場合が多いが、ラプラス変換の利用により簡単に解けることが多い。

【例題 17.3】1面が外気に面した室があり、他の5面は全く同一の室に囲まれているとする。外気温が常に 0、室に対する熱供給が  $H$  [kW] で一定のとき室を囲む構造体の温度を  $\theta_s$ 、その熱容量を  $Q_s$ 、室の熱容量を  $Q_r$ 、外壁の熱移動係数<sup>†1</sup> を  $W_1$  [kW/K]、構造体と室内との間の熱移動係数を  $W_2$  [kW/K]、とするとき、室温  $\theta_r$  と構造体温度  $\theta_s$  の変動を示す式を導け。

【解】まず室内についての熱平衡から、次の微分方程式を得る。

$$Q_r \frac{d\theta_r}{dt} + W_1\theta_r + W_2(\theta_r - \theta_s) = H$$

次に構造体についての熱平衡から、同様に次式を得る。

$$Q_s \frac{d\theta_s}{dt} + W_2(\theta_s - \theta_r) = 0$$

$\theta_r$  と  $\theta_s$  は  $t$  の関数であり、この両式は  $\theta_r(t)$  と  $\theta_s(t)$  に関する連立微分方程式である。

そこで  $\theta_r(t)$  と  $\theta_s(t)$  のラプラス変換をそれぞれ  $\varphi_r(s)$ 、 $\varphi_s(s)$  とし

$$\frac{W_1}{Q_r} = p, \quad \frac{W_2}{Q_s} = q, \quad \frac{W_2}{Q_r} = r, \quad \frac{H}{Q_r} = h$$

とおくと、両式は

†1 熱貫流率と面積との積を加算したもの。

$$\begin{cases} s\varphi_r(s) - \theta_r(0) + (p+r)\varphi_r(s) - r\varphi_s(s) = h \\ s\varphi_s(s) - \theta_s(0) + q\{\varphi_s(s) - \varphi_r(s)\} = 0 \end{cases}$$

となる。初期条件として  $\theta_r(0) = 0$ 、 $\theta_s(0) = 0$  とすると、

$$\begin{cases} (s+p+r)\varphi_r(s) - r\varphi_s(s) = h \\ -q\varphi_r(s) + (s+q)\varphi_s(s) = 0 \end{cases}$$

という  $\varphi_r(s)$  と  $\varphi_s(s)$  とに関する 2 元 1 次連立方程式になる。これを解いて

$$\begin{aligned} \varphi_r(s) &= \frac{(s+q)h}{(s+p+r)(s+q)-rq} = \frac{(s+q)h}{s^2+(p+q+r)s+pq} \\ \varphi_s(s) &= \frac{-qh}{(s+p+r)(s+q)-rq} = \frac{-qh}{s^2+(p+q+r)s+pq} \end{aligned}$$

両式の分母は共通でその根は

$$s = \frac{1}{2}\{-(p+q+r) \pm \sqrt{(p+q+r)^2 - 4pq}\}$$

でこれを  $\alpha_1, \alpha_2$  とおくと、前記の留数定理により、次のように解が得られる。

$$\begin{aligned} \theta_r(t) &= \frac{(a_1+q)h}{a_1-a_2} e^{a_1 t} + \frac{(a_2+q)h}{a_2-a_1} e^{a_2 t} \\ &= \frac{h}{a_1-a_2} \{(a_1+q)e^{a_1 t} - (a_2+1)e^{a_2 t}\} \\ \theta_s(t) &= \frac{-qh}{a_1-a_2} e^{a_1 t} + \frac{-qh}{a_2-a_1} e^{a_2 t} = \frac{-qh}{a_1-a_2} (e^{a_1 t} - e^{a_2 t}) \end{aligned}$$

#### 17.4.3 合成形積分方程式

未知の関数  $f(t)$  が既知関数  $x(t)$  と  $y(t)$  との関係から

$$f(t) = x(t) + \int_0^t f(\tau) y(t-\tau) d\tau \quad (17.13)$$

で表わされているとき、これを  $f(t)$  に関する合成形の積分方程式という。これは前章の室温変動理論における重み関数を求める場合に現われる式で、ラプラス変換の利用により比較的簡単に解ける。

まず、 $L\{f(t)\} = \varphi(s)$ 、 $L\{x(t)\} = \xi(s)$ 、 $L\{y(t)\} = \eta(s)$  とすると式(17.13)の像空間の式は、17.2 の基本演算公式の中の(11)を参照して、

$$\varphi(s) = \xi(s) + \varphi(s) \eta(s)$$

となる。これより

$$\varphi(s) = \frac{\xi(s)}{1-\eta(s)} \quad (17.14)$$

という形で  $\varphi(s)$  は表わされる。この逆変換が簡単な場合はすぐ  $f(t)$  が求められるが、簡単でない場合は式(17.14)を変形して  $\xi(s) = \eta(s) / (1-\eta(s))$  とおき

$$\varphi(s) = \xi(s) + \xi(s)\zeta(s) \quad (17.15)$$

としておいて、 $\zeta(s)$ の逆変換  $z(t)$ が求められれば式(17.15)の逆変換から  $f(t)$ を次のようにして求める。すなわち、

$$f(t) = x(t) + \int_0^t x(\tau)z(t-\tau)d\tau \quad (17.16)$$

となる。これには式(17.13)と異なり、右辺に  $f(t)$ がない。

【例題 17.4】 式(17.13)で  $x(t) = M$ 、 $y(t) = a_0 + a_1 e^{bt}$ のとき  $f(t)$ を求めよ。

【解】 前記と同じ像関数の記号を用いると、

$$\eta(s) = \frac{a_0}{s} + \frac{a_1}{s+b_1}$$

となる。したがって

$$\begin{aligned} \zeta(s) &= \frac{\eta(s)}{1-\eta(s)} = \frac{\frac{a_0}{s} + \frac{a_1}{s+b_1}}{a - \frac{a_0}{s} - \frac{a_1}{s+b_1}} = \frac{a_0(s+b_1) + a_1 s}{s(s+b_1) - a_0(s+b_1) - a_1 s} \\ &= \frac{(a_0+a_1)s + a_0 b_1}{s^2 + (b_1 - a_0 - a_1)s - a_0 b_1} \end{aligned}$$

となる。 $\zeta(s)$ の逆変換は、式(17.6)の形になるから、分母=0の根を  $a_1, a_2$ とすると

$$z(t) = \frac{\{(a_0+a_1)a_1 + a_0 b_1\}e^{a_1 t} - \{(a_0+a_1)a_2 + a_0 b_1\}e^{a_2 t}}{a_1 - a_2}$$

となる。したがって、これを用いて式(17.16)から、 $f(t)$ が次のように求められる。

$$\begin{aligned} f(t) &= M + \frac{M}{a_1 - a_2} \int_0^t [\{(a_0+a_1)a_1 + a_0 b_1\}e^{a_1 \tau} - \{(a_0+a_1)a_2 + a_0 b_1\}e^{a_2 \tau}] dt \\ &= M + \frac{M}{a_1 - a_2} \left[ \frac{\{(a_0+a_1)a_1 + a_0 b_1\}}{a} (e^{a_1 t} - 1) - \frac{\{(a_0+a_1)a_2 + a_0 b_1\}}{a_2} (e^{a_2 t} - 1) \right] \end{aligned}$$

## 第18章 数値解法と反復法 (Numerical Solution and Iteration Methods)

複雑な方程式を解きたい場合、公式を用いただけでは解けず、厳密な演算によると非常に労力を要することがよくある。このようなとき工学上は近似解で満足できることが多く場合によっていろいろな近似解法が試みられる。数値解法、反復法はともに最も普通の近似解法で、同種の繰返し計算からなりたっているため、電子計算に適した方法といえる。

また次章の図解法は図形を用いて解く近似解法の一つである。

### 18.1 差分式

階差方程式ともよばれ、特に微分方程式の近似解としてよく用いられる。たとえば、1次元不定常熱伝導の微分方程式

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (18.1)$$

において、ある時間  $t$ 、ある位置  $x$  の温度  $\theta$  を求めるのに、 $\theta$  を  $t$  と  $x$  との関数として数式で一般的に表わしておいて  $t$  と  $x$  の値を代入して求める代わりに、ある微小時間  $\Delta t$  と微小距離  $\Delta x$  を定めておいて、 $\Delta t$ 、 $\Delta x$  ごとの温度を逐次求めていくというのが差分式による解法の骨子である。すなわち、 $t = k\Delta t$ 、 $x = m\Delta x$ （ここに、 $k, m$  : 整数）とし、そのとき、その位置の温度を  ${}_k\theta_m$  と表わすことにすると、 $x$  方向の温度こう配は図 18.1 を参照して次のように書き換えられる。

$$x = (m-1)\Delta x \text{ から } m\Delta x \text{ に至るこう配} \quad \frac{{}_k\theta_m - {}_k\theta_{m-1}}{\Delta x}$$

$$x = m\Delta x \text{ から } (m+1)\Delta x \text{ に至るこう配} \quad \frac{{}_k\theta_{m+1} - {}_k\theta_m}{\Delta x}$$

そこで、 $x = m\Delta x$  の前後での  $t = k\Delta t$  における温度こう配の変化の割合は上の両者の差の  $\Delta x$  に対する割合であるから、

$$\frac{1}{\Delta x} \left( \frac{{}_k\theta_{m+1} - {}_k\theta_m}{\Delta x} - \frac{{}_k\theta_m - {}_k\theta_{m-1}}{\Delta x} \right) \quad (18.2)$$

となり、これは式(18.1)の右辺の $\partial^2\theta/\partial x^2$ と同一の意味を持っている。

一方、式(18.1)の左辺は $x=m\Delta x$ の温度の時間に対するこう配であるから、

$$\frac{{}_{k+1}\theta_m - {}_k\theta_m}{\Delta t} \quad (18.3)$$

となる。したがって、式(18.2)と式(18.3)とを組み合わせると、式(18.1)を差分式に変換した式となる。これより、 $x = m\Delta x$ における $t = (k+1)\Delta t$ の温度は

$${}_{k+1}\theta_m = p \{ {}_t\theta_{m+1} + {}_k\theta_{m-1} - (2 - \frac{1}{p}) {}_k\theta_m \} \quad (18.4)$$

で与えられる。ここに

$$p = \frac{a\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (18.5)$$

であって、 $p \leq 0.5$ となるように $\Delta t$ と $\Delta x$ とを決めなければならない。式(18.4)のような式を差分式といい、 $t = k\Delta t$ における $x = (m-1)\Delta x$ 、 $m\Delta x$ 、 $(m+1)\Delta x$ の温度から $t = (k+1)\Delta t$ における $x = m\Delta x$ の温度が求められ、順次あらゆる $x$ と $t$ についての温度が計算される。式(18.4)で特に $p=0.5$ とすると、

$${}_{k+1}\theta_m = \frac{1}{2} ({}_k\theta_{m+1} + {}_k\theta_{m-1}) \quad (18.6)$$

となって計算は非常に簡単になる。

【例題 18.1】2次元不定常熱伝導の場合の差分式を導け。

【解】2次元不定常の微分方程式は

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} \right) \quad (18.7)$$

で、これを上記の方法と同様に、 $t = k\Delta t$ における $x = m\Delta x$ 、 $y = n\Delta y$ の点の温度を ${}_k\theta_{m,n}$ で表わすことにする。すると、図 18.1 に示すように $x$ 方向と $y$ 方向とについて差分をとって、差分式は

$$\begin{aligned} & \frac{{}_{k+1}\theta_{m,n} - {}_k\theta_{m,n}}{\Delta t} \\ &= a \left( \frac{{}_k\theta_{m+1,n} + {}_k\theta_{m-1,n} - 2{}_k\theta_{m,n}}{(\Delta x)^2} + \frac{{}_k\theta_{m,n+1} + {}_k\theta_{m,n-1} - 2{}_k\theta_{m,n}}{(\Delta y)^2} \right) \end{aligned}$$

となり、もし  $\Delta y = \Delta x$  にとると、

$${}_{k+1}\theta_{m,n} = p \{ {}_k\theta_{m+1,n} + {}_k\theta_{m-1,n} + {}_k\theta_{m,n+1} + {}_k\theta_{m,n-1} - (4 - \frac{1}{p}) {}_k\theta_{m,n} \} \quad (18.8)$$

となる。ここで  $p$  は式(18.5)と同じ値であるが、 $p \leq 0.25$  でなければならない。特に  $p = 0.25$  となるように  $\Delta t$ 、 $\Delta x$  を選ぶと、 $m$  点の  $k+1$  時の温度は、 $m$  点の上下左右の点の  $k$  時の温度の平均となり、数値計算も簡単になる。

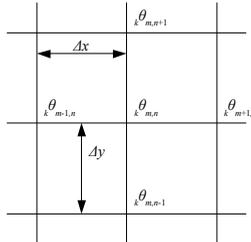


図 18.1

## 18.2 反復法

反復法はいわゆる試行錯誤法 (trial and error method) と同意で、答を初め適当な判断から仮定しておき、それが成り立つかどうかをまずチェックし、それが成り立たなければ仮定をし直して再度チェックする。このような過程を条件に適合するまで反復計算して正解を得る、というのがこの方法である。

### 18.2.1 不規則断面の熱伝導

図 18.2 に示すように(a)の厚壁の隅角部や、(b)の柱と壁の接合部などの熱伝導の問題は2次元で解く問題である。不整形な断面については直接2次元微分方程式から数式で解くのは非常に煩雑であるので、このような場合、数値解法と並行して反復法が用いられる。図 18.2 のように適宜断面を格子状に区切っておき、その交点の温度または各格子内の中央の温度をその点の周囲の部分の代表温度として熱伝導を計算していく。

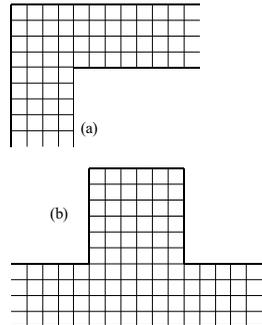


図 18.2

通常2次元定常熱伝導問題では、初め適当な温度分布を仮定しておいて、熱伝導の式にあてはめ、全体の温度が数式にあてはまるまで反復計算を行なうこと

になる。一般に2次元定常の場合、 $x = m\Delta x$ 、 $y = n\Delta y$ の点の温度 $\theta_{m,n}$ は

$$\theta_{m,n} = \frac{1}{4}(\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} + \theta_{m,n+1} + \theta_{m,n-1})$$

で表わされるから、この式がなりたつようにすべての点の温度を決めていけばよい。これを例題によって示す。

【例題 18.2】図 18.2 (a)について最も簡単な場合として、外側表面温度 0、内側表面温度 1 の定常状態の温度分布を求める。

【解】まず隅の対角線に対して対称形であるから、 $\theta_{m,n} = \theta_{n,m}$ となる。したがって半分だけを考えればよい。条件より $\theta_{m,0} = 0$ 、 $\theta_{m,4} = 1$ であり、最初の仮定温度として $\theta_{m,1} = 0.25$ 、 $\theta_{m,2} = 0.25$ 、 $\theta_{m,3} = 0.75$ とする。これを表示すると表 18.1 (a)のようになり、さらにこれを用いて各部温度を計算すると表 18.1 (b)のようになる。同様にして逐次計算を続けていくと同表(c)、(d)のようになって、しだいに各部温度の数値が変わらないようになってくる。

なおこの場合は計算を簡単にするために両側表面温度を与えたが、本来は両側空気温度を与えるべきである。そのときは内側表面温度は隅角部に近いところほど低くなり、熱橋といって熱が通りやすい部分となる。これが表面結露の原因になるので、この方法は表面結露の検討に使うことができる。

表 18.1

(a)							
n\m	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
2	0	0.25	0.50	0.5	0.5	0.5	0.5
3	0	0.25	0.50	0.75	0.75	0.75	0.75
4	0	0.25	0.50	0.75	1	1	1
5	0	0.25	0.50	0.75	1		

(b)							
n\m	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0.125	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
2	0	0.25	0.375	0.50	0.50	0.50	0.50
3	0	0.25	0.50	0.625	0.75	0.75	0.75
4	0	0.25	0.50	0.75	1	1	1
5	0	0.25	0.50	0.75	1		

(c)							
n\m	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0.125	0.131	0.25	0.25	0.25	0.25
2	0	0.131	0.375	0.438	0.50	0.50	0.50
3	0	0.25	0.438	0.625	0.75	0.75	0.75
4	0	0.25	0.50	0.75	1	1	1
5	0	0.25	0.50	0.75	1		

(d)							
n\m	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0.066	0.131	0.149	0.25	0.25	0.25
2	0	0.131	0.285	0.381	0.485	0.50	0.50
3	0	0.149	0.381	0.594	0.719	0.75	0.75
4	0	0.25	0.485	0.719	1	1	1
5	0	0.25	0.50	0.75	1		

## 第19章 図解法 (Graphical Solution Method)

建築設備における図解法には非常に多くの種類があるが、ここではその中の最も実際によく用いられる有名な方法について概略説明するにとどめておく。

### 19.1 シュミットの図解法

平面壁の非定常熱伝導の有名な図解法にシュミットの方法がある。これは本質的には前章 式(18.4)で  $p = 0.5$  としたときの式を図に表わしたものの、つまり図 19.1 に示すように  ${}_{k+1}\theta_m$  は  ${}_k\theta_{m+1}$  と  ${}_k\theta_{m-1}$  とを結ぶ直線の中点で、両者の平均となっている。

壁体の表面に境界層を考え、流体温度が与えられる場合はシュミットの方法はそのまま適用できない。棚沢は境界層の相当厚  $\delta = \lambda/\alpha$  をそのまま表面の外側にとり、 $\Delta x$  をさらに2等分して図 19.2 に示すような作図法を提案した。これはシュミット-棚沢の図解法ともいわれている。この方法では分割された層厚の中央の温度に注目するわけで、図 19.1 の層と層との境界の温度について作図するのと異なる点に注意するとよい。また図 19.2 からもわかるように

$${}_{k+1}\theta_m = \frac{1}{4}({}_k\theta_{m+1} + {}_k\theta_{m-1} + 2{}_k\theta_m) \quad (19.1)$$

となっているから、これは式(18.4)で  $p = 0.25$  とおいたことになる。これはこの図解法を用いるときの条件といえる。

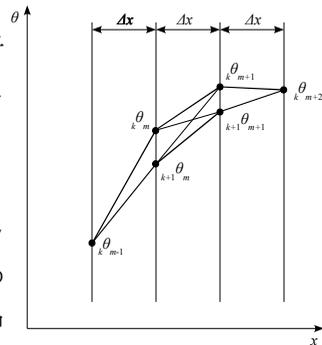


図 19.1

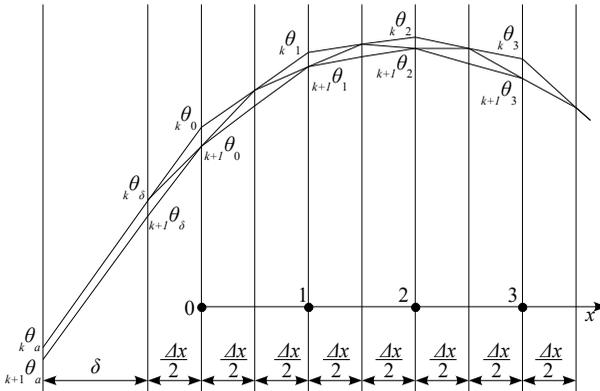


図 19.2

【例題 19.1】厚さ 18 cm のコンクリート単層壁の外側に日射が当たるとき、次の条件で 6～9 時の壁体内温度分布の変動をシュミットー棚沢の図解法により求めよ。

条件 コンクリートの熱伝導率  $\lambda=1.4 \text{ W}/(\text{mK})$ 、熱拡散率  $a=97.2 \text{ m}^2/\text{s}$ 、内側表面熱伝達率  $\alpha_i=10 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ 、外側表面熱伝達率  $\alpha_o=23 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ 、外壁外表面日射吸収率  $\alpha_s=0.3$ 、外気温  $\theta_a$ 、室温  $\theta_r$ 、日射量  $I$  の変動は図 19.3 に示すとおり。

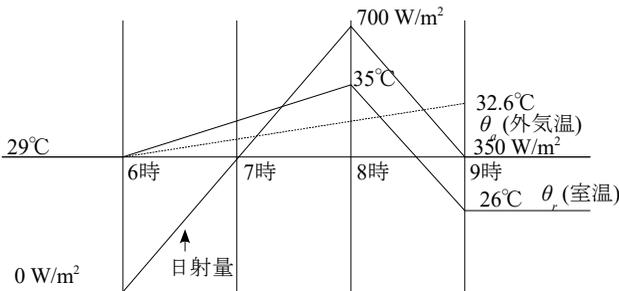


図 19.3

【解】まず  $p=0.25$  となるためには、 $\Delta x=0.03 \text{ m}$  とすると、 $\Delta t=1/12 \text{ h}=5 \text{ 分}$  となる。また境界層相当厚は外側が  $1.2 \div 23=0.0522 \text{ m}$ 、内側が  $1.2 \div 10=0.12 \text{ m}$  となる。まず図 19.4 に示すように壁体を 6 等分し、その両側にこの境界層相当厚をとる。次に相当外気温を  $\theta_e=\alpha_s I/\alpha_o+\theta_a$  によって計算し、 $t=5 \text{ 分}$  ごときの  $\theta_e$  を外気側の軸、 $\theta_r$  を室内側の軸の目盛にとる。

図 19.4 は 6~8 時の温度分布を示したものであるが、まず図 19.4 で、6:00 の線は全体が 29℃ であるから水平となる。6:05 の線は相当外気温と外表第 1 層の midpoint とを結び、室内温と内表第 1 層の midpoint を結ぶ。以下同様にして図 19.2 に示す要領で線を引けば図示のような各時刻ごとの温度分布が得られる。なおこの図で細線は補助線を示す。

8~9 時の温度分布を図 19.5 に示してある。これを図 19.4 と別にしたのは、もし一緒にしてしまうと表面付近の温度分布が交錯してしまうからである。両図からわかることは、各時刻における温度分布曲線はその時刻の室温と外気温とを直接結んだ直線(瞬間的定常熱伝導を示す直線)とかなり異なったものになっていることであって、これは壁体のもつ熱容量のためであることがわかる。

## 19.2 空気線図

第 13 章に示した空気線図はもともと複雑な演算を図上で簡単に行なうことができるように工夫されたものであり、これを用いていろいろな作図が可能になる。次にいくつかの例を示す。

### 19.2.1 湿り空気の混合

乾球温度  $\theta$ 、相対湿度  $\phi$ 、絶対湿度  $x$  の記号を用いる。

【例題 19.2】乾球温度  $\theta_1$ 、相対湿度  $\phi_1$  の空気と、乾球温度  $\theta_2$ 、相対湿度  $\phi_2$  の空気とを  $k:1-k$  の割合で混合したときの空気の乾球温度と相対湿度とを求める過程を図解せよ。

【解】空気線図では相対湿度の目盛は曲線になっているので、これをたどって与えられた  $\phi_1$  と  $\theta_1$  との交点、 $\phi_2$  と  $\theta_2$  との交点をまず捜し出す。図 19.6 にこの二点を黒丸印で示す。この二点を結ぶ線分を図のように  $k:-k$  に内分する点が求める混合空気の状態を示す点で、温度目盛について  $\theta_3$  が得られ相対湿度の曲線群の中から  $\phi_3$  が得られる。

なお、式では  $\theta_3 = k\theta_2 + (1-k)\theta_1$  であるが、空気線図では縦軸が絶対湿度目盛になっているため、もし相対湿度の代わりに飽和度が与えられていたとすれば、 $x_3 = k \times 2 + (1-k) \times 1$  から混合状態の絶対湿度が直接得られる。しかし、この例では、相対湿度が与えられているので、1 と 2 との状態の水蒸気分圧を絶対湿度に換算したのち、飽和度を求めて計算しなければならない。このようなことは実務ではよく起こるので、計算するよりは空気線図によるほうが手っ取り早いといえる。

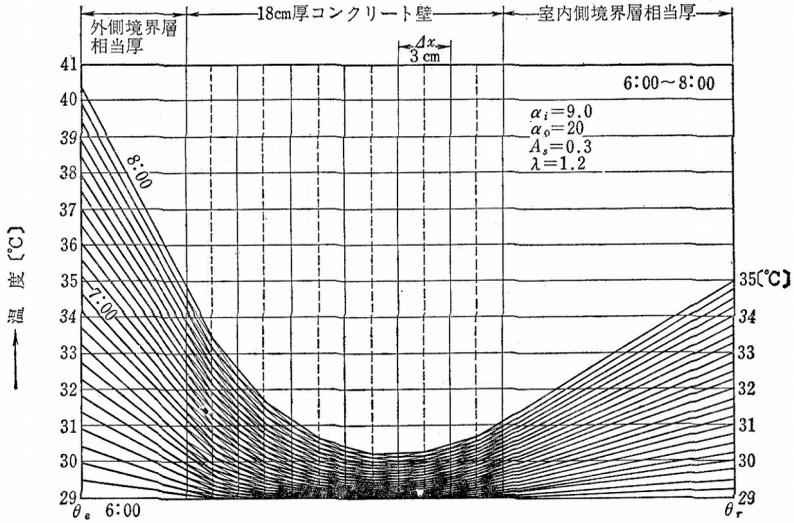


図 19.4

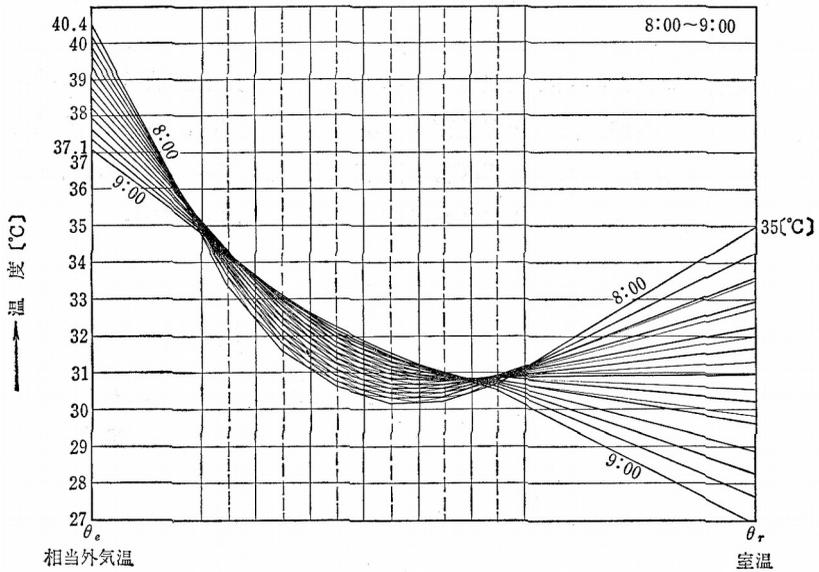


図 19.5

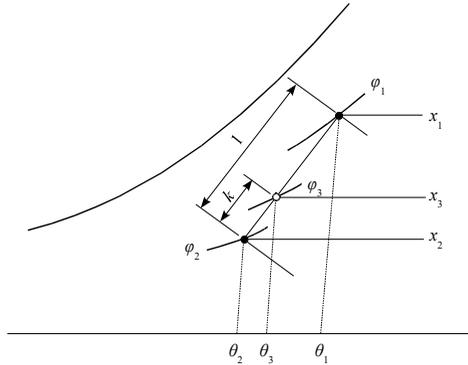


図 19.6

### 19.2.2 結露の検討

冬季よく窓ガラスやコンクリート外壁の内表面に結露することがある。このチェックは空気線図の利用によって簡単に行なうことができる。

まず熱伝導の計算から外壁内表面温度を計算し、これが室温の露点温度より低ければ結露することになる。つまり図 19.7 のように室温の状態点から水平左方向に直線を引き、飽和線との交点の乾球温度の値が露点温度であるから、この作図により結露が起きるか否かは一目瞭然である。

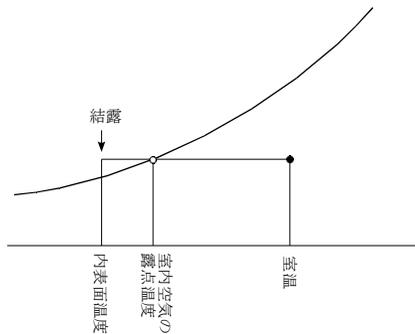


図 19.7

### 19.2.3 空調における外気導入

空調において室内空気を清浄に保つために常に必要最小限の外気を導入するのが普通である。しかし、室内に冷房負荷がある場合、もし外気の保有熱量が室内からの還気のそれより低いときは還気を全部排気し、外気を全部導入する

という運転が経済的になる。これは還気と外気との温度の相違、湿度の相違によってどのような場合に全外気導入とするかが決まることになるが、これは空気線図の還気と外気とのエンタルピーの比較によって判然とする。

還気が外気より温度、絶対湿度ともに高いか低いかわる場合には判別がすぐつぐが、温度は還気が高く、絶対湿度は外気が高いか、その逆の場合などは判別が簡単ではない。図 19.8 に示すように空気線図上でエンタルピーを求めてみると、 $i - i_r > 0$  のときは必要最小外気量、 $i - i_r < 0$  のときは全外気量の導入がそれぞれ経済的になることがわかる。

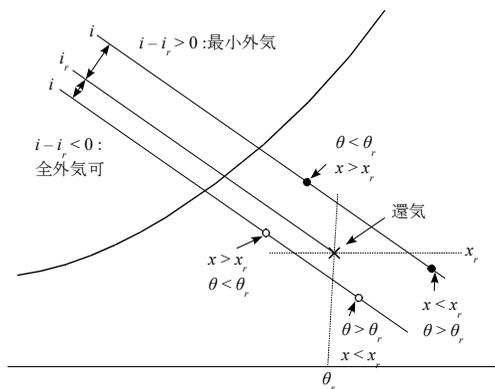


図 19.8

## 19.3 換気の図解法

### 19.3.1 抵抗曲線

すきまを風が通り抜ける際には抵抗がある。同じすきまを通る風量が多いときほどすきま前後で圧力が大きく落ちる。またダクト内を空気が流れるとき曲がりや分岐部などあるいはダクト内面での摩擦による抵抗があり、風量が多いほどダクト入口から出口への圧力の降下は大きい。一般にこのような空気流に対する抵抗体の性質は風量  $Q$  と圧力降下または圧力損失  $\Delta p$  との関係によって示され、これを図に表わしたものが抵抗曲線とよばれる。図 19.9 にこれを示す。

### 19.3.2 駆動力の特性曲線

これに対し、空気流を起こさせる駆動力となる要素にもいろいろあり、これ

についてもやはり風量と圧力損失との関係が図に示される。図 19.10 はファンの特性曲線とよばれるもので、風量が増すほど圧力降下は少なくなるという傾向を示す。図 19.11 は室内外空気の温度差による空気の密度の差に起因して換気の駆動力が生じることと、すきまなどの抵抗が小さいほど換気量は大きくなるという関係を示している。また図 19.12 は、窓面に当たる風圧は室内圧に対してすきまの特性に無関係に、ある風速について一定の値をとることを示している。

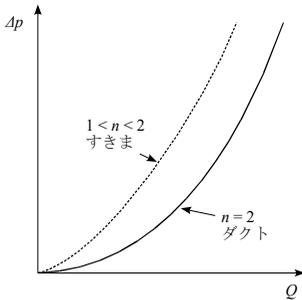


図 19.9

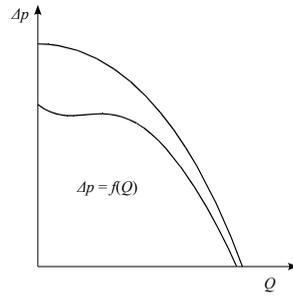


図 19.10

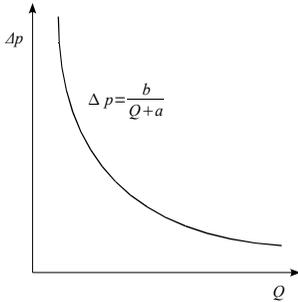


図 19.11

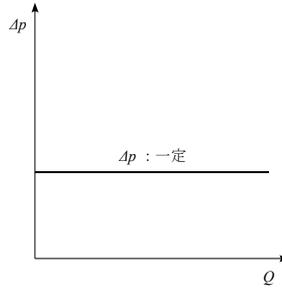


図 19.12

【例題 19.3】ダクトあるいはすきまという空気流に対する抵抗体が 2 種あり、両者が並列に組み合わせられたときと直列に組み合わせられたときの総合抵抗を示す曲線を図上から求めよ。また 2 種のファンが直列あるいは並列に結合されたときの特性曲線はどうなるか。

【解】ダクト、すきまの直列結合、並列結合の抵抗曲線は図 19.13 に示すとおりである。ファンの直列結合、並列結合の特性曲線は図 19.14 に示す。

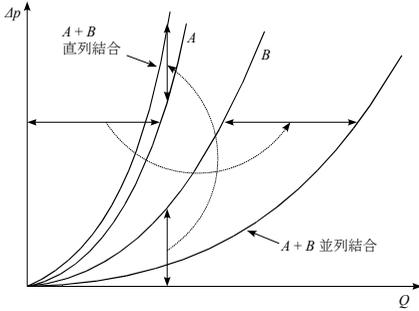


図 19.13

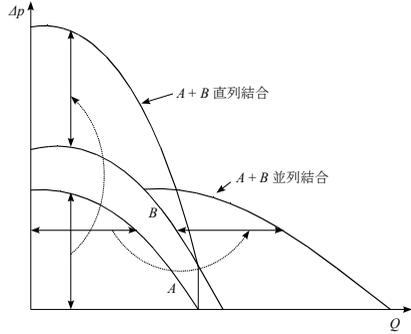


図 19.14

### 19.3.3 作動状態

ダクト、すきまなどの抵抗曲線も、駆動力の特性曲線も、ともに風量と圧力降下との関係を示している、たとえばあるダクトとあるファンとが与えられて、実際に作動させたときは、風量、圧力損失ともにある 1 つの値をとるはずである。これを作動状態という。作動状態の点を図上で求めるには、単に抵抗曲線と特性曲線とを重ね合わせてみて、その交点を求めさえすればよい。

図 19.15 は、ダクトがあり、ダクトを空気が通る間に圧力が  $p_1$  から  $p_2$  まで落ち、ファンで再び  $p_1$  に上げて結局  $Q_0$  という風量がダクト中を流れているという場合を示している。与えられたダクトとファンについての作動状態とは、圧力降下と風量を知ることであって、図のようにダクトの抵抗曲線とファンの特性曲線とを重ね合わせたとき、両曲線の交点が作動状態の  $\Delta p_0$  と  $Q_0$  とを表すことにほかならない。

また図 19.16 は下の図のように家屋の下部開口部から風が侵入し、室内空気が上昇して反対側の上部開口部から流出するという状況を示している。駆動力としては風と内外空気の温度差によるもののが同時に存在するという一般的な場合を考えてみる。図 19.11 の温度差による換気駆動力と図 19.12 の風圧による換気駆動力とが直列に結合されていると考えることができるので両者を重畳し、この曲線とすきまの圧力損失曲線とを重ね合わせると、その交点から作動状態

が求められる。このように風量と室内外空気の圧力差が作図によって求めることができる。

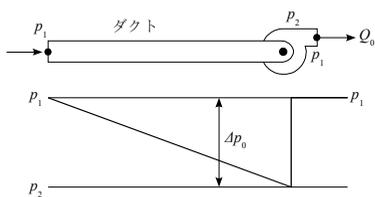
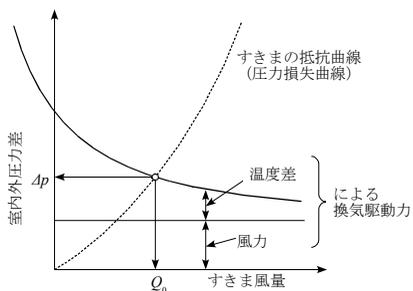
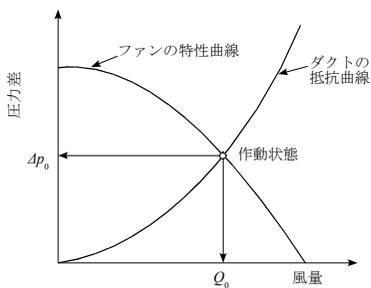


図 19.15

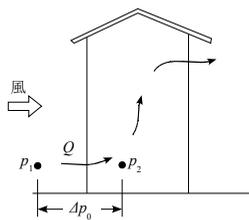


図 19.16

## 第20章 電子計算 (Electronic Computation)

本書を最初に執筆した当時の1970年頃には、この章で簡単な電子計算のプログラムの基本的な方法と特に建築設備にしばしば用いられる計算例などを解説する予定であった。しかしその後、急速にコンピュータ関係の書物が内外で出版され、一般的に使用できるサブルーチンなども用意されてきたので、詳しいことは電子計算の専門書に譲ることにする。しかし電子計算は問題の解の手段として有力なものには違いないので、ここに著者の浅い経験を基にしたコンピュータの有効な利用方法を中心に述べてみたいと思う。

### 20.1 手計算と電子計算

#### 20.1.1 電子計算の利点

どんな高等な数学でも実際に数値を入れて答を数字の形にして求めるときには、その演算は加減乗除とべきの組合せから成ることになる。したがって、計算式だけ与えられればどんな計算でも手でできるはずである。しかしその計算が面倒になるに従って、そろばんや計算尺や三角関数表などを用いることになる。これはその方が早く計算ができるからで、これらは立派な計算機である。電子計算機がなかった時代では、人間が一生かかってもできないくらいのばく大な量の計算になると、これは計算は可能だということがわかっているだけで答を出すことはあきらめられていた。電子計算機はこれを何分の1秒かでやってのける。しかし実際はそんなに簡単なものではない。それは問題が与えられてから計算機にかけるまでに相当の労力と時間とを要するからである。これに対して手計算では紙と鉛筆の使用量に応じて答の量もふえてくるが、計算量が膨大になってくると、慣れによって計算効率は上がるが飽きがきたり誤りを犯す頻度も多くなってくる。図20.1の手計算の曲線はこの関係を示している。電

子計算では準備に労力と時間がかかり、その間は何も答が出ないが、いったん答が出だすとどんどん出てくる。その計算に類した計算ではプログラムを少し修正することによってさらに容易に答が得られるが、手計算では同じような計算をやり直さなければならない。図の中の電子計算のグラフで段状のところはプログラム修正を意味している。

さらに重要なことは、多量の計算の場合には、手計算では誤りが避けられないことである。また答の信頼性にも限度がある。電子計算ではどこかに誤りがあると答が出ないか出てもとんでもない値となる。しかし場合によっては見当のつかないこともある。しかし、いずれにしても計算機の中の計算には絶対の信頼性があるとかがえてよい。

### 20.1.2 電子計算の論理

電子計算はあくまでも計算であって、微分方程式や連立方程式の一般解などを与えるものではない。電子計算を行なう前に解は準備されていなければならない。これは1つ重要な点であって、解と答とは異なるものである。解である計算式を用いて、これに数値であるデータを入れて計算を行えば答が得られる。この過程を手計算の場合と電子計算の場合とを比較したのが図 20.1 である。手計算では直接紙の上で計算式にデータを入れて計算すれば答が得られる。電子計算では、まずデータは手でコンピュータ専用のキーボードから打込まれて、データファイルに記憶され、計算式も計算機用の言語に翻訳されなければならない。この翻訳の作業をプログラミングといい、こうしてできたプログラムはステートメントからなり、コンピュータに記憶される。そこで計算せよとの命令がコンピュータに与えられると計算結果が画面に現われたり、印刷されて出てくることになる。

通常用いられるパーソナル・コンピュータ、いわゆるパソコンの場合には、図 20.2 に示すように、データもプログラムも結果もフロッピーディスクなどの記録メディアに記憶させて別に保存しておくことができる。

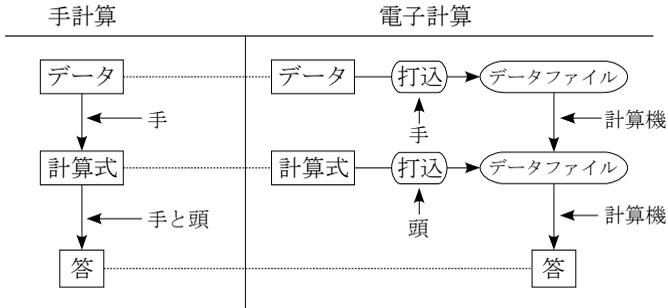


図 20.1

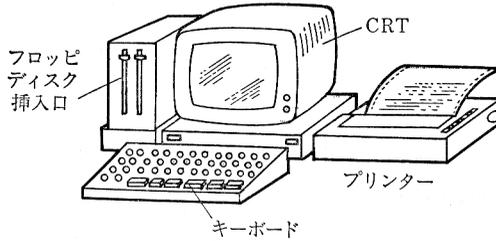


図 20.2

### 20.1.3 ハードウェアとソフトウェア

ハードウェア(hardware)とは、元来金物屋さんで売っている鍋や包丁などの金物を意味するが、ここではパソコンから大型計算機に至るまであらゆる種類のコンピュータ関連の道具や機器のことをいう。手で触れて硬い物というより眼に見えるものと考えた方がよい。

これに対してソフトウェア(software)とは、眼に見えないコンピュータの道具という意味で、次節のプログラムを含めて計算の過程から考え方まで総合的な意味を持つ、ハードウェアに対して造られたコンピュータ用の造語で、作った人の茶目っ気が感じられる。

ハードウェアはメーカーが製作するが、ソフトウェアはユーザーもメーカーもその中間の人達も考えて作る。優れたハードウェアがあってもソフトウェアが不完全であれば適正な答は得られない。

## 20.2 プログラム

### 20.2.1 計算式

上述のようにまずプログラム作成の前の段階として、問題の解式を求めなくてはならない。微分方程式や連立方程式や高次方程式のままでは計算機にのせられない。つまり計算機は数字の計算を行なうだけで、記号で表わされた式の演算はしてくれない。ただし、いろいろな技法によってプログラミングの作業を省くことは可能ではある。その1つはレディメードのサブルーチンを使うことである。たとえば多元1次連立方程式などはその解が係数の行列式の商として表わされるので、一般に係数の値を与えれば未知数が求まるというサブルーチンは計算機の中にすでに用意されている。したがってこのように用意されているサブルーチンは極力利用して、能率を高めるようにしたほうがよい。

### 20.2.2 フローチャート

計算機に計算をさせるには計算順序と計算条件を明らかにさせておくことが重要である。手計算では常職で知らないうちに判断されていることが、計算機ではそのような命令がないと働かない。もし条件がAならばXの計算、条件がBならばYの計算というような異なる条件のときは異なる計算を行ないたい場合にこのようなことが起きる。これを判定という。また計算機は数の演算をする機械であるから、ある計算に必要な数値が1つでも与えられていなければ計算はできない。間違った答えを出してくれないで計算機は止まるだけである。したがって計算の順序が重要になる。この関係をダイヤグラムに表わしたのがフローチャート(flow chart)とよばれる。

図 20.3 は空気線図上で空気調和器の設計にしばしば現われる湿り空気の状態変化である。この過程は作図によって行なわれるのが普通であるが、これを電子計算機で求めることを考えてみる。

まず同図で1から6までの各点の状態は次の意である。

- 1: 外気
- 2: 室内空気



このフローチャートでは何と何とを用いて何を計算するという順序と各量の記号が矢印でつながれている。この流れに従って計算を行えば、スムーズに答が得られ、印刷されて計算機から出てくる、という仕組みになっている。

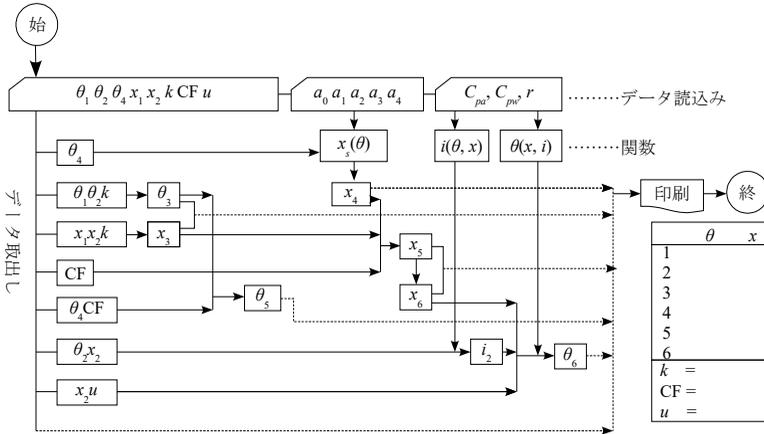


図 20.4

【例題 20.1】  $x = f(x)$  という式で  $f(x)$  は非常に複雑で解析的には簡単に解けない場合、 $x$  を反復法によって求めるフローチャートを作れ。

【解】 方針としては、答になる  $x$  の値を適当に仮定しておいて、その値を  $f(x)$  に入れて結果が仮定値に等しければその仮定値が答になる、ということから、試行錯誤により  $f(x)$  と  $x$  との差がある誤差範囲内にはいるまで同じ計算を行なう、という過程を考える。これをフローチャートに表わしてみると図 20.5 になる。

ところが、これは全く同じ計算を数値を変えて行なうのであるから、図 20.6 のようにこの反復をループにしまえばすっきりしたフローチャートになる。しかも実際のプログラミングでは、いつもこの形で取り扱われるので、このような考え方を身につけておくとよい。

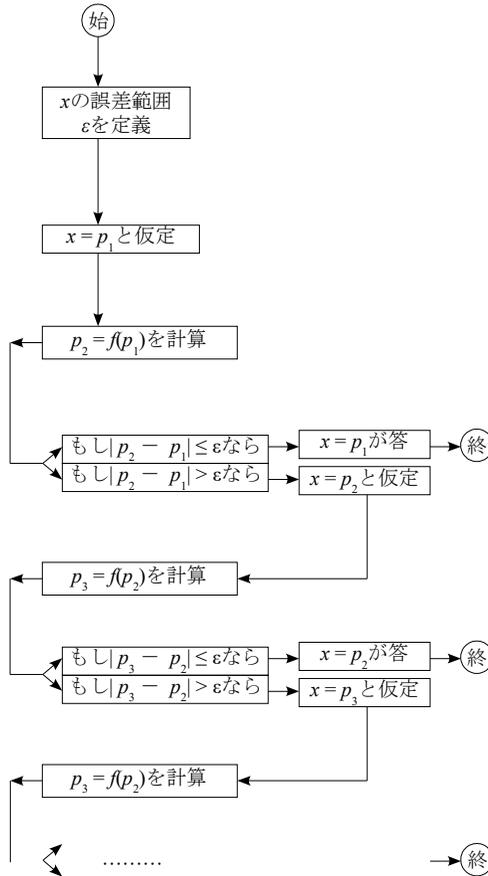


図 20.5

### 20.2.3 アルゴリズム(Algorithm)

計算機言語に翻訳する直前の計算式の状態を想定してみる。前にも述べたように、問題の解答のうち解はこの状態ではできていなくてはならない。この先の答を計算機に出してもらふことになる。この解式は1つの式であることもあるが、普通は多数の式からなる。そのときは必ず計算順序が規定されていなければならない。またおのおのの計算式の前には、その計算に必要な数値はデー

タとして与えられるか、それより前の計算式の結果値としてすでに得られているものでなければならない。ある計算式について必要な量または数値を入力することを(input)といい、計算の結果得られる量または数値を出力することを(output)という。入力と出力とは計算式の集合体についてもいえる。プログラム作成前にその計算で何が入力で何が出力であるかは明確にされていなければならない。

アルゴリズムとは、ある計算に関してそのプログラム作成上の準備段階としてそれらの入力と出力とを明記し、計算式を計算順序に従って記述し、判定や反復があればそれらも計算過程の中のどこにはいるかを示したものであって、誰にもわかるように普通の文章と数式で書かれた一連の数式のセットをいう。研究者自身がプログラムを行なう場合にはなくてもよいものともいえるが、プログラマーを利用する際には、このようなアルゴリズムにしておくこととプログラマーは計算内容の意味を知らなくても、これを計算機言語に翻訳できるので、アルゴリズムはプログラマーへの伝達言語であるということもできる。

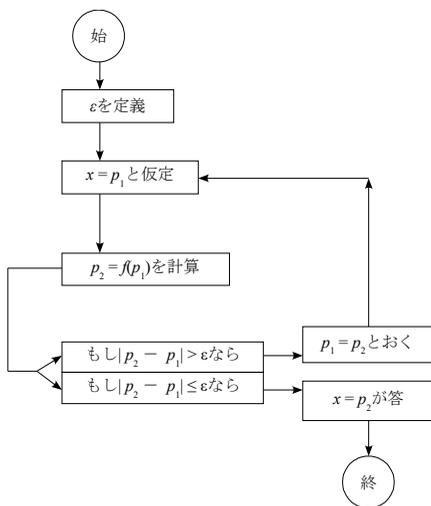


図 20.6

【例題 20.2】 図 20.4 のフローチャートのアルゴリズムを作れ。

【解】

入力

T1 : 外気乾球温度 [°C]                      T2 : 室内設定乾球温度 [°C]

T4 : 装置露点温度 [°C]                      X1 : 外気絶対湿度 [g/kg]

X2 : 室内設定絶対湿度[g/kg]              RK : 混合比

CF : コンタクトファクタ                  U : 水分比

A0, A1, A2, A3, A4 : 乾球温度に対する飽和絶対湿度を表す多項式の係数

CPA : 空気の比熱 [kJ/(kgK)]              CPW : 水蒸気の比熱 [kJ/(g K)]

R : 水の蒸発潜熱 [kJ/g]

出力

T3 : 外気と室内空気の混合空気の乾球温度 [°C]

T5 : 冷却コイル出口空気乾球温度 [°C]

T6 : 再熱後の吹出空気温度 [°C]

X3 : T3 に対応する絶対湿度 [g/kg]

X4 : T4                      "

X5 : T5                      "

X6 : T6                      "

計算順序

(1)装置露点温度に対する飽和絶対湿度(X4)を求める。

乾球温度(T)に対する飽和絶対湿度(XS)の近似計算式

$$XS=A0+A1*T+A2*T**2+A3*T**3+A4*T**4$$

にて T=T4 とすれば X4=XS を得る。

(2)外気と室内空気の混合空気の乾球温度(T3)と絶対湿度(X3)とを求める。

$$T3 = T1*(1-RK) + T2*RK$$

$$X3 = X1*(1-RK) + T2*RK$$

(3)冷却コイル出口空気の乾球温度(T5)と絶対湿度(X5)とを求める。

$$T5 = T3*(1-CF) + T4*CF$$

$$X5 = X3*(1-cF) + X4*CF$$

(4) 吹出空気の絶対湿度(X6)を求める。

$$X6=X5$$

(5) 室内空気のエンタルピー E2 を求める。

$$E2=CPA*T2+X2*(R+CPW*T2)$$

(6) 吹出空気のエンタルピー(E6)を求める。

$$E6=E2-U*(X2-X6)$$

(7) 吹出空気の乾球温度(T6)を求める。

$$T6=(E6-X2*R)/(CPA+X2*CPW)$$

#### 20.2.4 プログラム言語

計算機では、あらゆる情報が On と Off の二つの状態値の操作によって表現されている。従って、計算機の内部は、二進数が支配する世界であると言える。このような 0 と 1 の羅列は機械語と呼ばれるが、人間にとっては読解が難しい。人間は十進数によって計算を行い、また、数字以外にも様々な記号を利用して物事を考えることが通常だからである。このような人間と計算機との落差を埋める存在がプログラム言語である。プログラム言語は計算機に命令を送るための言語であり、人間の言語によく似た文法を持っている。そして、実際に計算機に計算を行わせる際には、プログラム言語を機械語に翻訳することになる。このような翻訳作業をコンパイルと呼び、翻訳を行うための機械をコンパイラと呼ぶ。

プログラム言語には様々な種類があり、目的に応じて使い分けることが必要である。以下、代表的なプログラム言語とその特徴について記す。

##### (1) FORTRAN

FORTRAN は主に科学技術計算を目的としたプログラム言語であり、最も歴史の古いプログラム言語の一つである。1957年に米国 IBM 社で発表されて以降、数多くのプログラムが FORTRAN 言語で開発されているため、非常に多くのプログラム資産が存在している。例えば、我が国の代表的な熱負荷計算プログラムである HASP/ACLD や、設備システムの動的シミュレーションプログラムで

ある HVACSIM+(J)も、言語としては FORTRAN を採用している。

## (2) Basic

1964年にダートマス大学で開発が行われた言語である。パーソナルコンピュータの OS として最大シェアを持つ Microsoft Windows において、Visual Basic が主要な開発環境の一つとなっていることなどにより、近年、プログラマー人口が増加しつつある。また、Microsoft Office や Open Office など、主要なオフィススイート<sup>†1)</sup>のサブセットとして Basic 言語がサポートされている例が多いことも利用者の増加に寄与している。建築環境に関しても「表計算ソフトウェアによる入力」+「Basic 言語による計算」という方法で動作するソフトウェアが数多く開発されている<sup>†2)</sup>。

## (3) Java

Java 言語は 1990 年代に Sun Microsystems 社で開発された言語である。その大きな特徴は、Java 仮想マシンを使用することで、プラットフォームに依存せずに動作が可能であるという点にある。このため、一旦開発ができてしまえば、Windows, Linux, MacOS などの OS の種類を問わずに動作が可能である。建築環境分野では、建築物総合エネルギーシミュレーションツール BEST や、環境& エネルギーマネジメントプラットフォーム TSC21 で Java 言語が採用されている。

## (4) 言語による演算子の違い

わずかであるが、プログラム言語に応じて演算子の記法は異なる。表 1~3 に、各言語における算術演算子、関係演算子、論理演算子の記法を示す。多くのプログラム言語で共通して憶えておくべき事項として『=』記号の取り扱いがある。『=』記号は、左辺と右辺が等価であることを意味するのではなく、右辺の計算結果を左辺の記号に代入するという操作を意味する。

例えば、[例題 20.2]でのアルゴリズム中の計算式は全部 FORTRAN で表現されたものである。(5)のエンタルピーを求める式は普通の数式では

---

†1 ワードプロセッサ、表計算、データベース、プレゼンテーション等のソフトウェアセット。

†2 例えば、

LCEM ツール : [http://www.mlit.go.jp/gobuild/sesaku\\_lcem\\_lcem.html](http://www.mlit.go.jp/gobuild/sesaku_lcem_lcem.html)

エネルギー消費原単位管理ツール : <http://www.eccj.or.jp/audit/esumt3>

建築の LCA 計算ツール : <http://news-sv.ajj.or.jp/tkankyo/s0/site/arc08.html>

$$i_2 = C_{pa}\theta_2 + x_2(r + C_{pw}\theta_2)$$

となる。

表 1 算術演算子

	加算	減算	乗算	除算	剰余	べき
FORTRAN	+	-	*	/	MOD	**
Basic	+	-	*	/	Mod	^
C++	+	-	*	/	%	無
Java	+	-	*	/	%	無

表 2 関係演算子

	=	≠	<	≤	>	≥
FORTRAN	.EQ.	.NE.	.LT.	.LE.	.GT.	.GE.
Basic	==	<>	<	<=	>	>=
C++	==	!=	<	<=	>	>=
Java	==	!=	<	<=	>	>=

表 3 論理演算子

	論理和	論理積	否定	排他的論理和
FORTRAN	OR	AND	NOT	XOR
Basic	Or	And	Not	Xor
C++		&&	!	^
Java		&&	!	^

### 20.2.5 図計算

一般に手計算では、その計算過程の中で図表を用いることがよくある。横軸の量と縦軸の量との関係を表わす1つの曲線があるとき、その前の計算結果で、ある横軸の値を与えれば縦軸の値が求まり、これを用いて次の計算を行なうことはしばしばである。電子計算機ではすべて数のみを扱うのでこのようなグラ

フを計算途中でそう入することはできない。このような図計算を電子計算に組み込む方法を次に示す。

(1) グラフがもともと式で表わされていた場合はそのまま元の式を用いればよい。たとえば図 5.8 に示す管摩擦係数を求めるムーディ線図は図表として非常に便利なものであるが、これはもともとムーディがハーゲンポアズイユの層流の式とニコラーゼの乱流の式とを巧みに組み合わせて作ったものであるから、レイノルズ数による層流乱流の判定とこの両式とをそのまま計算機言語に書き換えればよい。

(2) 近似曲線 数式で表わされない多くの数値をなめらか曲線で結んだような形の曲線の場合は、これに最も近い曲線を与える数式によって代用する。[例題 20.2]では図 20.7 に示すような乾球温度  $T$  に対する飽和絶対温度  $X_S$  の曲線は  $T$  の 4 次式で近似させたものを用いた。同例題中の  $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4$  の数値は温度  $T$  が -5, 10, 25, 35, 50 のときの  $X$  の数値を用いて電子計算機で計算すると次のような値となる。

(3) 折線による近似 厳密さをそれほど要求されない場合は曲線をいくつかの区間に分けてその区間内では直線の式を用いることにすると、プログラムも簡単に計算時間もきわめて短くなる。図 20.8 はガラスの光線入射角に対する透過率の関係を示す曲線とこれを 4 区間に分けて用いる直線近似の式を示したものである。これは著者が作った簡易式であるが、実用的には十分正しい値を与える。

(4) 図 20.9 に示すようなサンプル値のみ与えられている場合 不規則性のある度数分布などについて、一般に中間点に対する値は内そう法によって求めるのが普通であろう。B のような曲線を A のような折線で近似したときはかなりよい結果が期待されるが、C のような曲線を近似するには  $n$  の幅をもっと小さくとる必要がある。

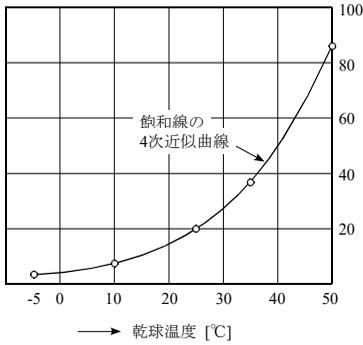


図 20.7

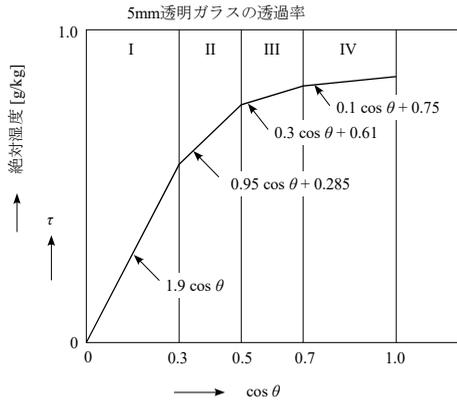


図 20.8

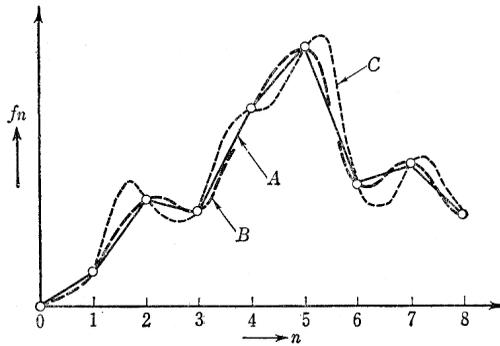


図 20.9

## 20.3 電子計算の短所とその利用

### 20.3.1 電子計算の短所

馬鹿とはさみは使しようということわざがある。電算機も使い方によって有効であることもあれば、使い方が適当でないと全く役に立たないことにもなる。したがって、電算機を直接利用することのない人でも電算機の長所短所をある程度知っておく必要がある。

電子計算の長所は計算が早いことと正確であることだけで、あとは全部短所

と置いていい。具体的に著者の経験から短所を列記してみると次のようになる。

- (1) 普通予定の期限内に計算結果が出ない。これは逆にいうと結果がいつ出るかの予想がたてにくいということで、これにはいろいろな理由がある。
- (2) つまらない誤りが失敗の原因になることが多い。これは計算機言語が不備のためであるが、改良は絶えず行われている。
- (3) 問題を計算機にかけるまでの時間と労力がかかりすぎる。プログラム作成、を始め、所定の事務手続きなどであるが、利用組織によって差がある。
- (4) 誤りの発見がむずかしいこと。これは熟練によって克服する以外にない。
- (5) 数式の理解に比べて他人の作製したプログラムは理解しにくいことがある。
- (6) 起こりうるあらゆる場合を考えなくてはならない。手計算ならば常職で判断しているようなことが計算機にはできない。
- (7) 膨大な量の数値が答として得られたときは、その整理にも時間と労力がかかる。これらは多くの場合むだな資料となる。

### 20.3.2 CPS

CPS とは conversational programming system の略で、計算機あるいは計算機を通じて他の利用者と対話をしながら計算を行なうようなシステムの総称である。これには電話回線を通じて電子計算機センターと利用者の手元にある端末器(ターミナル)とよばれるタイプライターのようなものが結ばれている形式とディスプレイ装置をもつパーソナル・コンピュータとがある。

これは前記の電子計算の欠点を補うために開発されたもので、特に計算機と直接対話しながらプログラムを記憶させていき、誤りは直ちに指摘されるので即座に修正することができる点ですぐれている。これにはフォートランより更に寛容度が高い BASIC や PL/1<sup>†1</sup> という計算機言語がよく用いられる。

比較的小さな計算を早急に行なう場合、大規模な計算中のサブルーチンを作る場合などに特に有効である。

---

†1 文献(170)

### 20.3.3 コンピュータグラフィックス

コンピュータで図を描くといっても、実際はコンピュータと図を描く器械とが何らかの関係で結合して、コンピュータの計算結果をグラフに描いたり、図上でデザインを考えながらその製品の価格などが自動的にわかるというような計算機による図形処理を総称してコンピュータグラフィックス<sup>†1</sup>という。

前者の場合は  $x$  に対する  $y$  の種々な値が計算結果から出ているとき、それを直交座標軸に手

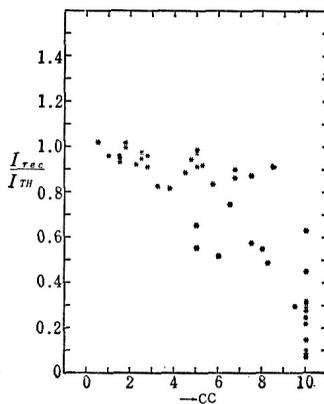


図 20.10

でプロットして結ばば  $y=f(x)$  のグラフが描けるのと全く同一の作業をプロッタという器械が行なうだけのことである。図 20.10 は著者がカナダ国立研究所の電算センターのプロッタにプロットさせた分布図である。気象資料をパンチカードで入手し、その中の実際の水平面全天日射量と、そのときに快晴であったとしたら起こりうる理論上の快晴時日射量との比をコンピュータに計算させ、その値を縦軸にとり、そのときの雲量を横軸にとって両者の相関を図上で直接見るために作製した。これによるとプロットする手間が省けると同時にプロットの際の誤りを犯すことがない、という利点が見出された。

### 20.3.4 CAD

CAD とは Computer Aided Design の略で、コンピュータの助けを借りて設計することをいう。設備設計の場合では空調ダクト配管設計図、給排水衛生設備計図、電気配線図などの作成に利用される。これにはまず諸条件にしたがって機器の大きさや配管・ダクトなどのサイズをコンピュータで計算により求め、レイアウトの方式をあらかじめ標準的に定められた方法によって決定し、その結果を図面として自動的に製図器械が仕上げる。この製図を描く器械がプロッタでコンピュータに直結している。プロッタはコンピュータの指示通りに図を描き、名称や数字なども図面に書き込む。設計の途中で条件が変り、設計変更を

†1 文献(122),(171)

行う場合には、コンピュータにその指示を与えるとプロッタがその変更を求めて製図を描き直してくれる。

## 20.4 ソフトウェアのいろいろ

version 1.0で追記予定

## 第Ⅲ編 応用編

第Ⅰ編の基礎編で基本事項、基本法則を理解し、第Ⅱ編の解法編の種々の解法や答を得る方法を用いることによって、実際に建築設備で起きるいろいろな問題を解くことが可能となる。第Ⅲ編では実際の応用例によって基礎理論を把握することを目的としている。実務家にとっても設計用資料の背後にある理論を理解する上に、本編に扱った演習を行なうことは有益であろう。

## 第21章 効率 (Efficiency)

### 21.1 性能と効率

効率とはある装置に対してその性能を評価するための最も単純明快な指標とすることができる。そこでその装置の効率とはその装置に供給されるエネルギーのうち実際にその装置の目的とする働きに費やされるエネルギーの割合と表現してよいであろう。したがって、効率の単位は無次元であって、一般には0から1の間の数値をとることになる。もちろんパーセント[%]で表わす場合もある。そしてその値が大きいほどその装置の性能がよいと評価される。すなわち、一般に

$$\text{効率}(\eta) = \frac{\text{有効に使用されたエネルギー}}{\text{供給されたエネルギー}}$$

であって、普通分母と分子の単位は同一である。たとえばボイラーに供給される燃料の発熱量が  $Q_1$ [kW] であって、暖房に利用された熱量が  $Q_2$ [kW] であったとすると、効率は

$$\eta = \frac{Q_2}{Q_1} \quad (21.1)$$

となる。同様に、冷凍機に供給される電力が  $Q_1$ [kW] で、冷房に利用されたエネルギーが  $Q_2$ [kW] であったとすると、効率は式(21.1)で表現される。効率を表現する場合に、分母と分子の単位を揃えて無次元化しておけば、他の種類の装置との比較も可能になる。例えば、供給されるエネルギーが  $W$  [kW]、利用されたエネルギーが  $Q$  [kcal/h] であった場合には、単位を kW に揃えて効率  $\eta$  を次のように表現することができる。

$$\eta = \frac{Q}{860 W} \quad (21.2)$$

しかし、広義の効率を考えれば必ずしも分子と分母の単位が同一でなければならないということはない。また  $\eta$  は無次元でも、また 0 から 1 の間の数と限られなくても、性能評価の指標として理解しやすくまた便利であればさしつかえない。実際にこの種の効率も多く用いられている。

また供給エネルギーのうち、有効に利用された残りのエネルギーはそのまま捨てられるとむだになるが、廃熱を別の目的に利用することもしばしば行なわれる。このときは元の供給エネルギーについての効率も変わるが、廃熱を次の利用過程についての供給エネルギーと考えて、その系の効率を  $\eta'$  とすると、全体の効率は  $\eta + (1 - \eta)\eta'$  となる。

## 21.2 照明の効率

### 21.2.1 照明率(Utilance)

電燈から室内空間へ出た光のエネルギーのうち、実際に机上面などに当たり照明として有効に利用される割合を照明率という。つまりこれは器具の形式によって異なることはもちろんであるが、少し細かく考えると、ランプ自体から発せられた光のエネルギーの一部はまず照明器具の内部の表面に吸収される。さらに照明器具から室内へ出たエネルギーの一部は、室内各表面に当たって吸収されたり、反射されたりする。その反射成分は室内表面の間で相互反射を繰り返し、そのたびに吸収される。したがって、照明率は次の要素によって支配される。

- (1)照明器具の形式：直接照明、間接照明など
- (2)室内各表面の反射率：天井面、壁面、床面など
- (3)室の形状と照明器具と被照面との相対的位置

照明器具のカタログ、ハンドブック便覧などにはかならず照明設計用の照明率の値の表が載せられている<sup>†1</sup>。

### 21.2.2 ランプの照明効率(Luminous Efficiency)

ランプに供給された電力に対するランプの全発散光束[lm]をいう。つまり単

---

<sup>†1</sup> たとえば文献(7)、(9)、(101)

位は[lm/W]であり、ここでは記号 $\eta_L$ を用いる。

$\eta_L$ は蛍光灯や水銀燈では60~70 lm/Wであるが、白熱電球では5~20 lm/Wと非常に低く、特にワット数の小さいものほど効率は低い。

【例題 21.1】ある室の机上面照度を照度計で測定したら700 lxあった。このときの照明率を $K=0.4$ 、けい光燈の照明効率 $\eta_L=70$  lm/Wとして床面積1 m<sup>2</sup>あたりの照明電力を求めよ。

【解】照明率が0.4であるということは、[lx]=[lm/m<sup>2</sup>]に注意して、蛍光灯自体は700÷0.4=1750 lm/m<sup>2</sup>単位床面積あたり光束を放射していることになる。したがって照明効率 $\eta_L=70$  lm/Wであれば1750÷70=25 W/m<sup>2</sup>が照明電力である。ただし、実際は蛍光灯の場合、バラスト損失が約20%くらいあるので、25×1.2=30 W/m<sup>2</sup>程度になる。

### 21.2.3 照度と照明発熱量との関係

前述の照明率 $K$ とランプの照明効率 $\eta_L$ によって、上の例題のように照度が与えられれば照明電力あるいは照明による発熱量が求められる。最も一般的な計算公式は光束法(lumen method)によって次のように与えられている。すなわち、照明の全光束 $F$ [lm]、床面積 $A$ [m<sup>2</sup>]、照度 $E$ [lx]とし、照明設計のときは減光補償率 $C$ を用いて、

$$F = \frac{EAC}{K} \quad (21.3)$$

から所要照度を得るに必要な光束が求められる。この式で注意すべきことは、たとえば減光補償率を $C=1.5$ にとったとすると、蛍光灯が新しいときには実際は所要照度の1.5倍の照度が得られるということである。

次に照度と照明電力 $W$ との関係は前の例題のように考えて、

$$W = \frac{bE}{K\eta_L} \quad (21.4)$$

により、バラスト損失率 $b$ を用いて単位床面積あたり照明に消費される電力は[W/m<sup>2</sup>]の単位で得られる。白熱灯の場合はバラストがないので $b=1$ である。この電力が全部結局は熱エネルギーに変わる<sup>†1</sup>。照明による冷房負荷はこれを基にして計算される。

<sup>†1</sup> 工学単位では、1000 W=860 kcal/hを用いてWをkcal/hに換算する

なお照明の光束とエネルギーとの関係で注意しなければならない点は、光のエネルギーをワット数で表わす際に  $1\text{ W}=680\text{ lm}$  で直接換算はできないということである。つまり、図 21.1 に示すように人間の目の可視光線の波長に対する比視感度は  $555\text{ nm}$  を頂点として  $A$  の曲線のようになっており、実際の光源から発散される光のエネルギーを波長別に示した曲線が、たとえば  $B$  のような形になっているとき、照度計が感じるのは  $A \times B = C$  のような曲線で示されるエネルギーになる。逆にいえば、照度計が目の比視感度に合わせて作られているので、照度測定値から光源の発散する光のエネルギーを求めようとする際には、この点を考慮して波長別に分析しなければならない。

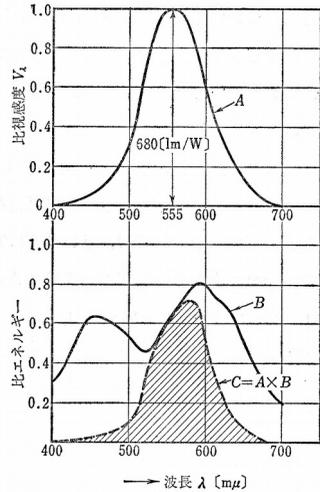


図 21.1

る際には、この点を考慮して波長別に分析しなければならない。

## 21.3 熱力学のサイクルにおける効率

### 21.3.1 完全ガスの状態変化と $p-v$ 線図

4.1 で説明した熱力学の基本式

$$\left. \begin{aligned} pv &= RT \\ dq &= du + pdv = di - vdp \\ du &= C_v dT \quad di = C_p dT \end{aligned} \right\} \quad (21.5)$$

を用いて、完全ガスが圧力、容積、温度の変化に対してどのように熱を吸収あるいは放出し、外部へどのような仕事を行なうかを説明する。

#### (1) 定容変化

容積  $v$  が一定で圧力と温度とが変わるときは、図 21.2 の 1 の点から 2 の点に完全ガスの状態が変化したとすると、

$$v_1 = v_2 \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

であって、 $dv=0$  であるから、式(21.5)より、

$$dq = du = C_v dT$$

となる。この気体に貯えられた熱量は

$$q = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT \quad (21.6)$$

であって、これに要した仕事  $L$  [kJ] は  $q$  [kJ] にほかならないが、工学単位系では

$$L = \frac{q}{A} \quad (21.7)$$

によって表わされる。図 21.2 のように横軸に  $v$ 、縦軸に  $p$  をとって気体の状態を示すグラフを  $pv$  線図という。

### (2) 定圧変化

$p_1 = p_2$  であるから、

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2}$$

$dp = 0$  であるから、

$$dq = di = C_p dT$$

$$\therefore q = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT + p(v_2 - v_1) \quad (21.8)$$

これを  $pv$  線図で示すと図 21.3 のようになり、式(21.8)の右辺第 1 項は完全ガスの内部エネルギーを高める仕事に対応する熱量、第 2 項は比容積を  $v_1$  から  $v_2$  まで膨張させるに要する仕事に相当する熱量を意味する。

### (3) 等温変化

$T_1 = T_2 = T$  とおくと

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 = RT$$

$$dq = pdv = -vdp$$

となる。この変化における仕事は、

$$\begin{aligned} \therefore L &= \int_{v_1}^{v_2} pdv = RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} \\ &= RT \log_e \frac{v_2}{v_1} \end{aligned}$$

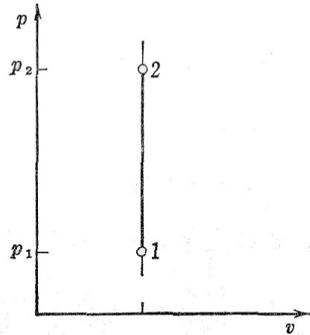


図 21.2

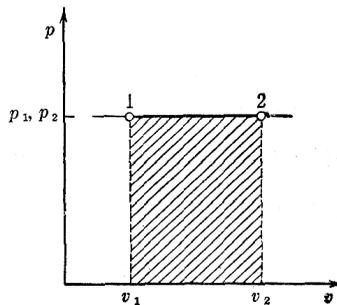


図 21.3

$$= RT \log_e \frac{p_2}{p_1} \quad (21.9)$$

となり、図 21.4 の斜線部分の面積で表わされる。したがって、等温膨張のときは、外部仕事に等しい熱量を外部から加える必要があり、等温圧縮のときはその熱量を外部へ取り出す必要がある。

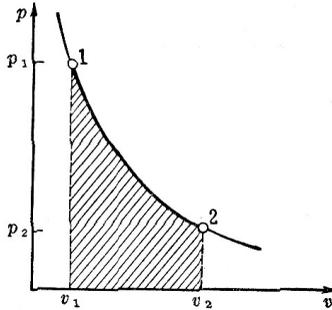


図 21.4

### 21.3.2 カルノーサイクル

一般に気体がある系統の中において、外部から熱を加えられたり外部へ熱を与えたりして、圧力、容積、温度の変化を伴いながら、外部へ仕事をしたりする過程を考える。ある一連の変化の後、その気体の圧力、容積、温度が再び元の状態にもどり、これを繰り返すような場合、その過程を一般にサイクルという。その過程の中のおおのこの状態を  $pv$  線図に描くと閉曲線になる。摩擦を伴わない変化では、完全に同一の閉曲線を何回でも描くことになるので、この場合、特に可逆サイクルという。

カルノーサイクルとはその可逆サイクルの 1 つで、断熱圧縮、等温膨張、断熱膨張、等温圧縮を繰り返すサイクルのことをいい、完全ガスでは  $pv$  線図で図 21.5 のようになる。図 21.6 は図 21.5 の説明用に作ったもので玉の数が多いほど圧力が高いことを示している。図 21.5 および図 21.6 の過程は次のようである。

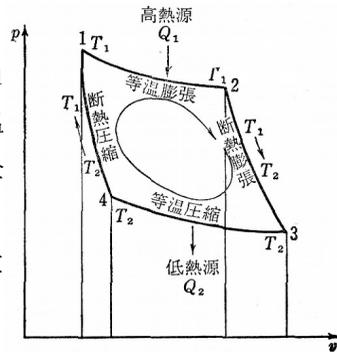


図 21.5 発動機サイクル

1→2: 温度は変化させずに外部から  $Q_1$  の熱を与えるとこの気体は膨張し、その圧力はわずかに降下する。前項(c)の等温変化の場合である。

2→3: 外部との熱授受はない断熱膨張で  $p$  は降下し温度も降下する。

3→4: 温度不変で  $Q_2$  の熱を外部に放出して気体は圧縮される。

4→1: 断熱圧縮で圧力、容積、温度とも元にもどる。

このように機械の中にあつて、温度、圧力、容積が変化することによってその機械をはたらかせる役目をする物質(この場合気体)を働物質という。

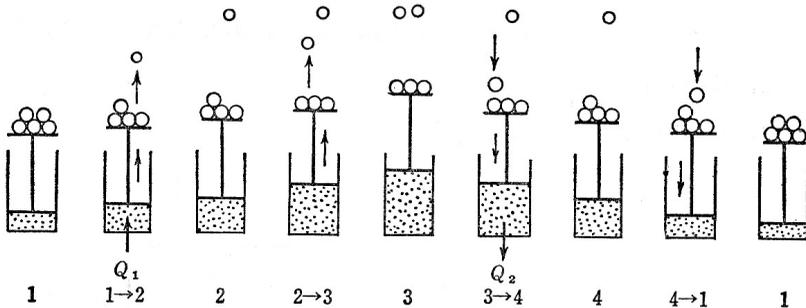


図 21.6

### 21.3.3 熱効率

前掲の図 21.5 とその説明は、熱を与えて仕事をさせる機械、つまり発動機のサイクルについてのものです、これを発動機サイクルという。このとき 1→2 の過程で与えられた熱  $Q_1$  に対して、3→4 の過程で  $Q_2$  を放出した残りのエネルギーで外部になした仕事を  $L$  とすると、効率は

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (21.10)$$

となる。この  $\eta$  を発動機の熱効率という。

### 21.3.4 冷凍機の動作係数

冷凍機は電力によるエネルギー供給によって物質を冷却する。つまり物体から熱を吸収するための機械といえる。この場合は冷凍機の中にある冷媒という作動ガスについて、その状態変化の過程を考えると反時計回りのサイクルとなる。図 21.7 にその冷凍機のサイクルを示す。冷凍機は、図 21.8 に示すように圧

縮機(圧)、蒸発器(E)、凝縮器(C)、膨張弁からなる機関であって、この3者の間は配管によって結ばれ、その中を冷媒という作動気体が状態変化をすることによって、冷凍という機能を果たすようになっている。つまり圧縮機内で圧縮された冷媒ガスは3→2の過程の後高温高圧になり、凝縮器で冷媒は冷却されて $Q_1$ の熱を放出し、②から①の液状となる。次に膨張弁の作用により断熱膨張して低温低圧の気液混合の④の状態となって蒸発器に入り、ここで他の物質から $Q_2$ の熱を奪って気化して③の状態となる。これが再び圧縮機に入って、このサイクルを繰り返す。

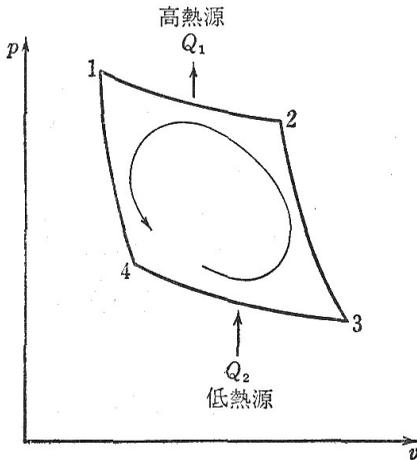


図 21.7 冷凍機サイクル

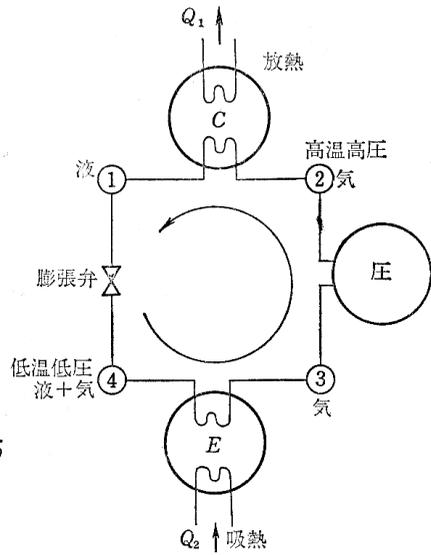


図 21.8

したがって、圧縮機に与えられた動力による圧縮という仕事  $L$  が蒸発器で  $Q_2$  の熱量を奪うという冷凍の働きをなしたことになる。そこでこの場合の冷凍機の性能を表示する指標としては

$$\eta_R = \frac{Q_2}{L} \tag{21.11}$$

が用いられる。この  $\eta_R$  を冷凍機の動作係数という。

## 21.3.5 ヒートポンプの成績係数 (Coefficient of Performance)

ヒートポンプとは冷凍機を加熱や暖房に用いるときによぶ名称で、熱ポンプともいう。つまり冷凍機そのものがこの作用を行なうのであって、図 21.7 で  $Q_1$  の放熱を利用すれば他の物質を加熱したり暖房もできる。結果的には蒸発器でより低温の物質から熱を吸い取り、凝縮器でより高温の物質へ熱を与えるという作用をすることになる。これはあたかも水のポンプが低所の水を高所へ汲み上げる作用と似ているところからヒートポンプとよばれている。

したがって、このときの性能は、圧縮機で冷媒に与えられた仕事  $L$  によって  $Q_1$  の放熱を行なったことについて表わせばよい。すなわち、

$$COP = \frac{Q_1}{L} \quad (21.12)$$

をヒートポンプの成績係数(coefficient of performance)、略して COP といい、ヒートポンプの性能を示す指標として広く用いられている。

【例題 21.2】 冷凍機を冷凍に用いた場合の動作係数の値とヒートポンプに用いた場合の成績係数の値との一般的な関係を導け。

【解】  $\eta_R = \frac{Q_2}{L}$   $COP = \frac{Q_1}{L}$  および  $L = Q_1 - Q_2$  より、

$$COP - \eta_R = \frac{Q_1}{L} - \frac{Q_2}{L} = 1 \quad (21.13)$$

となる。これは重要な一般的関係である。

## 21.3.6 熱力学的温度による効率の表示

図 21.5 のカルノーサイクルにおいて、1→2 の過程で温度  $T_1$  の等温変化での吸熱熱量  $Q_1$  と 3→4 の過程で温度  $T_2$  の等温変化での放出熱量  $Q_2$  との間には

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (21.14)$$

の関係がある。このような形で熱力学的に定義された温度を熱力学的温度という。そしてしかも実際には放射の理論に用いられる絶対温度とも一致する。

【例題 21.3】 式(21.14)を証明せよ。

【解】 式(21.9)と  $Q=L$  の関係とから

$$Q_1 = RT_1 \log_e \frac{v_2}{v_1} \qquad Q_2 = RT_2 \log_e \frac{v_3}{v_4}$$

$$\therefore \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1 \log_e v_2/v_1}{T_2 \log_e v_3/v_4}$$

ところが

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4} \tag{21.15}$$

であるので、式(21.14)がなりたつ。式(21.15)は次のようにして証明できる。

2→3の断熱変化に対し、式(21.5)より

$$\begin{aligned} dq &= du + pdv \\ &= C_v dT + pdv = C_v dT + RT \frac{dv}{v} \end{aligned}$$

断熱変化であるから  $dq=0$ 。したがって、

$$\begin{aligned} C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} &= -R \int_{v_2}^{v_3} \frac{dv}{v} \\ C_v \log \frac{T_2}{T_1} &= -R \log \frac{v_3}{v_2} \end{aligned}$$

一方比熱比  $\kappa$  を用いると、式(4.25)より  $R/C_v = \kappa - 1$  であるから、

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_3}{v_2} \right)^{\kappa-1} \tag{21.16}$$

同様に 4→1 の断熱変化に対しては

$$C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -R \int_{v_1}^{v_4} \frac{dv}{v}$$

より、

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{v_1}{v_4} \right)^{\kappa-1} \tag{21.17}$$

が得られる。したがって式(21.16)と式(21.17)より

$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$

となり、式(21.15)が証明されたことになる。

【例題 21.4】 発動機の熱効率、冷凍機の動作係数、ヒートポンプの成績係数を熱力学的温度を用いて表わせ。

【解】 発動機の効率は式(21.10)と式(21.14)とから、

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (21.18)$$

冷凍機の動作係数は式(21.11)と式(21.14)とから

$$\eta_R = \frac{Q_2}{L} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (21.19)$$

熱ポンプの成績係数は式(21.12)と式(21.14)とから

$$COP = \frac{Q_1}{L} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (21.20)$$

となる。

【例題 21.5】 システム性能の期間的な性能を評価する方法として、いくつかの運転条件における COP を平均する期間成績係数という指標が存在する。この期間成績係数を算出する場合には、どのように COP の平均をとれば良いのか検討せよ<sup>†1)</sup>。

【解】 すでに記した通り、COP とは、供給されたエネルギー  $E$  に対する、有効に使用されたエネルギー  $Q$  の割合である。同様に、期間的な効率は、特定の期間における  $E$  の総和に対する  $Q$  の総和の割合となる。従って、 $N$  時間の運転が行われた場合の期間効率は、

$$APF = \sum_{n=0}^N \frac{Q_n}{E_n} = \sum_{n=0}^N \frac{Q_n}{\frac{Q_n}{COP_n}} \quad (21.21)$$

と表現できる。類似する運転データを  $M$  個にグルーピングすると、

$$\sum_{n=0}^N \frac{Q_n}{COP_n} = \frac{\sum_{n=0}^N Q_n}{\sum_{m=0}^M \left( \sum_{n=0}^{N_m} \frac{Q_n}{COP_n} \right)} \quad (21.22)$$

となる。グルーピングが適切に行われれば、各グループでの COP はほぼ等しい値をとると推測でき、

†1 下田吉之, ジュンジュアジャン・ナッタポン, 水野稔: 熱源機器の期間エネルギー消費効率推定手法に関する研究, 空気調和・衛生工学会論文集, No.114, pp.29-38, 20060905

$$\frac{\sum_{n=0}^N Q_n}{\sum_{m=0}^M \left( \sum_{n=0}^{N_m} \frac{Q_n}{COP_n} \right)} = \frac{\sum_{n=0}^N Q_n}{\sum_{m=0}^M \left( \frac{\sum_{n=0}^{N_m} Q_n}{COP_m} \right)} = \frac{1}{\sum_{m=0}^M \left( \frac{\sum_{n=0}^{N_m} Q_n / \sum_{n=0}^N Q_n}{COP_m} \right)} \quad (21.23)$$

となる。総運転時間に対する各グループの運転時間の割合を重み  $W_m$  で表し、

$$\frac{1}{\sum_{m=0}^M \left( \frac{\sum_{n=0}^{N_m} Q_n / \sum_{n=0}^N Q_n}{COP_m} \right)} = \frac{1}{\sum_{m=0}^M \frac{W_m}{COP_m}} = \frac{1}{\frac{W_1}{COP_1} + \frac{W_2}{COP_2} \cdots \frac{W_m}{COP_m}} \quad (21.24)$$

となる。

従って、システム性能の期間的な性能を評価する場合には、いくつかの代表的な運転条件における COP の逆数を計算し、これらを運転時間に応じて重み付けて積算した値の逆数をとればよい。

### 21.3.7 エントロピーと効率との関係

式(21.14)を変形すると

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \quad (21.25)$$

となる。この式の意味は図 21.5 のようなカルノーサイクルについて考えると次のように説明できる。

1→2 および 3→4 の等温変化では吸収放出の熱量は絶対温度に比例するともいえるのであって、この比を

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \quad (21.26)$$

とおくと 1→2 ではエントロピーの増加、3→4 ではエントロピーの減少となる。また、2→3、4→1 の断熱変化では  $Q=0$  であるから  $\Delta S=0$ 、つまり等エントロピー変化となり、 $S$  と  $T$  との関係を図示すると図 21.9 のようになる。このような関係図を  $TS$  線図ともいう。そこでこの発動機の有効な仕事は式(21.26)の関係より

$$L = Q_1 - Q_2 = (T_1 - T_2) \Delta S$$

であるから、効率とエントロピー差との関係は

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{(T_1 - T_2)\Delta S}{Q_1} \quad (21.27)$$

与えられる。この式から供給熱量  $Q_1$  に対し、作動温度差  $T_1 - T_2$  あるいはエントロピー差  $\Delta S$  を増すことによって熱効率を高められることがわかる。

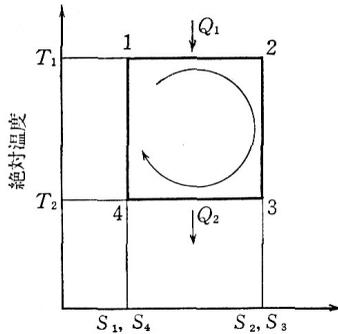


図 21.9 カルノーサイクル

### 21.3.8 エクセルギー

同じ量の熱でも温度の高い方がより多くの仕事を行うことができる。そこで温度に基くエネルギーの価値を表わす量として、ラントはエクセルギーを提案した。エクセルギーの単位はエネルギーの単位と同じで、エクセルギーとエネルギーとの関係は次の式で表わされる。

$$E = Q \frac{T - T_0}{T} \quad (21.28)$$

ここで、 $T$ : 熱源の温度[K]、 $T_0$ : 環境の温度[K]、 $Q$ : エネルギー[kJ]、 $E$ : エクセルギー[kJ]。また、

$$\eta_E = \frac{T - T_0}{T} \quad (21.29)$$

をエクセルギー効率と呼び、温度によるエネルギーの価値を表す。

例えば、太陽の表面温度は約  $6000^\circ\text{K}$  といわれているので、太陽エネルギーの地上環境でのエクセルギー効率は 1 に近い。

一方、太陽熱で  $80^\circ\text{C}$  に熱せられた温水が  $30^\circ\text{C}$  の環境にあるとき、そのエクセルギー効率は、 $(80-30)/(273+80)=0.14$  となる。

演習問題

吸収冷凍機は、発生器(再生器)、吸収器、凝縮器、蒸発器からなりたっている。発生器への加熱量を  $Q_1$ 、吸収器と凝縮器から冷却塔を通して大気へ捨てられる熱量を  $Q_2$ 、蒸発器で外部から奮う熱湿を  $Q_3$  とするとき、この吸収冷凍機の COP はどう表わされるか。

$$(答) \quad COP = \frac{Q_3}{Q_1} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}$$

## 第22章 日射 (Solar Radiation)

### 22.1 日射と冷房負荷

日射という語は太陽から地上に到達した太陽放射エネルギーの熱を問題にする場合に用いられる。紫外線、可視光線、熱線も全部含めて熱エネルギーとして扱えば、日射が建築設備に及ぼす影響はおもに冷房負荷に関係する。本章では、建築に対する日照の問題は取り扱わないこととし、与えられた建物の窓、外壁、屋根などを通して室内へ入る日射熱による冷房負荷算定の基礎となる理論について述べる。

日射熱による冷房負荷算定には次の3段階がある。

- (1) 建物外面に当たる日射熱量  $I$  を求める。
- (2)  $I$  のうち、窓や壁、屋根を通して室内に侵入する熱量を求める。これを日射熱取得(solar heat gain)という。
- (3) 熱取得のうち実際に冷房負荷となる熱量を求める。これは熱取得の一部が室内構造体に貯えられて直ちに冷房負荷(cooling load)にはならないからである。本章ではこのうち主として(1)について扱う。(2)のうちガラス窓を透過する日射熱取得は第29章にて述べ、残りは第23章にて扱う。また(3)については第29章にて扱う。

### 22.2 太陽定数と太陽位置

#### 22.2.1 太陽定数(solar constant)

第7章に述べたように大気圏外における太陽放射熱エネルギーの強さを太陽定数といい、年々の観測に基づいて国際的に決められるが、その数値は  $1395.4 \text{ W/m}^2$  である。 $I_0(\text{mean})=2.00 \text{ langley/min}$  とも書く。

太陽と地球との距離は地球の公転軌道が円に近い円であるため、この  $I_0$  は刻々変わるが、工学的応用の点からは月によって異なると考えてよい。後の冷房負荷計算のために単位を  $[W/m^2]$  としたときの  $I_0$  の値を表 22.1 に示す。

表 22.1 太陽定数  $[W/m^2]$ <sup>†</sup>

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$I_0$	1405	1396	1378	1355	1335	1318	1310	1317	1332	1351	1374	1393

### 22.2.2 太陽位置

まず地球上の与えられた点から見た太陽の方向を知ることが必要である。この太陽の方向を太陽位置という。図 22.1 に示すように日射の方向の南からの偏り角を方位角(solar azimuth)  $\alpha$  といい、水平面に対する仰角を太陽高度(solar altitude)  $h$  という。太陽位置はこの両者によって表わされる。これらは球面三角法の公式からその地点の緯度  $\varphi$ 、月日によって変わる日赤緯  $\delta$  と時刻を角度に変換した時角  $t$  が与えられたとき、次のように表わされる。

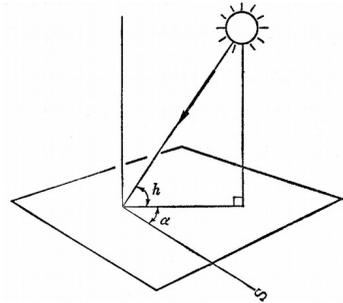


図 22.1

#### (1) 太陽高度の公式

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \quad (22.1)$$

#### (2) 太陽方位角の公式

$$\sin \alpha = \frac{\cos \delta \sin t}{\cos h} \quad (22.2)$$

式(22.2)から  $\alpha$  の値を求めたい場合で  $|\alpha| > 90^\circ$  となるときは、下式によらねばならない。

$$\cos \alpha = \frac{\sin h \sin \varphi - \sin \delta}{\cos h \cos \varphi} \quad (22.3)$$

#### (3) 日赤緯の値

日赤緯も実用上は月ごとに変わるとみてさしつかえない。これを表 22.2 に示す。厳密には天文学の表を参照すればよいが、表 22.2 より日によって異なる値

†1 文献(4)

を知りたいときには春秋分  $\delta=0$  を平均値、夏至  $\delta=23^{\circ}27'$  を上限値、冬至  $\delta=-23^{\circ}27'$  を下限値として1年周期の正弦波にて近似すればかなり正確な値が得られる。春秋分付近は特に日による変化が激しい。

表 22.2 日赤緯  $\delta$  [度]

月	6	5	4	3	2	1	12
		7	8	9	10	11	
日赤緯	23.445	20.280	11.723	0.000	-11.723	-20.280	-23.445

#### (4) 時角の求め方

式(22.2)、(22.3)を用いる場合に注意しなければならないのは時角であって、これは太陽時について正午を0として午前を負、午後を正の値として1時間 $15^{\circ}$ の割で角度に変えて求める。時刻が標準時で与えられている場合は、日本では東経 $135^{\circ}$ を基準としているので、その土地の経度 $L$ を考慮してその差 $15^{\circ}$ あたり1時間の割合で調整しなければならない。

また、地球の公転による影響から来る時差(equation of time)  $e$  も年変化する。 $e$  も実用上は $\delta$ ほど顕著な差は生じないので無視するが多いが、考慮に入れる場合は月ごとの一定値として与えれば十分である。表 22.3 に毎月 21 日の  $e$  の値を示す。

表 22.3 時差 [min]

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
時差	-11.1	-13.8	-7.3	1.2	1.7	-1.6	-6.2	-3.0	6.9	15.2	14.0	1.8

【例題 22.1】 東京(経度  $139^{\circ}46'$ ) の 3 月某日の午前 10 時 45 分の時角を求めよ。

【解】 経度による時間差  $(139\frac{46}{60} - 135)/15$  [h]

$$\text{時差 } e = -\frac{7.3}{60} \text{ [h]}$$

したがって求める時角は

$$\begin{aligned} t &= \{10\frac{45}{60} + (139\frac{46}{60} - 135)/15 - \frac{7.3}{60} - 12\} \times 15 \\ &= (10.75 + 0.32 - 0.12 - 12) \times 15 = -1.05 \times 15 = -15.75^{\circ} \end{aligned}$$

一般に経度を  $L$ 、標準時による時刻を  $t_s$  [h] とすると、公式に用いるべき時角  $t$  (度) は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}
 t &= (t_s + \frac{L-135}{15} + \frac{e}{60} - 12) \times 15 \\
 &= 15(t_s - 12) + L - 135 + \frac{e}{4}
 \end{aligned}
 \tag{22.4}$$

22.2.3 壁面に対する太陽方位角 (wall solar azimuth)

後に述べるように一般に建物の壁面はある特定の方位に面しているため、同時刻でも異なる方位の壁面に当たる日射量は異なる。これは壁面に対する太陽方位角  $\gamma$  を次のように定義することによって後の計算が可能となる。すなわち、

$$\gamma = \alpha - \varepsilon \tag{22.5}$$

ただし、 $-\pi/2 \leq \gamma \leq \pi/2$  としてこれ以外の  $\gamma$  に対しては  $\gamma = \pi/2$  とする。 $\varepsilon$  は図 22.2 に示すように壁面の法線方向に対する南からの偏角で  $\alpha$  と同様に西向を正にとる。したがって、式(22.5)は符号を含めて定義されていることに注意する。実際には  $\cos \gamma$  の形で現われるので  $\gamma = \varepsilon - \alpha$  と定義してもかまわない。

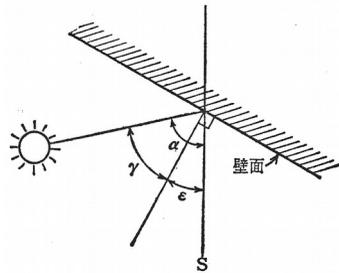


図 22.2

【例題 22.2】東北面に対し、方位角  $\alpha = -75^\circ$  の場合および  $\varphi = 30^\circ$  春分太陽時にて午前 9 時の  $\cos \gamma$  を求めよ。

【解】まず高度  $h$  を求める。時角は  $t = (9-12) \times 15 = -45^\circ$  であるから、

$$\sin h = \sin 30^\circ \times \sin 0^\circ + \cos 30^\circ \cos 0^\circ \cos(-45^\circ) = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\therefore \cos h = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

次に太陽方位角は

$$\sin \alpha = \frac{-\cos 0^\circ \sin 45^\circ}{\cos h} = -\frac{\sqrt{20}}{5} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

壁面方位角は  $\varepsilon = -135^\circ$  であるから、求める  $\cos \gamma$  は

$$\begin{aligned}
 \cos \gamma &= \cos(\alpha - \varepsilon) = \cos \alpha \cos \varepsilon + \sin \alpha \sin \varepsilon \\
 &= \frac{\sqrt{5}}{5} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \frac{\sqrt{20}}{5} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{10}}{10}
 \end{aligned}$$

となる。

## 22.3 直達日射

### 22.3.1 法線面直達日射

#### (1) 大気透過率による式

第8章の式(8.9)はブーゲ(Bouguer)の式とよばれる。すなわち、

$$I_{DN} = I_0 P^{1/\sin h} \quad (22.6)$$

ここで、 $P$ は大気透過率で、 $I_{DN}$ は快晴時の標準の法線面直達日射量を表し、日射量算定の基準となる。この式によると、 $P$ を月別、時刻別に変えて与えておく必要がある。東京における $P$ の月別変化を表22.4に示す。

表22.4 東京の大気透過率(快晴時)<sup>†1</sup>

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P$	0.800	0.785	0.740	0.740	0.695	0.655	0.680	0.680	0.745	0.760	0.770	0.775

ところが実際はこの $P$ の値は時刻によって変化することが知られている。著者および滝沢<sup>†2</sup>は $P$ の時刻別変化を東京西郊の1年間の実測値を基にして求めた。これは $P$ を太陽時で正午からの偏りの時間 $t$  [h]の関数として次式で与えられるとしている。

$$P = P_0 + \alpha(t - 12)^2 \quad (22.7)$$

この式の定数 $P_{0,a}$ の値を表22.5に示す。

表22.5  $P_{0,a}$ の値

月	$P_0$	$\alpha$
1	0.800	0.0055
2	0.785	0.0050
3	0.740	0.0045
4	0.720	0.0040
5	0.695	0.0040
6	0.600	0.0040
7	0.620	0.0045
8	0.625	0.0045
9	0.700	0.0045
10	0.760	0.0045
11	0.785	0.0050
12	0.800	0.0055

†1 文献(4)

†2 滝沢博：間欠空調熱負荷特性の理論研究、早稲田大学修士論文、1968-2

また著者および宇田川は東京の快晴時水平面日射量の気象庁観測値と後述のベルラーゲ(Berlage)の式より  $P$  を  $\sin h$  の 1 次式で表わすことを試みた<sup>†1</sup>。すなわち、

$$P = S - T \cdot \sin h \quad (22.8)$$

であって、定数  $S$  および  $T$  の値は表 22.6 に示すようになる。

表 22.6  $P_{0.0}$  の値

月		$S$	$T$
1	2	0.83	0.25
3	4	0.84	0.25
5	6	0.85	0.35
7	8	0.80	0.40
9	10	0.87	0.44
11	12	0.83	0.24

## (2) ASHRAE の式

ASHRAE では仮定の太陽定数  $A$  と仮定の消散係数  $B$  とを用いて、法線面直達日射量  $I_{DN}$  を

$$I_{DN} = A e^{-B/\sin h} \quad (22.9)$$

という式で近似的に表わし、 $A, B$  はともに月別に変化する値とし、時刻別の  $P$  を変化させないですむ方式をとっている。これは図 22.3 に示すように片対数グラフの縦軸に  $I_{DN}$ 、横軸に  $1/\sin h$  をとると、 $1/\sin h < 3$  の範囲内ではこのグラフは経験的にほぼ直線となることが認められている。この式では特に  $1/\sin h > 3$  の場合には実際よりかなり低い値を与えることに注意を要するが、冷房負荷計算上小さい方の値の誤差は無視しても実用上さしつかえないという立場から ASHRAE ではこの方法を採用している。

<sup>†1</sup> 木村建一, 宇田川光弘 : 雲量係数による曇天時日射量の推定法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1970-9.

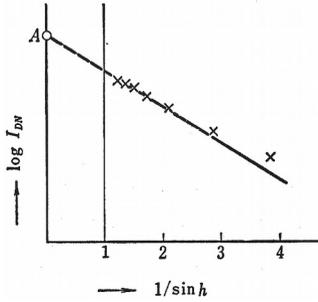


図 22.3

式(22.9)に用いられる  $A, B$  の値を表 22.7 に示す。

表 22.7<sup>†1</sup>

月	A		B	C
	kcal/m <sup>2</sup> h	W/m <sup>2</sup>		
1	1058	1230	0.142	0.058
2	1044	1215	0.144	0.060
3	1019	1186	0.156	0.071
4	976	1136	0.180	0.097
5	949	1104	0.196	0.121
6	936	1088	0.205	0.134
7	933	1085	0.207	0.136
8	952	1107	0.201	0.122
9	990	1151	0.177	0.092
10	1025	1192	0.160	0.073
11	1050	1221	0.149	0.063
12	1060	1233	0.142	0.057

式(22.6)と式(22.9)とを比べると

$$I_0 P = A e^{-5} \tag{22.10}$$

の関係があり、 $I_0 \sim A, P \sim e^{-B}$  であるが、一般に  $I_0 > A, P < e^{-B}$  である。

### 22.3.2 水平面直達日射

快晴時の水平面直達日射  $I_{DH}$  を与える式は、図 22.4 を参照して

†1 文献 (51)

$$I_{DH} = I_{DN} \sin h \quad (22.11)$$

である。

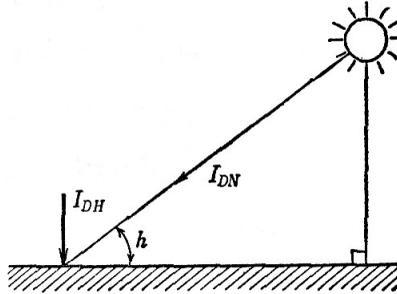


図 22.4

### 22.3.3 垂直面直達日射

垂直面日射量は壁面の方位によって異なる。22.2.3により壁面に対する太陽方位角が与えられるときは、その方位の壁面に対する快晴時垂直面直達日射量  $I_{DV}$  は次式で表わされる。

$$I_{DV} = I_{DN} \cos h \cos \gamma \quad (22.12)$$

### 22.3.4 清澄度

Threlkeld と Jordan は米国の日射量統計から米国各地の大気清澄度の地理的分布を調べ、基準の  $I_{DN}$  に対して、土地によりこの値を  $\pm 15\%$  の範囲で調整すべきであると提案している。これを清澄度 (clearness number)  $CN$  とし、ある土地の  $I_{DN}$  は基準の  $(I_{DN})_{std}$  に対し、

$$I_{DN} = CN (I_{DN})_{std} \quad (22.13)$$

によって求められるとしている。基準の  $I_{DN}$  とは表 22.7 の値を用いて式(22.9)から得られる値のことであって、表 22.7 の  $A$  に  $CN$  を掛けることを意味する<sup>†1</sup>。これによると概して山岳部は  $15\%$  大きく、南部メキシコ湾岸が  $15\%$  少なく北東部から中南部にかけて  $CN$  は  $1$  となっている。

日本ではまだこのような数値は用いられていない。

<sup>†1</sup> Threlkeld, J.L. and Jordan.R.C. : Direct Solar Radiation Available on Clear Days, ASHAE Transactions・1958

## 22.4 拡散日射(Diffuse Radiation)

### 22.4.1 拡散日射の定義

拡散日射とは地上のある面に当たる全日射のうち、一般に直達日射を除いた残りをいう。これを分類すると次の4種になり、いずれも面に当たってその面で反射される時は理論上完全拡散として扱えるものと考えてよい。

#### (1) 天空日射(sky radiation) $I_S$

大気中で散乱された日射のうち地上に到達する部分で、青空からの拡散日射をいう。

#### (2) 反射日射(reflected radiation) $I_R$

地表面や他の建物表面などで反射された日射のうち、壁面など今考えている面に当たる日射をいう。このとき近似的に地物は完全拡散反射をすると仮定する。

#### (3) 雲からの日射(radiation from cloud) $I_C$

これは雲を透過して地上へ到達する日射と地面からの反射のうち雲の下面に当たって反射され、再び地表に到達する成分との両者の合計を意味する。

#### (4) 反放射 (back radiation) $I_B$

地物が日射を吸収することによって生ずる地物から大気中への放射エネルギーが再び大気中のじんあいや水蒸気によって散乱しあるいは吸収され、その結果、地表面に到達する放射エネルギーで、逆放射ともいう。通常これは無視されるが  $I_S$  に含めて考えてよい。

したがって、拡散日射はこれらの合計として、

$$I_d = I_S + I_R + I_C + I_B \quad (22.14)$$

で表わされる。快晴時水平面が受ける拡散日射は天空日射のみであるから  $I_d = I_S$  となる。

## 22.4.2 天空日射

### (1) ベルラーゲ (Berlage) の式<sup>†1</sup>

日本で普通用いられている天空日射の式であって、ベルラーゲが晴天時の天空を観測に基づく等輝度の半球面と仮定して導いた理論式である。すなわち、快晴時水平面に対する天空日射量  $I_{SH}$  は

$$I_{SH} = \frac{1}{2} I_0 \sin h \frac{1 - P^{1/\sin h}}{1 - 1.4 \log_e P} \quad (22.15)$$

によって表わされる。

### (2) ASHRAE の式

スレルケルド (Threlkeld) は北緯 42 度の地点で測定した日射量から推定した快晴時水平面天空日射の月別時刻別の値を提案している<sup>†2</sup>。スティヴンソン (Stephenson) はこれを用いて計算した快晴時水平面日射量  $I_{TH}$  と法線面直達日射  $I_{DN}$  との比と  $\sin h$  との関係性を月別時刻別に調べ、図 22.5 に示すように両者が直線関係にあることを見いだした<sup>†3</sup>。すなわち、快晴時では、

$$\frac{I_{TH}}{I_{DN}} = \sin h + C \quad (22.16)$$

となり、 $\sin h$  に関係なく月ごとに異なる一定値を  $C$  の値に与えれば、この関係が近似的になりたつという。すなわち、快晴時水平面天空日射  $I_{SH}$  は式(22.14)と式(22.16)とから、

$$I_{SH} = I_{DN} C \quad (22.17)$$

で与えられる。ASHRAE では 1967 年以後この方式を採用している。月別の  $C$  の値は前掲表 22.7 に  $A, B$  の値とともに示してある。

---

†1 Berlage, H. : Zur Theorie der Beleuchtung einer horizontalen Fläche durch Tageslicht, Meteorologische Zeitschrift, Mai 1928.

†2 文献(163) p.329

†3 Stephenson, D.G. : Equations for Solar Heat Gain through Windows, Solar Energy, Vol9, No.2, 1965.

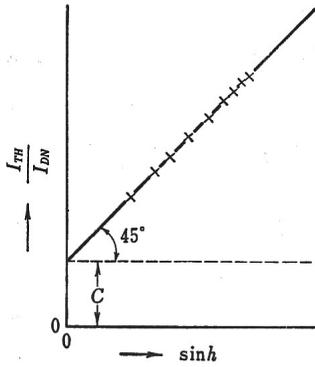


図 22.5

### (3) 垂直面天空日射

快晴時垂直面天空日射量  $I_{SV}$  は

$$I_{SV} = \frac{1}{2} I_{SH} \quad (22.18)$$

で表わされる。この 1/2 は天空の半分から垂直面に天空日射が当たるといふ形態係数を意味している。これは齊藤、松尾らの長期的日射量観測結果からも実証されている<sup>1)</sup>。

### (4) 傾斜面天空日射

水平面と  $\theta$  の角度をなす傾斜面が受ける天空日射  $I_{S\theta}$  は、傾斜面の天空に対する形態係数は式(10.27)により  $\cos^2\theta/2$  または  $(1+\cos\theta)/2$  であるから、

$$I_{S\theta} = \cos^2\frac{\theta}{2} I_{SH} \quad (22.19)$$

で表わされる。なお  $\theta=\pi/2$  のとき式(22.18)となるので式(22.19)の方が一般性がある。

#### 22.4.3 反射日射

地物に当たって反対した日射が建物の外壁面に当たる場合、その外壁面の前面にある地物の平均反射率を  $\rho_G$  とすると、一般に傾斜角  $\theta$  の傾斜面に当たる反射日射  $I_{R\theta}$  は、水平面全日射量  $I_{TH}$  を用いて、

<sup>†1</sup> 齊藤 平蔵、松尾 陽、落藤 澄：日射とその応用上の問題点、空気調和、衛生工学 38[4]、1964-4。

$$I_{R0} = \left(1 - \cos^2 \frac{\theta}{2}\right) \rho_G I_{TH} \quad (22.20)$$

から求められる。なお  $\rho_G$  を百分率で表わした数をアルベード(albedo)とよぶ。表 22.8 に種々の地球上表面のアルベードの例を示す。

表 22.8 アルベードの例 (Houghton による)

緑の森	3~15	水面	
裸の地面	10~25	太陽高度 $h > 50$	3
乾いた黒土	14	$h = 40$	4
湿った黒土	8	$h = 30$	6
乾いた砂	18~37	$h = 20$	12
湿った砂	9~24	$h = 10$	25
耕されて乾いた畑	20~25	$h = 5$	40
小麦畑	7		
乾いた草	15~33		
新鮮な緑の草	26		
湿った草	14~37		
新しい雪	70~95		
古い雪	46~70		
雪がまばらな水面	69		

## 22.5 曇天日の日射

曇天日の日射量についての観測値はあるが、これをどのようにして空調熱負荷計算に取り入れるかはむずかしい。しかし、月別時刻別の負荷計算にはこれは是非必要なものである。

### 22.5.1 平均的曇天日の日射量推定

気象庁の曇天日の定義は雲量 8 以上の日ということになっている。次の例題によって快晴時日射量と雲量とから曇天日日射量推定の一例を示す。

【例題 22.3】平均の曇天雲量を 9.3、曇天日の平均水平面全日射量を快晴時の 40% とみなしたとき、この平均的曇天日の水平面、垂直面のそれぞれ直達、拡散日射量を推定せよ。地物のアルベードを 20% とする。

【解】快晴時水平面日射量  $I_{TH} = I_{DH} + I_{aH}$

題意により

平均的曇天日の全天日射量  $I_{THC} = 0.4 I_{TH} = I_{DHC} + I_{aHC}$

として、まず  $I_{DHC}$  と  $I_{aHC}$  とを求める。

平均雲量を9.3とすると、空の7%は雲のすきまから青空が見えるわけで、このすきまから直達日射がさし込む確率を考えると、

$$I_{DHC} = 0.07 I_{DH} \quad (22.21)$$

となる。したがって曇天の拡散日射量は、

$$I_{dHC} = 0.4 I_{TH} - 0.07 I_{DH} = 0.33 I_{DH} + 0.4 I_{dH} \quad (22.22)$$

となる。次に垂直面に対しては、

$$\begin{aligned} I_{TVC} &= I_{DVC} + I_{dVC} \\ I_{DVC} &= 0.07 I_{DV} \\ I_{dVC} &= 0.5 I_{dHC} + 0.5 \times 0.2 I_{THC} \\ &= 0.5 I_{dHC} + 0.5 \times 0.2 I_{THC} \\ &= 0.5 \times (0.33 I_{DH} + 0.4 I_{dH}) + 0.1 \times 0.4 \times (I_{DH} + I_{dH}) \\ &= 0.205 I_{DH} + 0.24 I_{dH} \end{aligned} \quad (22.23)$$

となる。

### 22.5.2 雲量係数 $CCF$ (cloud cover factor)

著者はステイヴンソンとの共同研究により、雲量と雲形のデータと快晴時水平面全天日射量  $I_{TH}$  の理論式とから曇天時の水平面全天日射量  $I_{THC}$  を求める方法を提案した<sup>†1</sup>。その推算式は

$$I_{THC} = I_{TH} CCF \quad (22.24)$$

というもので、ここに  $CCF$  は雲量係数である。この  $CCF$  は雲量  $CC$  (ただし、巻雲、巻積雲、巻層雲の雲量は半減させる) のほぼ2次関数で近似的に与えられるもので、ここでは仮に

$$CCF = 1 + 0.015 CC - 0.009 CC^2 \quad (22.25)$$

としておく。式(22.24)から直達と拡散との成分の分離は前の例題のようにして

$$I_{DHC} = I_{DH} \left(1 - \frac{CC}{10}\right) \quad (22.26)$$

$$I_{dHC} = I_{THC} - I_{DHC} \quad (22.27)$$

から求める。図22.6にこれらの式の関係を図示しておく。

†1 \*Kimura, K. and Stephenson, D.G. : Solar Radiation on Cloudy Days, ASHRAE Transactions, Vol.75 Part 1.1969

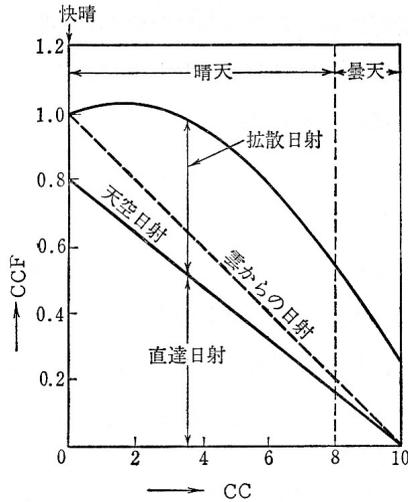


図 22.6

## 22.6 日射の遮蔽（しゃへい）

日射の遮蔽という場合、実際には直達日射の遮蔽を意味する。これには日除けなど建物に当たる直達日射を遮蔽する工夫が建築設計の一部として考えられる場合と、周囲の建物や樹木などによってその建物のある面に当たる日射がさえぎられる場合とがある。日除けには建物の外部に設けられるブリズ・ソレイユ(brise-soleil)とよばれるものと、ガラス窓の内側に設けられるカーテンやベネシャンブラインドの類があり、室内への日射熱取得を計算する方法は両者の場合で異なる。

### 22.6.1 見かけの太陽高度(profile angle)

日除けの日射遮蔽特性はしばしば見かけの太陽高度に関係するので、これをまず定義しておく。見かけの太陽高度とは、ある方位に面した壁面に対して太陽高度の法線方向の成分をいう。すなわち、図 22.7 を参照して、

$$\tan \phi = \frac{\tan h}{\cos \gamma} \quad (22.28)$$

となる。一般に  $\phi > h$  となる。



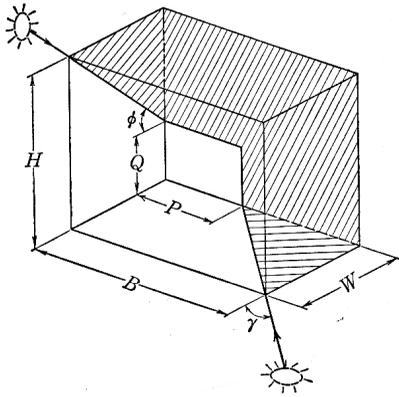


図 22.8

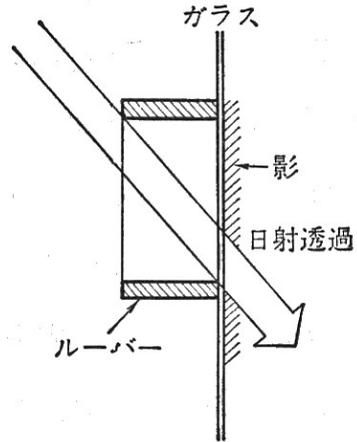


図 22.9

【例題 22.4】 図 22.10 に示す格子ルーバーがあり、その表面に当たって反射する日射のうちガラス面に到達する量を求めよ。表面の反射率を  $\rho$  とし、表面は完全拡散面とする。図で 2 がガラス面、1 はガラス面の対向する開口部を示す。

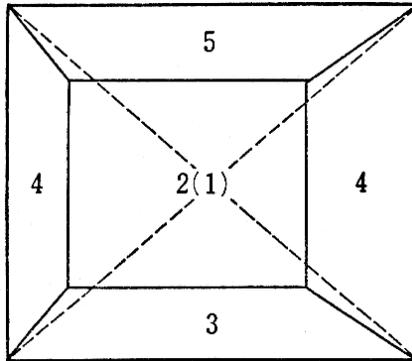


図 22.10

【解】 まず底面の 3 面に入射する拡散日射は  $F_{13}S_1I_{SV}$  または  $F_{31}S_3I_{SV}$ 、このうち反射される量  $\rho F_{31}S_3I_{SV}$  のうちガラス面に到達する量は

$$F_{32}\rho F_{31}S_3I_{SV} = F_{23}\rho F_{31}S_2I_{SV}$$

同様に側面の 4 面に当たって反射されたうち 2 面に到達する量は  $F_{24}\rho F_{41}S_2I_{dV}$  で両

側面についてはこの 2 倍になる。また上面は下向面であるから地面からの反射日射  $I_{RV}$  のうちの  $F_{51}S_5I_{RV}$  が 5 面に当たり、そこで反射されて 2 面に当たる量は  $F_{25}\rho F_{51}S_2I_{RV}$  となる。これらの成分を合計すると各面に当たって反射して 2 面に当たる拡散日射は

$$(F_{23}F_{31}I_{SV} + 2F_{24}F_{41}I_{dV} + F_{25}F_{51}I_{RV})\rho S_2 = 2(F_{23}F_{31} + F_{24}F_{41})\rho S_2 I_{dV}$$

となる。これにはルーバー各面相互間の多重反射の後 2 面にはいる部分は含まれていない。2 回以上の反射分についても同様な考え方で求めることができるがここでは省略する。

次に直達成分については、底面のうち直達日射の当たる部分を 6 面、側面のうち直達日射の当たる部分を 7 面とすると、その両面で反射されて 2 面に当たる成分は、次のようになる。

$$\rho I_{DH} F_{62}S_6 + \rho I_{DV} F_{72}S_7 = (F_{26}I_{DH} + F_{27}I_{DV}) \rho S_2$$

### 演習問題

(1) 太陽高度  $h$  と壁面に対する太陽方位角  $\gamma$  とから壁面に対する太陽入射角 (incident angle)  $\theta$  を求める式を示せ。

(答)  $\cos \theta = \cos h \cos \gamma$

(2) 水平面に対し角度  $\phi$  だけ傾斜した面に当たる直達日射量  $I_{D\phi}$  を表わす方式を導け。

(答) 太陽が傾斜面の表側にある場合(a)と裏側にある場合(b)とがある。

これは  $\gamma = \alpha - \epsilon$  から判定できる。

(a)  $|\gamma| \leq 90^\circ$  (図 22.11)

$$I_{D\phi} = I_{DN} (\sin h \cos \phi + \cos h \cos \gamma \sin \phi)$$

(b)  $|\gamma| > 90^\circ$  (図 22.12)

$$\phi > \phi \text{ のとき} \quad I_{D\phi} = I_{DN} (\sin h \cos \phi + \cos h \cos \gamma \sin \phi)$$

$$\phi \leq \phi \text{ のとき} \quad I_{D\phi} = 0$$

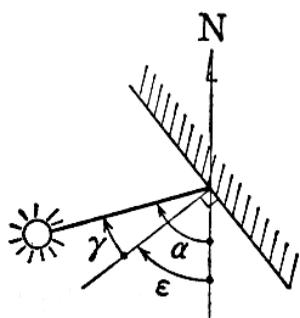
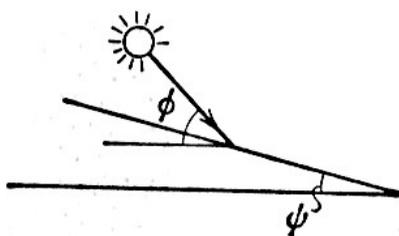
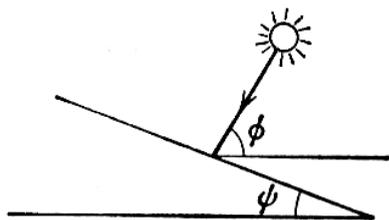


圖 22.11

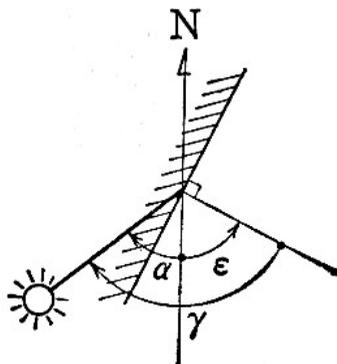


圖 22.12

## 第23章 平面壁の非定常熱伝導 (Unsteady State Heat Conduction of Walls)

### 23.1 非定常熱伝導理論の意義

#### 23.1.1 目的

建物の外壁や屋根のうち、コンクリートなどの重構造部分についての熱伝導は一般に非定常で扱わなければ、實際上あまり意味がない。非定常とは、たとえば壁体内部や表面における温度および熱流が時間的に変動する場合のように常に一定ではないという意味であって、これは壁体の両側の空気温度や境界面での発熱が時間的に変動することに起因する。境界面発熱とは、たとえば、ふく射パネルのように発熱体が表面あるいは多層壁の境界面にあって実際に発熱する場合、壁表面で日射熱が吸収される場合など、境界面での発熱の一般的表現である。床、屋根なども熱的には平面壁と同様に取り扱いがあるので、ここでは一般に平面壁という語を用いることにする。

熱損失、熱取得計算のための壁体の非定常熱伝導計算の目的としては、

- (1) 外壁を通して熱が移動する場合の熱損失あるいは熱取得を求めることで、このためには外壁の室内側表面での熱流の時間的変化を求めることになる(図23.1)。

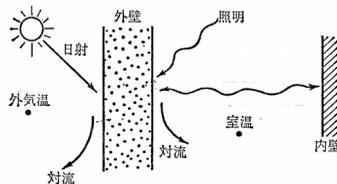


図 23.1

- (2) 床や隣室に面した壁を一般に内壁とよぶことにするが、室温の変動、あるいは境界面発熱の変化に対応して内壁表面での熱流が起こり、内壁断面での温度

分布も時間的に変化する。このとき、内壁表面での熱流が室に対して熱損失になったり熱取得になったりするので、これを求める必要がある(図 23.2)。

(3) 表面温度を求めることはいくつかの表面相互間の放射熱交換を導入するのに必要であって、これは表面熱流と同時に求めることになる。

(4) 表面結露防止のチェックのために特に外壁の内表面温度の変動を知ることが必要であり、壁体の内部に結露するか否かを判断するには壁体内部の時間的温度分布を知る必要がある。

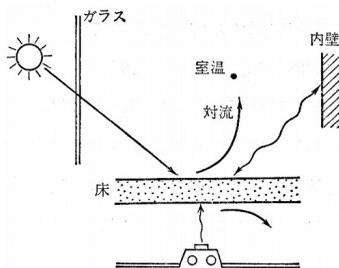


図 23.2

### 23.1.2 周期的熱伝導との相違

実際には時間的変化といっても、だいたいはこの原因となる外気温や日射の変動および間欠暖冷房による室温の変動は 1 日 24 時間が周期となっていると考えることができる。そこで、これらの励振の変動をフーリエ級数を用いた周期関数で表わしておき、これを非定常の熱伝導の微分方程式と組み合わせると、応答も周期関数の形で得られることになる。このような解を周期的熱伝導 (Periodic heat conduction) の解という。わが国では前田敏男博士の解式などがあり、便利な図表も作成されている<sup>†1</sup>。

米国では Mackey と Wright の方法<sup>†2</sup>が有名で、多層壁についても単層壁に置き換える方法で解が導かれ、実用に供されている。

これに対して非定常熱伝導はもっと意味が広く、あらゆる不規則な励振の変動に対処できるような一般解を求めることを目的としている。すなわち、まず単位の励振に対する応答を求めておき、第 16 章で述べたデュアメル積分を用

<sup>†1</sup> 前田敏男：伝熱学、文献(6)

<sup>†2</sup> Mackey, C.O. & Wright, L.T.: ASHVE Transactions Vol.50, 1944, Vol. 52, 1946.

いて実際の不規則な励振に対して答を得るという方法である。したがって、周期的熱伝導は非定常熱伝導の特殊な場合といえるので、後者の方が一般性があることになる。しかし単純な場合は前者の方が簡単なので、あらゆる不規則な励振の変動も第 14 章で述べたフーリエ級数で近似することができることから、前者も有力な解法として利用されている。

周期的熱伝導の原理は次のような過程からなりたつ。まず励振が

$$F(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos(n\omega t + \mu_n) \quad (21)$$

で与えられたとき、ある壁体の構成と熱的特性が与えられれば、壁体の内部の  $x$  の位置での温度あるいは熱流は一般に

$$G(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n P_n \cos(n\omega t + \gamma_n) \quad (22)$$

の形で得られる。この式で  $P_n$  と  $\gamma_n$  とを求める方法が問題となる。

これには基本の励振  $f(t) = \cos\omega t$  に対して

$$g(t) = P \cos(\omega t + \gamma) \quad (23)$$

の形の応答が得られていればよい。 $g(t)$  は  $f(t)$  の周波数応答とよばれ、図 23.3 に示すような形になる。ここで、応答は励振の振幅 1 に対して  $P$  という 1 より小さい値となるので、 $P$  は減幅率とよばれる。また応答の波は時間の遅れをもって現れるので、 $\gamma$  は位相差とよばれる。結局周期的熱伝導の問題は与えられた壁体の持つ諸要素の組合せについて  $P$  と  $\gamma$  とを求めることに帰着する。

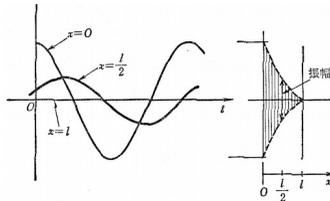


図 23.3

周期的熱伝導の計算手順としては、まず与えるべき外気温などの励振を調和分析しておくこと、つまりフーリエ級数の振幅と位相差の各項の値を求めておくことになる。これには外気温のように初めから正弦波に似ているもので 2~3

項、日射のような曲線では 6~10 項が必要となる。次に与えられた壁体についての  $P$  と  $\gamma$  とを式あるいは図表から求めて、式(22)の形で級数の式を得ることができるが、各時刻の値を得るにはこの式に時刻の数値を代入し級数の和を計算しなければならないのでかなり煩雑である。

単層平面壁に対する周波数応答の前田の式は、

$$\theta(x, t) = P(x) \cos\{\omega t + \gamma(x)\} \quad (24)$$

よって厚さ 1 m の壁体の片側表面から  $x$  の点の温度が、

$$\theta(0, t) = \cos \omega t$$

$$\theta(l, t) = 0$$

の条件下の解式として表わされ、 $P(x)$ 、 $\gamma(x)$  は熱拡散率  $a$  [ $\text{m}^2/\text{h}$ ] として

$$B = l \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} \quad (25)$$

とおくとき、次式で与えられるという。

$$P(x) = \sqrt{\frac{\cosh 2B(1-x/l) - \cos 2B(1-x/l)}{\cosh 2B - \cos 2B}} \quad (26)$$

$$\gamma(x) = \tan^{-1} \frac{\sinh Bx/l \sin B(2-x/l) \sinh B(2-x/l) \sin Bx/l}{\cosh B(2-x/l) \cos Bx/l - \cosh Bx/l \cos B(2-x/l)} \quad (27)$$

また、 $x=0$ 、 $x=1$  での表面熱流は次式で与えられる。

$$q(0, t) = \frac{\lambda B}{l} \sqrt{\frac{2(\cosh 2B + \cos 2B)}{\cosh 2B - \cos 2B}} \cos\left(\omega t + \tan^{-1} \frac{\sinh 2B - \sin 2B}{\sinh 2B + \sin 2B}\right) \quad (28)$$

$$q(l, t) = \frac{2\lambda B/l}{\sqrt{\cosh 2B + \sin 2B}} \cos\left(\omega t + \tan^{-1} \frac{\sinh B \cos B - \cosh B \sin B}{\sinh B \cos B + \cosh B \sin B}\right) \quad (29)$$

多くの文献には  $x$  点の熱流の一般式が示されているが、ここではその特別な場合として実際に問題となる表面熱流の式を掲げた。

## 23.2 単層均質平面壁の解式

### 23.2.1 壁体温度の単位応答と重み関数

第 4 章で述べた平面壁断面に関する 1 次元非定常熱伝導の微分方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (30)$$

であり、もちろん温度  $\theta$  は  $0 \leq x \leq l$  で定義される距離  $x$  と  $-\infty < t < \infty$  で定義される時間  $t$  との関数であるから  $\theta(x, t)$  の意である。  $l$  は壁厚、  $a$  は熱拡散率である。そこで次の 2 組の境界条件によって上式を解いたものを温度の単位応答といい、  $\phi$  の記号を用いる。すなわち、

$\phi_{\theta 0}(x, t)$ :  $\theta(0, t) = U(t)$ ,  $\theta(l, t) = 0$  に対する単位応答

$\phi_{\theta 1}(x, t)$ :  $\theta(0, t) = 0$ ,  $\theta(l, t) = U(t)$  に対する単位応答

とする。これらはそれぞれ次式で与えられる。

$$\phi_{\theta 0}(x, t) = 1 - \frac{x}{l} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \exp\left[-\frac{an^2\pi^2}{l^2}t\right] \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (31)$$

$$\phi_{\theta 1}(x, t) = \frac{x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n\pi} \exp\left[-\frac{an^2\pi^2}{l^2}t\right] \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (32)$$

また温度の重み関数は上の境界条件で  $U(t)$  の代わりに  $\delta(t)$  とした場合の応答であるから、第 16 章の記述に従って記号  $\varphi$  で表わすすると、

$$\varphi_{\theta 0}(x, t) = \frac{d\phi_{\theta 0}(x, t)}{dt} \quad (33)$$

$$\varphi_{\theta 1}(x, t) = \frac{d\phi_{\theta 1}(x, t)}{dt} \quad (34)$$

から得られる。図 23.4 に内表面  $x=l$  での熱流の重み関数の概略の形を示す。

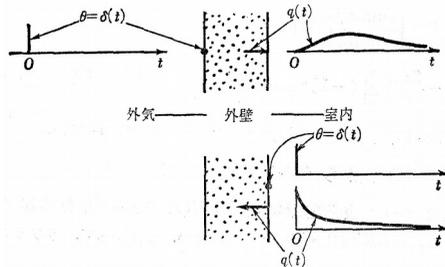


図 23.4

### 23.2.2 ラプラス変換による解式

式(30)を第 17 章に述べた方法によって像空間の式に書き直すと、  $L\{\theta(x, t)\} = u(x, s)$  として、

$$\alpha \frac{\partial^2 u(x, s)}{\partial x^2} = su(x, s) \quad (35)$$

となる。これを解くのに

$$u(x, s) = c_1 e^{d_1 x} + c_2 e^{-d_2 x}$$

とおき、境界条件が

$$u(0, x) = 0 \quad u(l, s) = f(s)$$

のときは、

$$d_1 = d_2 = \sqrt{\frac{s}{\alpha}} \quad c_1 = \frac{f(s)}{e^{l\sqrt{s/\alpha}} - e^{-l\sqrt{s/\alpha}}} \quad c_2 = \frac{-f(s)}{e^{l\sqrt{s/\alpha}} - e^{-l\sqrt{s/\alpha}}}$$

となる。したがって解は

$$u(x, s) = f(s) \frac{\sinh x \sqrt{s/\alpha}}{\sinh l \sqrt{s/\alpha}} \quad (36)$$

という形が一般式となる。またここで

$$\tau_{\theta 1}(x, s) = \frac{\sinh x \sqrt{s/\alpha}}{\sinh l \sqrt{s/\alpha}} \quad (37)$$

とおくとき、 $\tau_{\theta 1}(x, s)$ は  $x=l$  の表面温度に対する壁体内部  $x$  点の温度の重み関数のラプラス変換であって、 $\tau_{\theta 1}(x, s)$ を伝達関数(transfer function)という。

式(36)で  $f(s)=1$  の場合、すなわち原空間でいうと

$$\theta(0, t) = 0 \quad \theta(l, t) = \delta(t)$$

の条件の場合、 $\theta(x, t)$ は式(34)により  $\tau_{\theta 1}(x, s)$ そのものを逆変換して得られる。第17章の逆変換の公式を用いて

$$\begin{aligned} \theta(x, t) &= L^{-1} \left\{ \frac{\sinh x \sqrt{s/\alpha}}{\sinh l \sqrt{s/\alpha}} \right\} \\ &= -\frac{2\pi\alpha}{l^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \exp\left[-\frac{an^2\pi^2}{l^2}t\right] \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \quad (38)$$

となる。これは式(34)の重み関数  $\varphi_{\theta 1}(x, t)$ にほかならない。

【例題 23.1】 式(36)から式(32)を導け。

【解】 式(32)は  $x=l$  の表面温度が単位関数  $U(t)$ のときの単位応答であるから、式(36)で、 $f(s) = L\{U(t)\} = 1/s$ とすればよい。したがってラプラス変換の合成公式により

$$\begin{aligned}\Phi_{\theta_1}(x, t) &= L^{-1} \left( \frac{1}{s} \frac{\sinh x \sqrt{s/a}}{\sinh l \sqrt{s/a}} \right) \\ &= \int_0^t 1 \left\{ -\frac{2\pi a}{l^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \sin \frac{n\pi x}{l} \exp\left(-\frac{a n^2 \pi^2}{l^2} \tau\right) \right\} d\tau \\ &= \left[ \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi x}{l} \exp\left(-\frac{a n^2 \pi^2}{l^2} \tau\right) \right]_0^t\end{aligned}$$

ところで  $\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi x}{l} = -\frac{x}{l}$ †1 であるから、上式右辺は式(32)となることは明らかである。

### 23.2.3 表面熱流の単位応答と重み関数

熱流の一般式は

$$q(x, t) = -\lambda \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x}$$

であるから、熱流の単位応答は温度の単位応答から

$$\Phi_q(x, t) = -\lambda \frac{\partial \Phi_{\theta}(x, t)}{\partial x} \quad (39)$$

から求められる。たとえば式(31)より

$$\Phi_{q_0}(x, t) = -\lambda \left\{ -\frac{1}{l} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{l} \exp\left(-\frac{a n^2 \pi^2}{l^2} t\right) \cos \frac{n\pi x}{l} \right\} \quad (40)$$

であるから、 $x=0, x=1$  の表面熱流はそれぞれ次のようになる。

$$\Phi_{q_0}(0, t) = \frac{\lambda}{l} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{a n^2 \pi^2}{l^2} t\right) \right\} \quad (41)$$

$$\Phi_{q_0}(l, t) = \frac{\lambda}{l} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(-\frac{a n^2 \pi^2}{l^2} t\right) \right\} \quad (42)$$

重み関数は、これらを微分して

$$\Phi_{q_0}(0, t) = -2\lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a n^2 \pi^2}{l^3} \exp\left(-\frac{a n^2 \pi^2}{l^2} t\right) \quad (43)$$

$$\Phi_{q_0}(l, t) = -2\lambda \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{a n^2 \pi^2}{l^3} \exp\left(-\frac{a n^2 \pi^2}{l^2} t\right) \quad (44)$$

### 23.2.4 両表面温度が与えられた場合の壁体温度と表面熱流

一般に  $x=0$  の表面温度が  $\theta(0, t)$ 、 $x=1$  の表面温度が  $\theta(1, t)$  で与えられた場合、重畳の原理とデュアメル積分定理を用いて、 $x$  点の時刻  $t$  の温度および熱流はそ

†1 第 14 章[例題 14.1]を参考として導け。

それぞれ次の式で与えられる。

$$\theta(x, t) = \int_0^t \varphi_{\theta 00}(x, \tau) \theta(0, t - \tau) d\tau + \int_0^t \varphi_{\theta 01}(x, \tau) \theta(l, t - \tau) d\tau \quad (45)$$

$$q(x, t) = \int_0^t \varphi_{q 00}(x, \tau) \theta(0, t - \tau) d\tau + \int_0^t \varphi_{q 01}(x, \tau) \theta(l, t - \tau) d\tau \quad (46)$$

なお、上の2式で積分上限は本来 $\infty$ であるが、 $t=0$ を十分さかのぼった時点にとれば上限は $t$ としておいてよいことになる。

### 23.2.5 表面温度と表面熱流の行列表示

実際に壁体熱伝導による熱取得および熱損失の計算には壁体両表面での温度と熱流とが特に問題となる。そこで、式(46)で $x=0$ と $x=l$ とについてこれを像空間に移して考えよう。

$$\begin{aligned} L\{\theta(x, t)\} &= u(x, s) & L\{q(x, t)\} &= h(x, s) \\ L\{\varphi_{q0}(x, t)\} &= \tau_{q0}(x, s) & L\{\varphi_{q1}(x, t)\} &= \tau_{q1}(x, s) \end{aligned}$$

とすれば、合成形の積分は像空間では積の形になるから、式(46)を書き換えれば次のようになる。

$$h(x, s) = \tau_{q0}(x, s) u(0, s) + \tau_{q1}(x, s) u(l, s) \quad (47)$$

さらに、 $x=0$ と $x=l$ とについて、 $u(0, s) = u_0$ ,  $u(l, s) = u_1$ ;  $h(0, s) = h_0$ ,  $h(l, s) = h_1$

と置くと、両側表面の温度と熱流に関する行列式は、

$$\left. \begin{aligned} h(0, s) &= h_0 & h(l, s) &= h_1 \\ u(0, s) &= u_0 & u(l, s) &= u_1 \\ \tau_{q0}(0, s) &= \tau_{00} & \tau_{q0}(l, s) &= \tau_{01} \\ \tau_{q1}(0, s) &= \tau_{10} & \tau_{q1}(l, s) &= \tau_{11} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

とすると、式(47)から次の2式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= \tau_{00} u_0 + \tau_{10} u_1 \\ h_1 &= \tau_{01} u_0 + \tau_{11} u_1 \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

これを行列表示にすると、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{00} & \tau_{10} \\ \tau_{01} & \tau_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

【例題 23.2】式(49)、(50)中の $\tau_{00}$ ,  $\tau_{01}$ ,  $\tau_{10}$ ,  $\tau_{11}$ を式(37)から導け。

【解】この問題で用いているラプラス変換では時間 $t$ が像空間で $s$ に置き換えられているだけであって、 $x$ については像空間でも変わりはない。したがって、伝達関数についても熱流と温度との関係は

$$\tau_q = -\lambda \frac{\partial \tau_\theta}{\partial x}$$

がなりたつ。そこで、式(37)より

$$\tau_{q1}(x, s) = -\lambda \frac{\partial \tau_{\theta1}(x, s)}{\partial x} = -\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{\cosh x \sqrt{s/a}}{\sinh l \sqrt{s/a}}$$

となるから、式(48)の簡略記号を参照して

$$\begin{aligned} \tau_{10} = \tau_{q1}(0, s) &= \frac{-\lambda \sqrt{s/a}}{\sinh l \sqrt{s/a}} \\ \tau_{11} = \tau_{q1}(l, s) &= -\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{\cosh l \sqrt{s/a}}{\sinh l \sqrt{s/a}} \end{aligned}$$

となる。また、同様にして

$$\tau_{\theta0}(x, s) = \frac{\sinh(l-x) \sqrt{s/a}}{\sinh l \sqrt{s/a}}$$

であるから

$$\begin{aligned} \tau_{00} &= \lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{\cosh l \sqrt{s/a}}{\sinh l \sqrt{s/a}} \\ \tau_{01} &= \frac{\lambda \sqrt{s/a}}{\sinh l \sqrt{s/a}} \end{aligned}$$

となる。 $\tau_{10} = -\tau_{01}$ ,  $\tau_{11} = -\tau_{00}$ の関係があることに注意する。

また、式(50)は次のようにも書き換えられる。

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ h_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ h_1 \end{bmatrix} \quad (51)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} A(s) &= -\frac{\tau_{11}}{\tau_{01}} = \cosh l \sqrt{\frac{s}{a}} \\ B(s) &= \frac{1}{\tau_{01}} = \sinh l \frac{\sqrt{s/a}}{\lambda \sqrt{s/a}} \\ C(s) &= \tau_{10} - \frac{\tau_{11}}{\tau_{01}} \tau_{00} = \lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \sinh l \sqrt{\frac{s}{a}} \\ D(s) &= \frac{\tau_{00}}{\tau_{01}} = \cosh l \sqrt{\frac{s}{a}} = A(s) \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

式(50)、(51)は、壁体両表面の温度と熱流との相互関係を示す重要な式である。

壁体の熱容量を無視した場合、式(51)中の行列は

$$\begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (53)$$

となる。 $R$  は熱抵抗 $[\text{m}^2\text{K}/\text{W}]$ である。

### 23.3 多層壁の1次元非定常熱伝導

#### 23.3.1 1層以外の材の熱容量を無視する場合

両側に境界層をもつ単層壁も含む。まず、多層壁の特殊な場合として図 23.5 のように1層のみが重量材で他が全部軽量材または中空層や境界層などで熱抵抗だけを考えればよい場合を取り扱う。

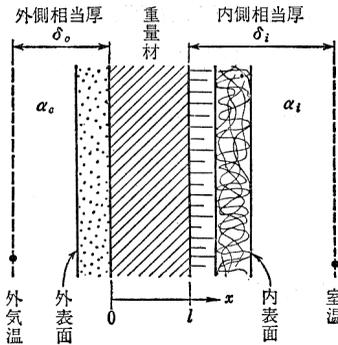


図 23.5

$t=0$  以前の温度が系を通じて 0 で、 $x=0$  表面の側の流体温度が  $U(t)$  で与えられるとき、重量材の壁体内部の温度の単位応答の解式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Phi_{\theta_a}(x, t) = & \frac{l - x + \delta_1}{l + \delta_1 + \delta_0} \\ & - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1)(\delta_0 \cos \beta_n x + \frac{1}{\beta_n} \sin \beta_n x) \exp(-\alpha \beta_n^2 t)}{l(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1)(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1) + \delta_0(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1) + \delta_1^2(\beta_n^2 \delta_0^2 + 1)} \end{aligned} \quad (54)$$

ここで、 $\delta_0, \delta_1$  は重量材以外の部分の抵抗の和を厚さ  $\delta_0, \delta_1$  の重量材に置き換えた相当厚を意味する。すなわち、

$$\delta_0 = \lambda \Sigma R_0 \qquad \delta_1 = \lambda \Sigma R_1$$

で、 $R_0, R_1$  はそれぞれ重量材の外側および内側の材の熱抵抗の和である。また  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  は  $z$  に関する方程式

$$\tan z l = \frac{z(\delta_0 + \delta_1)}{z^2 \delta_0 \delta_1 - 1} \quad (55)$$

の正根で小さい方から順にとったものとする。

式(54)から次のことがいえる。

- (1)  $\delta_0 = \delta_1 = 0$  の場合は前述の単層壁の場合となり式(32)に等しくなる。
- (2)  $\delta_0 = \lambda/\alpha_0, \delta_1 = \lambda/\alpha_1$  の場合は両側境界層を含む単層壁の場合となる。
- (3) 反対側の境界温度が  $U(t)$  で与えられた場合は式(54)の  $x$  を  $1-x$  と置き換えればよい。

なお、重量材以外の層の温度分布は式(54)で重量材層の両境界面温度がわかれば各時刻ごとに直線的な温度分布として求めることができる。

式(54)の分母を便宜上

$$D_n = l(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1)(\beta_n^2 \delta_0^2 + 1) + \delta_0(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1) + \delta_1(\beta_n^2 \delta_0^2 + 1) \quad (56)$$

とおくと、重量材層の両側境界面の温度は式(54)に  $x=0, x=1$  を代入して

$$\Phi_{\theta a}(0, t) = \frac{l + \delta_1}{l + \delta_1 + \delta_0} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\delta_0(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1)}{D_n} \exp(-a \beta_n^2 t) \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\theta a}(l, t) &= \frac{\delta_1}{l + \delta_1 + \delta_0} \\ &- 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1)(\delta_0 \cos \beta_n l + \frac{1}{\beta_n} \sin \beta_n l)}{D_n} \exp(-a \beta_n^2 t) \end{aligned} \quad (58)$$

となる。

【例題 23.3】  $x=0, x=1$  における熱流の単位応答を求めよ。

【解】 一般に  $x$  点の熱流の単位応答の式は式(39)と式(45)とから

$$\begin{aligned} \Phi_{qa}(x, t) &= \frac{\lambda}{l + \delta_1 + \delta_0} \\ &+ 2\lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1)(-\beta_n \delta_0 \sin \beta_n x + \cos \beta_n x)}{D_n} \exp(-a \beta_n^2 t) \end{aligned} \quad (59)$$

となるから、この式に  $x=0, x=1$  を代入すればよい。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{qa}(0, t) &= \frac{\lambda}{l + \delta_1 + \delta_0} + 2\lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1)}{D_n} \exp(-a \beta_n^2 t) \\ \Phi_{qa}(l, t) &= \frac{\lambda}{l + \delta_1 + \delta_0} \\ &+ 2\lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\beta_n^2 \delta_1^2 + 1)(-\beta_n \delta_0 \sin \beta_n l + \cos \beta_n l)}{D_n} \exp(-a \beta_n^2 t) \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

となる。

【例題 23.4】 両側境界層を含む単層壁についてラプラス変換を用いて式(58)を導け。

【解】 まず温度の伝達関数 式(37)から熱流の伝達関数の式を作る。

$$\begin{aligned} \tau_{q1}(x, s) &= -\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{\cosh x \sqrt{s/a}}{\sinh l \sqrt{s/a}} \\ \tau_{q0}(x, s) &= \lambda \sqrt{\frac{s}{a}} \frac{\cosh(1-x) \sqrt{s/a}}{\sinh l \sqrt{s/a}} \end{aligned}$$

式(53)の記号を用いると、

$$\begin{aligned} \tau_{q1}(0, s) &= -\frac{1}{B(s)} & \tau_{q1}(l, s) &= -\frac{A(s)}{B(s)} \\ \tau_{q0}(0, s) &= \frac{A(s)}{B(s)} & \tau_{q0}(l, s) &= \frac{1}{B(s)} \end{aligned}$$

となる。次に壁体外表面と外気温  $\theta_a(t)$  との間の熱平衡式は

$$a_0 \{ \theta_a(t) - \theta(0, t) \} = \int_0^l \theta(0, \tau) \varphi_{q0}(0, t - \tau) d\tau + \int_l^0 \theta(l, \tau) \varphi_{q1}(0, t - \tau) d\tau$$

となり、これをラプラス変換すると  $L\{\theta_a(t)\} = \frac{1}{s}$  であるから、

$$a_0 \left\{ \frac{1}{s} - u(0, s) \right\} = u(0, s) \tau_{q0}(0, s) + u(l, s) \tau_{q1}(0, s)$$

同様にして温度 0 の室内空気と内表面との間の熱平衡を考えると、

$$a_i \{ u(l, s) - 0 \} = u(0, s) \tau_{q0}(l, s) + u(l, s) \tau_{q1}(l, s)$$

となつて、上の両式を整理して  $u(0, s)$ ,  $u(l, s)$  に関する連立方程式の形にすると

$$\begin{cases} \frac{1}{B(s)} u(0, s) - \left( a_i + \frac{A(s)}{B(s)} \right) u(l, s) = 0 \\ \left( \frac{A(s)}{B(s)} + \alpha_o \right) u(0, s) - \frac{1}{B(s)} u(l, s) = \frac{\alpha_o}{s} \end{cases}$$

となる。この解は次のようになる。

$$u(0, s) = \frac{\alpha_o}{sH(s)} B(s) \{ \alpha_i B(s) + A(s) \}$$

$$u(l, s) = \frac{\alpha_o}{sH(s)} B(s)$$

ここに  $H(s) = \{ A(s) + \alpha_o B(s) \} \{ \alpha_i B(s) + A(s) \} - 1$

$u(0, s)$  と  $u(l, s)$  とを逆変換すれば表面温度の単位応答が得られる。この逆変換には Heaviside の展開定理を用いる。まず  $H(s)=0$  の根を求める。 $H(s)=0$  を書き直すと次のようになる。

$$\tanh l \sqrt{\frac{s}{a}} = - \frac{(\delta_0 + \delta_1) \sqrt{s/a}}{\delta_0 \delta_1 \frac{s}{a} + 1}$$

ここで  $\sqrt{s/a} = z$  とおけば式(55)と同様の式になる。

$s$  の根を  $-a\beta_n^2$  とすると、まず  $u(0, s)$  の逆変換は

$$L^{-1}\{u(0, s)\} = \frac{\alpha_o B(0) \{ \alpha_i B(0) + A(0) \}}{H(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_o B(-a\beta_n^2) \{ \alpha_i B(-a\beta_n^2) + A(-a\beta_n^2) \}}{a\beta_n^2 H'(-a\beta_n^2)} e^{-\alpha\beta_n 2t}$$

となる。ここに

$$B(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\sinh l \sqrt{s/a}}{\lambda \sqrt{s/a}} = \frac{l}{\lambda} \cosh(0) = \frac{l}{\lambda}$$

$$A(0) = \cosh(0) = 1$$

$$H(0) = \{ A(0) + \alpha_o B(0) \} \{ \alpha_i B(0) + A(0) \} - 1 = (1 + \alpha_o \frac{l}{\lambda}) (\alpha_i \frac{l}{\lambda} + 1) - 1$$

$\delta_0 = \lambda/\alpha_o, \delta_1 = \lambda/\alpha_i$  とおくと、 $L^{-1}\{u(0, s)\}$  の第一項は

$$\frac{\alpha_o \beta(0) \{ \alpha_i B(0) + A(0) \}}{H(0)} = \frac{\frac{l}{\delta_0} (\frac{1}{\delta_1} + 1)}{(1 + \frac{l}{\delta_0}) (\frac{l}{\delta_1} + 1) - 1} = \frac{l + \delta_1}{l + \delta_0 + \delta_1}$$

となり、式(57)の第 1 項と一致する。また

$$\begin{aligned}
 B(-a\beta_n^2) &= -\frac{\sinh \beta_n l}{\beta_n \lambda} \\
 A(-a\beta_n^2) &= \cosh \beta_n l \\
 H'(s) &= 2A'(s)A(s) + 2\alpha_o \alpha_i B'(s)B(s) \\
 &\quad + (\alpha_o + \alpha_i)\{B'(s)A(s) + B(s)A'(s)\} \\
 A'(s) &= \frac{l}{2\sqrt{a}s} \sinh l \sqrt{\frac{s}{a}} \\
 A'(-a\beta_n^2) &= -\frac{l}{2a\beta_n} \sinh \beta_n l \\
 B'(s) &= \frac{1}{2\lambda s} \left( l \cosh l \sqrt{\frac{s}{a}} - \sqrt{\frac{a}{s}} \sinh l \sqrt{\frac{s}{a}} \right) \\
 B'(-a\beta_n^2) &= \frac{1}{2a\beta_n^2} \left( l \cosh \beta_n l - \frac{1}{\beta_n} \sinh \beta_n l \right) \\
 \sqrt{\frac{s}{a}} &= \beta_n \cdot \tanh l \sqrt{\frac{s}{a}} = -\frac{(\delta_0 + \delta) \beta_n}{\delta_0 \delta_1 \beta_n^2 + 1}
 \end{aligned}$$

として上式から  $H(-a\beta_n^2)$  をつくり、上の各項を  $L^{-1}\{u(0,s)\}$  の第2項に代入すると、式(57)の第2項と一致する式が得られる。

$u(l,s)$  についても同様な過程で  $L^{-1}\{u(l,s)\}$  から式(58)が導かれる。

### 23.3.2 一般多層壁の場合

ラプラス変換による解法として長谷川の方法<sup>†1</sup>があり、境界面発熱のある場合にも適用されるが、やや難解である。ここでは4端子電極に相似させた Pipes などが用いた理論<sup>†2</sup>によって説明する。まず、単層壁について像空間で両側の表面温度と表面熱流との関係を示す。式(50)で

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ h_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ h_1 \end{bmatrix} \tag{61}$$

のとき、一般に多層壁中の  $v$  層および  $v+1$  層については

$$\begin{bmatrix} u_{v-1} \\ h_{v-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v(s) & B_v(s) \\ C_v(s) & D_v(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v \\ h_v \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} u_v \\ h_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{v+1}(s) & B_{v+1}(s) \\ C_{v+1}(s) & D_{v+1}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{v+1} \\ h_{v+1} \end{bmatrix}$$

となるから、一般に  $m$  個の異なる層からなりたつ壁体についての行列はこれら

†1 長谷川房雄：多層平面壁の非定常熱伝導の解法(1), 日本建築学会文献報告集第61号 1959同(2), 同62号 1959.

†2 Pipes, L.A: Matrix Analysis of Heat Transfer Problems, Journal of Franklin Institute, Mar.1957.

の各層の行列の積を用いて両表面の温度と熱流との関係を次のように表わすことができる。すなわち

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ h_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1(s) & B_1(s) \\ C_1(s) & D_1(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_2(s) & B_2(s) \\ C_2(s) & D_2(s) \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} A_m(s) & B_m(s) \\ C_m(s) & D_m(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ h_1 \end{bmatrix} \quad (62)$$

となって、像空間で各層の行列の積を求めて 1 つの行列にしてしまえば、全体として式(59)のような単層の場合と同様な式となってそれを逆変換すればよいことになる。

【例題 23.5】境界層を含む単層壁の行列を示せ。

【解】内側外側の表面熱伝達抵抗をそれぞれ  $R_i, R_o$  とすると、この 3 層の行列の積は行列の公式を用いて書き換えると次のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1, & R_o \\ 0, & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A(s), & B(s) \\ C(s), & D(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1, & R_i \\ 0, & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A(s)+R_o C(s), & B(s)+R_o A(s) \\ C(s), & A(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1, & R_i \\ 0, & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A(s)+R_o C(s), & (R_o+R_i)A(s)+B(s)+R_o R_i C(s) \\ C(s), & R_i C(s)+A(s) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## 23.4 壁体の応答係数 (Wall Response Factors)

### 23.4.1 応答係数の定義

壁体、床などの非定常熱伝導によって熱損失、熱取得を求めるための実用的解法としてカナダのスティヴンソン (Stephenson) とミタラス (Mitalas) によって開発された方法がある<sup>†1</sup>。それによると、片側表面温度が図 23.5 のような三角形パルスで与えられ、他方の表面温度が常に 0 であるとしたときの両側の表面熱流を任意に定められた時間間隔ごとの応答という形で求められるようになっている。たとえば図 23.5 に示す  $X_j(j=1, 2, 3, \dots)$  は、表面温度が三角形パルスで与えられたその表面での壁体内部へ向かう熱流の時間数列である。したがって、これを用いるときには、表面温度が  $\theta(t)$  で変化するとき、 $t=n\Delta t$  として  $\Delta t$  ごとの温度  $\theta_n$  の  $t$  以前の値が全部与えられれば、 $t=n\Delta t$  における表面熱流は

$$q_0(0, n) = X_0 \theta_n + X_1 \theta_{n-1} + X_2 \theta_{n-2} + \cdots = \sum_{j=0}^{\infty} X_j \cdot \theta_{n-j} \quad (63)$$

<sup>†1</sup> Mitalas, G.P. and Stephenson, D.G.: Room Thermal Response Factors, ASHRAE Transactions Vol.73, Part I, 1967

から求められる。同様にして壁体内部から反対側表面に向かう熱流は

$$q_0(l, n) = \sum_{j=0}^{\infty} Y_j \cdot \theta_{n-j} \quad (64)$$

で与えられる。また  $x=1$  での表面温度が時間数列表示によって  $\theta_n$  の形で与えられたときは、 $x=1$  での表面熱流は向きを  $x$  方向と逆に取って

$$q_1(l, n) = \sum_{j=0}^{\infty} Z_j \cdot \theta_{n-j} \quad (65)$$

となり、 $x=0$  での表面熱流は

$$q_1(0, n) = \sum_{j=0}^{\infty} Y_j \cdot \theta_{n-j} \quad (66)$$

となる。このようにある壁体について定められた  $\Delta t$  ごとの応答の数列  $X_j, Y_j, Z_j$  を 1 組としてこれを応答係数(response factors)という。この場合、基本の励振は三角形パルスを用いることになっているが、矩形でも直角三角形でもかまわない。なお上の 4 式の形はデュアメル積分式の数列和による表現になっている。

式(64)と式(66)で表わされる表面熱流の応答係数  $Y_j$  はどのような壁体についても同一であって、これは相反定理である。また断面が対称形の材で構成されている壁体については  $X_j=Z_j$  である。

#### 23.4.2 応答係数の求め方

壁体の各層の厚さ、熱伝導率、比熱、比重量が与えられたとき、三角形パルスに対する応答係数  $X_j, Y_j, Z_j$  は次のようにして求められる。

式(62)のような多層壁の行列が各層の行列の積で表わされ、その演算の結果、一般に式(61)の形に書き直すことができる。そこで、式(61)はまた次のようにも書き換えられる。

$$\begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D(s)}{B(s)}, & -\frac{1}{B(s)} \\ \frac{1}{B(s)}, & \frac{A(s)}{B(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (67)$$

したがって、 $u_0$  あるいは  $u_1$  が三角形パルスのラプラス変換で与えられたときの

$$\frac{D(s)}{B(s)}, \quad \frac{1}{B(s)}, \quad \frac{A(s)}{B(s)}$$

の逆変換の各時刻ごとの数列、時系列(time series)、がそれぞれ  $X_j, Y_j, Z_j$  である。

図 23.5 の三角形パルスは、与えられた時間間隔  $\Delta t$  に対して、

$$f(t) = \frac{1}{\Delta t}(t + \Delta t) - \frac{2}{\Delta t}t + \frac{1}{\Delta t}(t - \Delta t) \quad (68)$$

で書き表わせるから、結局  $f(t)=t$  に対する応答、つまり  $u_1(s)=u_0(s)=1/s^2$  に対する

$$\frac{D(s)}{s^2 B(s)}, \quad \frac{1}{s^2 B(s)}, \quad \frac{A(s)}{s^2 B(s)}$$

の逆変換において  $t=j\Delta t$  の  $j=0, 1, 2, \dots$  に対する値を求めておいて式(68)に従って各項の応答を加算すれば  $X_j, Y_j, Z_j$  が得られる。式(67)の行列の中の各項の逆変換を求めるにはヘヴィサイド(Heaviside)の展開定理を用いる。分母の関数の根を  $\beta_1, \beta_2, \dots$  とすると根は全部負の実根で、 $s^2=0$  から 0 の 2 重根もある。したがって  $D(s)/s^2 B(s)$  の逆変換は第 17 章の公式(17.11)により

$$X(t) = \frac{D(0)}{B(0)}t + \left\{ \frac{d}{ds} \left( \frac{D(s)}{B(s)} \right) \right\}_{s=0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D(\beta_n)}{\beta_n^2 B'(\beta_n)} e^{\beta_n t} \quad (69)$$

となる。ここで、単層壁の場合は

$$B(s) = \frac{\sinh l \sqrt{s/a}}{\lambda \sqrt{s/a}}$$

で、 $\sinh l \sqrt{s/a} = 0$  の根は  $s = -n^2 \pi^2 a/l^2$  であるから  $\beta_n = -n^2 \pi^2 a/l^2$  である。

同様に  $Y(t), Z(t)$  も  $t$  の関数の形で表わすことができる。したがって、三角形パルスに対する時間間隔  $\Delta t$  の応答としての応答係数は

$$\begin{aligned} X_0 &= X(\Delta t)/\Delta t, & Y_0 &= Y(\Delta t)/\Delta t, & Z_0 &= Z(\Delta t)/\Delta t \\ X_1 &= \{X(2\Delta t) - 2X(\Delta t)\}/\Delta t \\ Y_1 &= \{Y(2\Delta t) - 2Y(\Delta t)\}/\Delta t \\ Z_1 &= \{Z(2\Delta t) - 2Z(\Delta t)\}/\Delta t \end{aligned}$$

$j \geq 2$  に対し

$$\begin{aligned} X_j &= X\{(j+1)\Delta t\} - 2X(j\Delta t) + X\{(j-1)\Delta t\} \\ Y_j &= Y\{(j+1)\Delta t\} - 2Y(j\Delta t) + Y\{(j-1)\Delta t\} \\ Z_j &= Z\{(j+1)\Delta t\} - 2Z(j\Delta t) + Z\{(j-1)\Delta t\} \end{aligned}$$

†1 p.\*\*\* [例題 15.1]参照

によって求めることができる。

多層壁の応答係数の例を表 23.1 に示す。

表 23.1 物性値

層	厚さ $l$ [m]	熱伝導率 $\lambda$ [W/(m K)]	比重量 $\gamma$ [kg/m <sup>3</sup> ]	比熱 $C$ [kJ/(K kg)]	熱抵抗 $R$ [m <sup>2</sup> K /W]	
1	0.008	1.28	2400	0.84	0	タイル
2	0.015	1.51	2100	0.84	0	モルタル
3	0.15	1.63	2200	0.84	0	コンクリート
4	0	0	0	0	0.17	空気層
5	0.01	0.15	550	1.26	0	ベニヤ板

表 23.2  $B(s)$ の根

-0.3374677929  
 -2.3737165481  
 -6.4712394504  
 -12.6607471404  
 -20.8526329983  
 -25.1002093343  
 -31.4517927826

表 23.3 応答係数 (response factors) [W/(m<sup>2</sup>K)]

$j$	$X_j$	$Y_j$	$Z_j$
0	31.2887773881	0.0398356851	5.2779959077
1	-17.9599748218	0.4747606682	-1.7779842137
2	-3.3760832353	0.6377735654	-0.1802742110
3	-2.0594901747	0.4928625632	-0.1244503672
4	-1.4373015691	0.3552342008	-0.0884165473
5	-1.0226146700	0.2538159419	-0.0630556901
6	-0.7294320971	0.1811474072	-0.0449915951
7	-0.5204783882	0.1292651131	-0.0321045620
8	-0.3713979134	0.0922406138	-0.0229089822
9	-0.2650200236	0.0658206169	-0.0163472733

時間間隔  $\Delta t=1$  時間 公比  $r=0.7135749459$

23.4.3 公比 (common ratio)

$X_j, Y_j, Z_j$  などを実際数値として  $j$  が  $0, 1, 2, \dots$  と際限なく計算しておいて表示するのはたいへんやっかいである。そこでたとえば  $X_j$  を逐次求めていくと同時に  $r_j = X_j/X_{j-1}$  を計算していくと  $r_j$  はしだいに一定値に近づく。すなわち、ある微小値  $\varepsilon$  を定めておいて  $r_j - r_{j-1} < \varepsilon$  となったとすると、このとき  $r_j$  を公比とよぶ。したがって、実用的には  $X_0, X_1, X_2, \dots, X_1$  までの数値と  $r_1$  とを与えておけば  $j > 1$  についての  $X_j$  は  $X_j = r_j X_{j-1}$  から求めることができる。この関係を図に示したのが図 23.6 で、片対数方眼紙にプロットしてみるとこう配一定の直線に近づくことがわかる。

【例題 23.6】 公比を式(69)から求めよ。

【解】  $B(s)$  の根について  $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \dots$  であるから式(69)の第 3 項以下は第 2 項より早く 0 に近づく。したがって、たとえば  $j=1$  にて  $X_j/X_{j-1} \approx r_j$  になったとすると、

$$r_1 \approx \frac{X_1}{X_{1-1}} \approx \frac{e^{-\beta_1(l+1)\Delta t} - 2e^{-\beta_1 l \Delta t} + e^{-\beta_1(l-1)\Delta t}}{e^{-\beta_1 l \Delta t} - 2e^{-\beta_1(l-1)\Delta t} + e^{-\beta_1(l-2)\Delta t}} = e^{-\beta_1 \Delta t}$$

となる。これは  $X_j, Y_j, Z_j$  に共通な比率であるから公比というわけである。

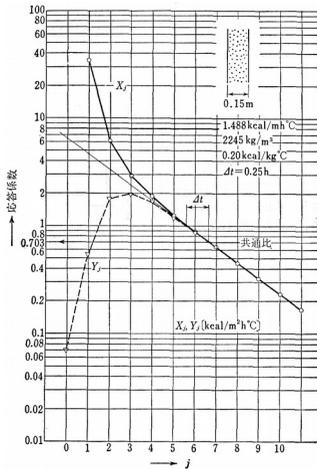


図 23.6

演 習 問 題

(1) 式(30)を解き、式(31)、(32)を導け。

(2)  $\phi_{q1}(0, t), \phi_{q1}(l, t), \varphi_{q1}(0, t), \varphi_{q1}(l, t)$ , を求めよ。

(3)  $\theta(0, t)=0$  で  $\theta(1, t)$  が  $t=0$  から  $t_1$  まで 1 でそれのほかのときは 0 という条件のとき、両側表面での熱流を求めよ。

(4) 式(52)を導け。

(5) 式(53)を導け。

(6) 定常熱伝導を非定常熱伝導の特殊な場合としてみるとき

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ h_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, & R \\ 0, & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ h_1 \end{bmatrix}$$

から逆変換して定常熱伝導の式を導け。

(7)  $x=0$  の表面温度が図 23.7 のようなパルスで与えられ、 $x=1$  での温度は常に 0 のとき、両側表面熱流の応答を時間数列の形で、単層壁、多層壁について求めよ。

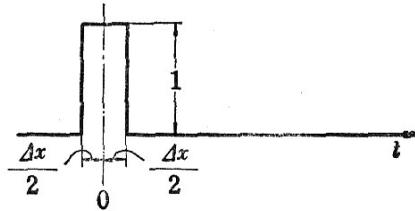


図 23.7

## 第24章 放射+対流の熱伝達 (Heat Transfer by Radiation + Convection)

建築設備の伝熱系では伝導・放射・対流が混然としている。一般に固体が存在するときその表面に接する流体との間の対流熱伝達と、他の固体表面との間の放射熱交換とが同時に起こるのが普通である。この対流と放射とによる熱伝達量のうち一方が他方に比して無視できる場合には近似的な取り扱いが簡単であるが、両者が同程度の場合には一般に同時に起こるものとして問題を解かなければならない。本章ではこれらの実際例として建物外壁面、室内表面、壁体内空気層内面などに起こる放射と対流による熱伝達の組合せを取り上げる。

### 24.1 大気放射 (Atmospheric Radiation)

四季昼夜を通じて建物の外表面では放射、対流、伝導などによる熱の交換が絶えず変化しつつ行なわれている。このことが特に暖冷房負荷計算上重要視されて来たのは、わが国に高層建築が続々と計画され始めた頃からである。つまり、周囲の建物よりはるかに突出した高層建築の外壁は大気放射の影響を大きく受けることと風当りも強いことから、外表面の熱伝達率も増加することなどがある。一方また日射が当たる面では風のないときの方が外表面で吸収された日射熱が外部へ伝達される割合が少なくなり、室内側への熱流が増大することも考える必要がある。

#### 24.1.1 日射相当外気温度 (Sol-Air Temperature)

第11章例題で取り上げたように、日射相当外気温度  $\theta_e$  は、外表面に当たる日射量  $I$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] を外気温度の仮想の上昇分に置き換えて、これと実際の外気温度  $\theta_a$  との和をもって表わされる。すなわち、

$$\theta_e = \frac{\alpha_s}{\alpha_o} I + \theta_a \quad (24.1)$$

ここに、 $\alpha_s$  は外表面の日射吸収率で、日射の全波長域に対する吸収率である。また  $\alpha_o$  は外表面の総合熱伝達率であって、対流と放射との総合されたものである。この式をよく見ると  $\alpha_o$  が小さいほど  $\theta_e$  は大となり、これを用いて計算する貫流熱量の値はそれだけ大きくなる。つまり  $\alpha_o$  の値として慣例的に  $23\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$  を用いると、熱取得計算としては危険側になる。また小さすぎる値を用いると最大日射に対して計算する熱取得は、ばく大な値になり、実際はそのピークの日射量は数時間も続かないので過大となる傾向がある。著者のある実測統計によると、日射量の多いときに風速が小さいことが多い<sup>†1</sup>。風速が小さいほど対流熱伝達率は小さく、一方放射熱伝達は風速に関係ないので、式(24.1)に用いる  $\alpha_o$  の値としては  $17.5\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$  が適当と考えられる。

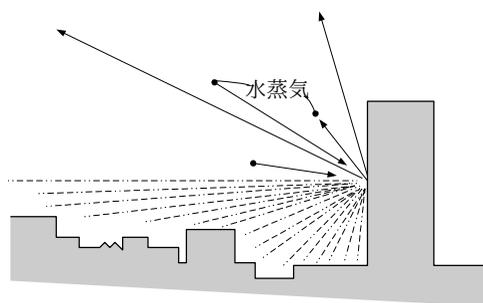


図 24.1

### 24.1.2 大気放射の式

式(24.1)の  $\alpha_o$  の中で、建物外表面と外界との放射熱交換について外界は全部固体表面であると仮想したことになっている。その表面と地物との間の放射熱交換についてはこれでよいとしても、天空からの放射熱量は外気温に等しい球面からの放射量より少ないので、上の仮想はかなりの誤差を含むことになる。特に高層建築で周囲の建物より高い部分の外壁についてはこの大気放射を考慮する必要がある。

ブラント (Brunt) は地表面のある1点が天空から受ける放射熱量は大気中の水蒸気含有量に大きく関係することを見だし、次の関係式を提案した。

<sup>†1</sup> 木村建一：夏期の外表面熱伝達率について、建築学会関東支部第37回研究発表会、1966。

$$Br = a + b\sqrt{e} \quad (24.2)$$

ここで、 $e$ ：水蒸気圧[mb]、 $a, b$ ：定数

$B_r$ は実際の天空からの放射量  $q_a$  と外気温と等温の黒体半球面からの放射量  $\sigma T_a^4$  との比を意味し、射出率とよばれる。定数  $a, b$  の値は多くの気象学者によって求められているが、ここでは山本の提案値<sup>†1</sup>  $a=0.51, b=0.066$  を採用することにする。なお気象学では水蒸気圧の単位として mmHg の方がよく用いられてきたが、SI 単位では  $e$ [mb] の代わりに  $p$ [hPa] が用いられているので、大気放射量は下式となる。 $f$ [mmHg] を用いる場合は  $b=0.076$  となるので、

$$\begin{aligned} q_a &= \sigma T_a^4 (0.51 + 0.066\sqrt{p}) \\ q_a &= \sigma T_a^4 (0.51 + 0.076\sqrt{f}) \end{aligned} \quad (24.3)$$

で表わされることになる。

結局(24.2)、(24.3)の式の意味を考えると、大気放射とは大気中の水蒸気の粒子から地表への放射を意味し、空気中の水分が少ないほど地表から大気圏外へ放射される分が大きくなると考えてよいことになる。

ブリス (Bliss) も大気放射の研究を行ない、快晴時については関係湿度に関係するとしているが、だいたいにおいて

$$\sigma T_a^4 - q_a = 20 \text{ Btu/ft}^2\text{h}^{12} \quad (24.4)$$

と見てさしつかえないとしている。

【例題 24.1】 外気温-10℃、関係湿度 90% のとき、 $B_r$  の値を求めよ。

【解】 -10[°C] に対する飽和水蒸気圧は 0.25 kPa であるから、 $R_H=90\%$  の  $p$  は、  
 $p = 0.25 \times 0.9 = 0.225 \text{ kPa} = 2.25 \text{ hPa}$

$$\therefore B_r = 0.51 + 0.066\sqrt{2.25} = 0.61$$

【例題 24.2】 上の例題の場合、天空が黒体半球面であると仮想したときの温度 (仮想天空温度) を求めよ。

【解】 仮想天空温度を絶対温度で  $T_x$  とすると、 $\sigma T_x^4 \times 0.61 = \sigma T_a^4$  から、

$$T_x = \sqrt[4]{0.61} T = 0.884 \times 263 = 232 \text{ K}$$

となり、-41℃ に相当することになる。

†1 文献(120)

†2 Bliss, R.W : Atmospheric Radiation Near the Surface of the Ground, Solar Energy, 5[3],1961.

【例題 24.3】式(24.2)の  $Br$  を絶対湿度  $x[\text{g/kg}]$  の関数として表わせ。

【解】第 2 章の関係式  $f=760x/(0.662+x)$  を用いて

$$Br=0.51+0.076\sqrt{\frac{760x\times 10^{-3}}{0.662+x\times 10^{-3}}}=0.51+2.1\sqrt{\frac{x\times 10^{-3}}{0.662+x\times 10^{-3}}} \quad (24.5)$$

となる。

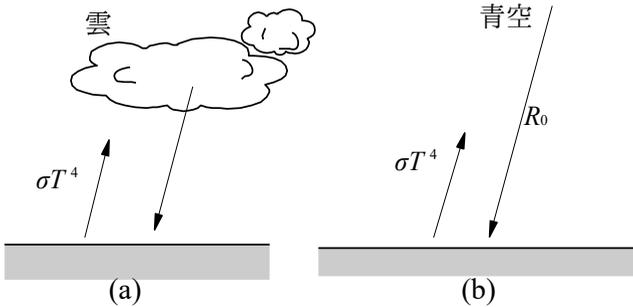


図 24.2

地表面から放出される放射から地表面が吸収する大気放射を差引いたものを実効放射という。実効放射は特に夜間に大きな値となるので、これを夜間放射ということもある。プラントの関係式は特に快晴時の夜間の実測に基づくもので、雲のある場合はフィリップス (Philipps) の研究結果を用いて概略を示すことができる。フィリップスは図 24.2(a), (b) に示すように曇天日と晴天日との大気放射の比較を行い、次の結果を得た<sup>†1</sup>。

$$\sigma T_e^4 - R = (\sigma T_e^4 - R_0)(1 - K) \quad (24.6)$$

ここに、 $T_e$  : 地表面絶対温度  $R, R_0$  : 曇天日、晴天日の大気放射  $[\text{W/m}^2]$

$K$  : 雲の高さによって決まる定数 (表 24.1)

雲高 [km]	$K$
2	0.83
5	0.62
8	0.45

したがって、 $R_0 = \sigma T_e^4 Br$  とすると、曇天の大気放射は地表面温度にも関係し、

<sup>†1</sup> Philipps, H. : Zur Theorie der Wurmestahlung im Bodennähe, Grerl. Beitr. z.Geophys., Vol. 56 p.229. 1940

$$R = \sigma T_a^4 Br(1-K) + \sigma T_e^4 K \quad (24.7)$$

で表わされることになる。また、天空のうちの一部分が雲で覆われているときは雲量を  $CC$  とすると、一般に曇天日の大気放射  $q_{ak}$  は

$$\begin{aligned} q_{ak} &= R_0 \left(1 - \frac{CC}{10}\right) + R \frac{CC}{10} \\ &= \left(1 - \frac{CC}{10} K\right) \sigma T_a^4 Br + \frac{CC}{10} K \sigma T_e^4 \end{aligned} \quad (24.8)$$

によって示すことができる。

【例題 24.4】 [例題 24.1] の条件で、地表面温度も  $-10^\circ\text{C}$  のとき、地上 5 km の高さにある雲が天空の 7 割を占めているとき、大気放射はいくらか。

【解】 表 24.1 から  $K=0.62$ , また  $CC=7$ ,  $T_a=T_e=263\text{ K}$ ,  $B_r=0.616$  として、式(24.8)から

$$\begin{aligned} q_{ak} &= (1 - 0.7 \times 0.62) \times 5.67 \times 2.63^4 \times 0.616 + 0.7 \times 0.62 \times 5.67 \times 2.63^4 \\ &= (0.349 + 0.434) \times 234 = 213 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

### 24.1.3 建物外表面での熱平衡式

一般に建物外表面では図 24.3 を参照して次のような平衡式がなりたつといえる。すなわち、

$$q_s + q_a + q_e = q_c + q_r + q_0 \quad (24.9)$$

ここに、 $q_s$  : 外表面で吸収される日射量

$q_a$  : 外表面で吸収される大気放射熱量

$q_e$  : 外表面で吸収される地物からの放射熱量

$q_c$  : 外表面から外気への対流熱伝達量

$q_r$  : 外表面から放射される放射熱量

$q_0$  : 外表面から内部へ向かう熱流

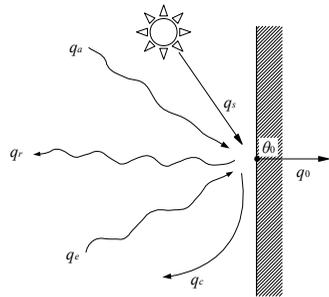


図 24.3

符号を含めて上式の左辺は外表面へ入る熱量、右辺は外表面から出る熱量と考えることができる。また上の各項は次のように書き表される。

$$q_s = \alpha_{sD} I_D + \alpha_{sd} I_d \quad (24.10)$$

ここに、 $I_D, I_d$  はそれぞれ外表面に当たる直達および拡散日射量で、 $\alpha_{sD}, \alpha_{sd}$  はそれぞれ  $I_D, I_d$  に対する外表面の吸収率である。

$$q_a = \varepsilon_0 \varphi_a \sigma T_a^4 (a + b \sqrt{p}) \quad (\text{快晴時}) \quad (24.11)$$

$$q_a = \varepsilon \varphi_a q_{ak} \quad (\text{曇天時}) \quad (24.12)$$

ここに、 $\varepsilon_0$  : 外表面の放射率、 $\varphi_a$  : 外表面の天空に対する形態係数

$$q_e = \varepsilon_0 \varepsilon_e \varphi_e \sigma T_e^4 \quad (24.13)$$

ここに、 $\varphi_e$  : 外表面の地物に対する形態係数、 $T_e$  : 地物表面の絶対温度

$$q_e = \alpha_c (\theta_0 - \theta_a) \quad (24.14)$$

ここに、 $\theta_0$  : 外壁外表面温度、 $\theta_a$  : 外気温度、 $\alpha_c$  : 対流熱伝達率

$$q_r = \varepsilon_0 \sigma T_0^4 \quad (24.15)$$

$q_0$  は第 23 章で述べたところにより一般に

$$q_0 = \int_0^t \{ \varphi_{q_0}(0, \tau) \theta_0(t - \tau) + \varphi_{q_1}(0, \tau) \theta_1(t - \tau) \} d\tau \quad (24.16)$$

で表わされる。ここでもし室内側表面温度  $\theta_1(t)$  が与えられれば、表面温度に対する表面熱流の重み関数  $\varphi_{q_0}(0, t)$ 、 $\varphi_{q_1}(l, t)$  は平衡式には無関係であるので、式(24.9)から外表面温度  $\theta_0(t)$  が求められる。また熱取得となる室内側熱流は次式から求められる。

$$q_0 = \int_0^t \{ \varphi_{q_0}(l, \tau) \theta_0(t - \tau) + \varphi_{q_1}(l, \tau) \theta_1(t - \tau) \} d\tau \quad (24.17)$$

室内側表面温度  $\theta_1(t)$  が未知の場合は次節に述べる室内での熱交換式を導入して、式(24.9)と連立に  $\theta_0(t)$ 、 $\theta_1(t)$  について解かなければならない。

最も簡単な場合としては、外壁がガラスあるいは軽量の薄壁で両側の温度変化に対してその差に比例する熱流が常時起こるものと仮定できる場合で、しかも室温  $\theta_a$  が与えられたときは、外壁外表面と室内空気との間の熱貫流率を  $K'$  として

$$q_1 = q_0 = K' (\theta_0 - \theta_a) \quad (24.18)$$

がなりたつ。しかし、この場合でも式(24.15)が  $\theta_0$  の 4 乗の式を含むので 4 次方程式を解くことが必要となる。つまり、式(24.18)を式(24.16)の代わりに式(24.9)に代入すると、

$$\begin{aligned} K'(\theta_0 - \theta_y) + \alpha_c(\theta_0 - \theta_a) + \varepsilon_0 \sigma T_0^4 \\ = \varepsilon_0 \Phi_a \sigma T_a^4 (a + b\sqrt{p}) + \Phi_e \varepsilon_e \sigma T_e^4 + \alpha_s I \end{aligned}$$

となり、これを整理すると、

$$\theta_0 = \frac{1}{K' + \alpha_c} \{-\varepsilon_0 \sigma T_0^4 + \varepsilon_0 \Phi_a \sigma T_a^4 (a + b\sqrt{p}) + \Phi_e \varepsilon_e \sigma T_e^4 + \alpha_s I + K' \theta_y + \alpha_c \theta_a\} \quad (24.19)$$

となるが、右辺にも  $T_0$  を含むのでこれは4次方程式である。

この式から  $\theta_0$  を求め、式(24.17)あるいは式(24.18)から室内への熱取得を計算するという順序になる。したがって、式(24.19)からいかにして  $\theta_0$  を求めるかが問題となる。

#### 24.1.4 熱平衡式の解法

##### (a) 反復法

式(24.19)を解く方法について著者は数種の解法を試みたが、この中で反復法はどんな条件下でも適用される最も一般的な方法である。

手計算では多少手間はかかるが、実際の場合反復はだいたい2回で済む。以下に計算順序を示す。

- (1) 式(24.19)右辺 { } 内第2項以下を計算する。
- (2)  $T_0$  を仮定する。 $T_0 = 273.16 + \theta_0$  で、 $\theta_0$  は最初相当外気温度に等しくとる。
- (3) 右辺を計算して  $\theta_0$  を求め(2)の仮定値との相違を検討する。
- (4) 約0.2℃以上の相違がなければこれを  $\theta_0$  とし(5)へ。

約0.2℃以上の相違があれば、(3)で求めた  $\theta_0$  の絶対温度に等しく  $T_0$  を仮定し直して(3)へもどる。

- (5) 式(24.17)あるいは式(24.18)により熱取得を求める。

【例題24.5】 図24.4に示すような高層建築外壁の2重ガラスに日射の当たる場合、外側吸熱ガラスに吸収される日射熱量  $q_s = 230 \text{ W/m}^2$ 、ガラスの放射率0.92、外気温度33℃、室内温度26℃、外側ガラス外表面から室内までの熱貫流率  $K = 3.8 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ 、地物の温度33℃、外側対流熱伝達率  $\alpha_c = 9 \text{ W/m}^2\text{K}$ 、水蒸気圧  $p = 2 \text{ kPa}$  のとき、ガラス貫流熱取得を求めよ。

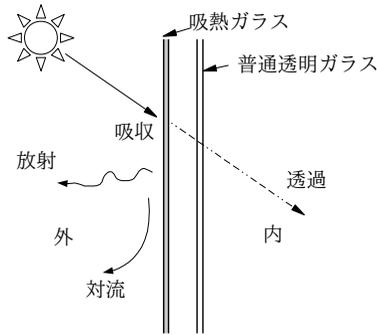


図 24.4

【解】 上述の計算順序に従って求める。

(1)  $\varphi_a = \varphi_e = 0.5$  として、式(24.19)右辺第2項以下は

$$0.92 \times 0.5 \times 5.67 \times 3.06^4 (0.51 + 0.066 \sqrt{20} + 1) + 230 + 3.8 \times 26 + 9 \times 33 = 1039$$

(2)  $\theta_0 = \frac{230}{9} + 33 = 57.5 \text{ } ^\circ\text{C}$  から  $T_0 = 330 \text{ } ^\circ\text{K}$  と仮定する。

(3) 式(24.19)右辺は

$$\frac{1}{3.8 + 9} (-0.92 \times 5.67 \times 3.3^4 + 1039) = 48.3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

(4)  $T_0 = 273 + 48 = 321$  と仮定し直すと、式(24.19)右辺は 51.7 となる。

(5) 48.3 と 51.7 の平均をとり、再び  $T = 323$  とすると  $\theta_0 = 50.0 \text{ } ^\circ\text{C}$  となり、仮定と一致する。

(6) 貫流熱取得は  $3.3(50 - 26) = 92.1 \text{ W/m}^2$  となる。

(b) 計算図表による法

著者は式(24.18)が外気の温度と湿度とに関係することから、Bruntの式の計算手間を省くと同時に反復法の手間を省くことを目的として計算図表を作成し略算法を提案した<sup>†1</sup>。また4次式を実際に起こりうる範囲内であてはまる1次式で近似して計算する略算法を提案した<sup>†2</sup>。これらは主として実用的熱取得計算を目的としたものであって本書では省略する。

(c) 外表面温度を用いない略算法

前田、中村は外壁を取り囲む仮想黒体半球面と外壁表面間との放射熱伝達率を用いることにより外表面温度を式から消去して直接熱流を求める方法を提案

†1 木村建一：大気放射、文献(17)。

†2 木村建一：高層建築の暖冷房負荷、文献(12)。

した<sup>†1</sup>。すなわち

$$\begin{aligned} q_0 &= (\alpha_c + \alpha_y)(\theta_a - \theta_0) + q_z + q_s \\ &= \alpha_0 \left( \theta_a + \frac{q_s}{\alpha_0} + \frac{q_z}{\alpha_0} - \theta_0 \right) \end{aligned} \quad (24.20)$$

ここで、

$$\alpha_y = \frac{\sigma T_a^4 - \varepsilon_0 \sigma T_0^4}{\theta_a - \theta_0} \quad (24.21)$$

$$iq_z = -\sigma T_a^4 \{1 - \phi_a(a + b\sqrt{f})\} + \phi_e \varepsilon_e \sigma T_e^4 \quad (24.22)$$

である。(24.20)式で  $q_z=0$  とした場合は式(24.1)の場合と同じになる。式(24.20)によると、外表面温度を求める必要はないが  $\alpha_r$  は式(24.21)に示すように外表面温度によって変わるので、場合によって  $\alpha_r$  を適当に仮定する必要がある。 $\alpha_r$  は実際の場合 8-3 の値とみてよいが、 $\alpha_r$  が変わっても  $\alpha_c$  が非常に大きく  $\alpha_0$  としてはそんなに変わらない場合には冬季 3.5、夏季 5 程度の値をとっておいてさしつかえない。 $\alpha_c$  が小さい場合には誤差が少し大きくでてくる。夜間および外壁の日陰面では常に次式を用いればよい。

$$\alpha_y \approx 0.2 \left( \frac{T_a}{100} \right)^3 \quad (24.23)$$

## 24.2 室内に起こる放射と対流

室内では屋外に比べいっそう放射の影響を無視することはできない。人体について考えるときは直接放射と対流とによる熱授受が量的に問題になるが、室内空気を中心にして熱負荷を考えるときは室内物体の表面と室内空気との間の対流による伝達熱量が実際の熱負荷とみることができ。ただし、室内表面と室内空気に含まれる水蒸気との間の放射熱移動も無視できるほど小さくはないことに注意を要する。ガラス透過日射、照明その他の放射エネルギーが床面壁面などに吸収されることによってその表面温度が上昇し、室内表面相互間の放射熱授受とそれらの表面から室内空気への対流熱伝達が起こることになる。

<sup>†1</sup> 前田敏男, 中村泰人: 建物外壁面の放射について, 建築学会論文報告集, 昭41-9.

24.2.1 床面での熱平衡

図 24.5 のような熱的系において、室温は常時一定とし、各部の温度はその室温を基準にとって室温との差で表わす。このとき床表面での熱平衡式は次のようになる。

$$-\alpha_c \theta_0 + q_{01} - q_{00} + q_s - \varepsilon_0 \sigma T_0^4 + \varepsilon_0 \sigma T_0^4 + \varepsilon_0 \sum F_{0k} \varepsilon_k \sigma T_k^4 = 0 \quad (24.24)$$

ここで、 $\alpha_c$  は対流熱伝達率、 $\theta_0$  は床表面温度、 $q_{01}$ 、 $q_{00}$  はそれぞれ床下表面温度および床上表面温度の変化によって起こる床上表面での熱流であって、第 23 章の重み関数の表示を用いると、

$$q_{01} = \int_0^t \Phi_{01}(\tau) \theta_1(t-\tau) d\tau \quad (24.25)$$

$$q_{00} = \int_0^t \Phi_{00}(\tau) \theta_0(t-\tau) d\tau \quad (24.26)$$

と表わされる。また  $q_s$  は床表面に吸収される日射、照明の放射エネルギー、式 (24.24) の第 5 項は床表面から放射される放射熱で、第 6 項は室内の  $K$  個の異なる表面から放射されて床面に吸収される放射熱である。

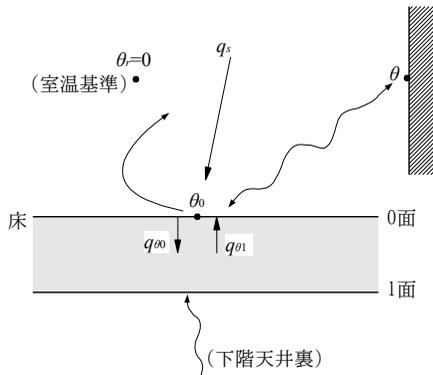


図 24.5

式(24.24)と同様な式が天井面、周壁面のおのおのと異なった面についても考えられる。そのような異なる表面の数だけの熱平衡式を作り、これを連立方程式として解けば表面温度の変動が求まり、厳密な意味での熱負荷変動も得られることになる。しかし、これらの式をそのまま連立方程式として解くことは容

易ではない。その理由は、 $q_{01}$ ,  $q_{00}$ の式に $\theta_0$ の過去の値が全部含まれていることと、放射の項の4乗の式が含まれているからである。したがって、普通に考えられる可能な方法としては有限の微小時間ごとに計算する差分法による数値解ということになる。

### 24.2.2 内側ベネシャンブラインドの伝熱機構

ガラスの内側に設けられるベネシャンブラインドは直射日光をさえぎることはできるが、日射を吸収するブラインド自体すでに室内にあるため、冷房負荷の軽減にはあまり効果がない。図24.6にベネシャンブラインドを含む窓面断面の熱移動の状況を示すが、この伝熱機構は複雑で理論的に扱うには簡略化する必要がある。

まずベネシャンブラインドを全体として多数のスラットの集りからなる1つの半透明体と考えると、ガラスとこの半透明体との2層材に対して外気温、室温および日射という外乱を含めた熱的系を考慮することが

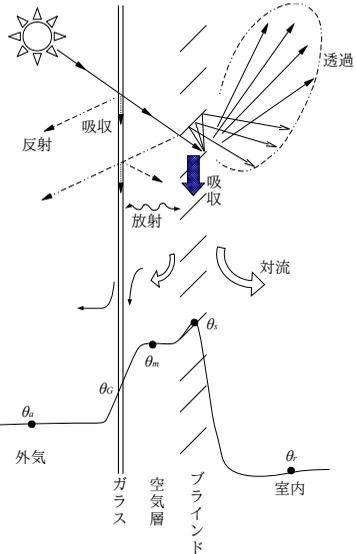


図24.6

できる。日射の透過吸収の性状に関してパーメリー (Parmelee) らはスラット自体の表面反射率、スラットの角度および日射の見掛けの太陽高度 (profile angle) について透過率、吸収率を理論的に求め図表を示した<sup>†1</sup>。後にこれを実験によって確かめている。

また、ステイヴンソン (Stephenson) らは日射透過成分の指光性を求める計算式を示し、上方への拡散光が多いことを例示した<sup>†2</sup>。それによると、45°のスラットの場合、profile angle 10°~60°に対しては、室の奥行が天井高の倍位の室

†1 Parmelee, G.V., et al : Solar Heat Gain through Slat Type Sun Shades ASHRAE Transactions, 1952

†2 Stephenson D.G. & Mitalas, G.P. : Solar Transmission Through Windows with Venetian Blinds, Sunlight in Buildings Proceedings of CIE Sunlight Conference 1965.

では、天井へ向かう成分は約8割、対向壁に向かう成分が1割、床へ向かう成分が1割程度となっている。この透過成分はいずれも拡散的であって室内各表面に分散されて到達し吸収されることになる。

図24.6の熱的系において、ブラインドは日射を吸収することによって高温となり、そのため中間空気層の温度は一般に室温より高くなる。もちろんこれには外気温も関係する。窓面から室内への熱取得はスラット表面からの対流熱伝達と、スラットの間げきを通して中間空気層の空気が室内に流れこむことによる熱取得である。著者はこれを巨視的に考え、スラットの集合体と室内空気との間の対流熱伝達率 $\alpha_{cs}$ を仮想することを試みた。すなわち、

$$q_c = \alpha_{cs}(\theta_s - \theta_y) \quad (24.27)$$

である。ブラインドと中間空気層の間にも同様な対流熱伝達率を仮想する。ブラインドとガラスとの間およびブラインドと室内各表面との間の放射熱交換も考慮して次のような熱平衡式をたてる。

(1) ガラスの厚さを無視し、ガラスについての熱平衡式は次式で示される。

$$q_{IG} + q_{rSG} + q_{aG} + q_{cmG} = 0 \quad (24.28)$$

ここに、 $q_{IG}$ ：ガラスに吸収される日射量

$q_{rSG}$ ：ブラインドからガラスへの放射熱伝達量

$$q_{rSG} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_G} + \frac{1}{\varepsilon_S} - 1} (T_s^4 - T_G^4) \quad (24.29)$$

$q_{aG}$ ：外気からガラスへの熱伝達量

$q_{cmG}$ ：中間空気からガラスへの対流熱伝達量

$$q_{cmG} = \alpha_{cG}(\theta_m - \theta_G) \quad (24.30)$$

$\varepsilon_G, \varepsilon_S$ ：それぞれガラス、スラットの放射率

$\alpha_{cG}$ ：ガラス内表面での対流熱伝達率

(2) 中間空気について

$$\alpha_{cs}(\theta_s - \theta_m) = \alpha_{cG}(\theta_m - \theta_G) \quad (24.31)$$

(3) ブラインドについて

$$q_{IS} - q_{rSG} - q_{rSr} - \alpha_{cs}(\theta_s - \theta_r) - \alpha_{cs}(\theta_s - \theta_m) = 0 \quad (24.32)$$

ここに、 $q_{IS}$ ：ブラインドに吸収される日射量

$$q_{rSr} = \varepsilon_s \sigma T_s^4 - \varepsilon_s \sum_K F_{SK} \varepsilon_K \sigma T_K^4 \quad (24.33)$$

$F_{SK}$ ：ブラインド面の室内  $K$  面に対する形態係数

$\varepsilon_K$ ： $K$  面の放射率、 $T_K$ ： $K$  面の絶対温度

上の3つの平衡式は  $\theta_s, \theta_m, \theta_G$  を未知数とする連立方程式であり、これを解いて得られる  $\theta_s$  から式(24.27)によって熱取得が求められる。

著者はまた  $\alpha_{cs}$  の値を実験から求めた<sup>†1</sup>。これによるとスラット角  $45^\circ$  の場合、日射量の多いとき  $\alpha_{cs} \approx 20$  スラット角  $90^\circ$  で全閉の場合は平面に近くなって約 10 となった。式(24.27)、式(24.32)の  $\alpha_{cs}$  にはこのような値を暫定的に用いておくとよい。

### 24.2.3 室内表面と室内空気との間の放射熱伝達

これはガス体の放射の問題である。ポイラーの中の燃焼ガスなどの非常に高温なガスはそれ自身強い放射能を有する。これについてはホッテル (Hottel) の研究が有名で、放射伝熱の参考書には必ずホッテルの図が引用されている。

前述のように、室内表面はしばしば室内空気より高温になることにより、対流によっておもに熱が伝達されるが、放射によっても直接伝達される。これは通常無視されているが、実際は室内空気中の水蒸気と室内表面との間の放射熱交換であって、室内の湿度が高い特殊の場合には対流に比べて無視できない場合も起こりうる。通常の直方体室内空間の場合は次のようにしてこの放射熱伝達量を求めることができる。

まず、ガス体放射等価半球面の半径  $L$  [m] は概算的には放射を考えているその室の最短辺長の 1.06 倍とする<sup>†2</sup>。ただし、より正確には次式による<sup>†3</sup>。

$$L = L_s \times \frac{4V}{\sum S} \times 0.93$$

†1 木村建一：ベネシャンブラインドの伝熱機構の簡略化について、建築学会論文集号外昭 42.10

†2 文献(3)第 11 編, p.13.

†3 文献(151) p.88~89.

ここに  $L_s$  : 室の最短辺長[m]、 $V$  : 最小辺長を1とした容積[m<sup>3</sup>]

$\Sigma S$  : 最小辺長を1とした室内全表面積[m<sup>2</sup>]

室内空気の水蒸気分圧  $f$ [mmHg] を知れば図 24.7 より室内水蒸気の放射率  $\epsilon_w$  を求めることができる。図 24.7 はの水蒸気放射率の計算図表<sup>†1</sup>より著者が室温 20~30℃ の範囲内であてはまるように作製し直したものである。

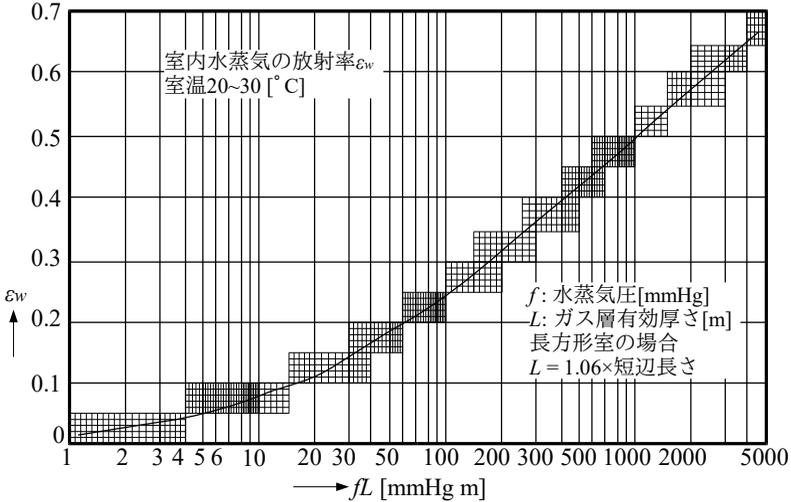


図 24.7

次に実用的簡易略算法として室内表面が2種の単なる温度の面に分けられると考える。一般には外壁内表面と他の室内表面との温度が特に異なり、放射熱伝達の計算に関してはこの仮定はほぼ妥当であると考えてよい。

外壁内表面(1面)の温度、放射率をそれぞれ  $\theta_1, \epsilon_1$

室内の他の表面(0面)の温度、放射率をそれぞれ  $\theta_0, \epsilon_0$

室内空気(r面)の温度、放射率をそれぞれ  $\theta_r, \epsilon_r$

とすると、この3者間の放射熱伝達量  $H_r$  は室温付近では次の簡易式がなりたつとする。

$$1 \text{ 面} \rightarrow 0 \text{ 面} \quad H_{r,01} = \alpha_{r,10}(\theta_1 - \theta_0)S_1 \quad (24.34)$$

†1 文献(151)p85.

$$0 \text{ 面} \rightarrow 1 \text{ 面} \quad H_{r,01} = \alpha_{r,01}(\theta_0 - \theta_1)S_0 \quad (24.35)$$

$$1 \text{ 面} \rightarrow r \text{ 面} \quad H_{r,1r} = \alpha_{r,1r}(\theta_1 - \theta_r)S_0 \quad (24.36)$$

$$0 \text{ 面} \rightarrow r \text{ 面} \quad H_{r,0r} = \alpha_{r,0r}(\theta_0 - \theta_r)S_0 \quad (24.37)$$

ここで

$$\alpha_{r,10} = \alpha_{r,01} = 1.05 C_b \varepsilon_1 \varepsilon_0 (1 - \varepsilon_r) \quad (24.38)$$

$$\alpha_{r,1r} = 1.05 C_b \varepsilon_1 \varepsilon_r \{1 + (1 - \varepsilon_0)(1 - \varepsilon_r)\} \quad (24.39)$$

$$\alpha_{r,0r} = 1.05 C_b \varepsilon_0 \varepsilon_r \{1 + (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_r)\} \quad (24.40)$$

である。ただし、常温付近では絶対温度  $T$  [°K] について

$$\left(\frac{T+1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T}{100}\right)^4 \approx 1.05$$

であるとした。

【例題 24.6】 間口 5 m、奥行 10 m、高さ 2.7 m の室があり、外壁は全面ガラスで内側ベネシヤンブラインドがあり、その温度は 35 °C とする。室内表面温度は 26 °C、室内空気温度は 25 °C とする。このとき室内の関係湿度 50 % 室内各表面の放射率 0.9 として、外壁内表面から室内表面、外壁内表面から室内空気への放射熱伝達量を求めよ。

【解】 まず 25 °C、50 % に対する室内の水蒸気分圧は空気線図より 12 mmHg である。外壁内表面を 1 面、室内地表面を 0 面とすると、外壁内表面について

$$fL = 2.7 \times 1.06 \times 12 = 36$$

図 24.7 より、 $\varepsilon_w = 0.14$  を得る。次に式(24.33a)より

$$\alpha_{r,10} = \alpha_{r,01} = 1.05 \times 5.67 \times 0.9 \times 0.9 \times (1 - 0.14) = 4.15$$

$$\alpha_{r,0r} = \alpha_{r,1r} = 1.05 \times 5.67 \times 0.9 \times 0.14 \times \{1 + (1 - 0.9)(1 - 0.14)\} = 0.815$$

したがって、求める伝達熱量は

$$H_{r,10} = 4.15 \times (35 - 26) \times 5 \times 2.7 = 504 \text{ W}$$

$$H_{r,1r} = 0.815 \times (35 - 25) \times 5 \times 2.7 = 110 \text{ W}$$

となる。

## 24.3 中空層の伝熱

### 24.3.1 壁体内部の中空層

いろいろな壁体の断面を見ると、その一部に中空層が含まれていることが多

い。中空層の伝熱機構を分類すると次のようになる。

- (1) 空気を媒質とする熱伝導
- (2) 中空層に面する片側表面と空気との間の対流熱伝達
- (3) 中空層に面する両側表面間の放射熱伝達

これを図 24.8 に示すが、このように中空層には 3 種の伝熱の相があるが、定量的にはこれらは

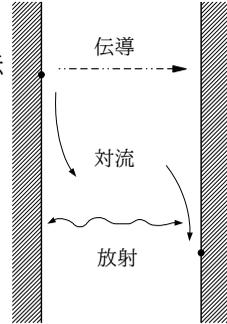


図 24.8

- (i) 中空層の厚さ
- (ii) 中空層の密閉度
- (iii) 熱流の向き
- (iv) 両側表面の温度および温度差

などによって異なってくる。実際の壁体の場合はこのほかに中空層の保持のために間柱、枠などの両面間を熱的に短絡する接合材がはいっているので、平面壁についても一般に熱的に均一ではない。したがって、実際の中空層の熱抵抗あるいは熱コンダクタンスの値を知るには上の要素を総合したものととして各場合についての要因を考慮する必要がある。表 24.2 にそのチェックリストを示す。

表 24.2

		伝導	対流	放射
厚さ <i>d</i>	0.5 cm 以下	関係あり	関係なし	厚さに無関係
	0.5~2 cm	関係あり	関係あり	
	2 cm 以上	関係なし	関係あり	
熱流の向き		厚さ 0.5 cm 以下の場合 多少関係あり	厚さ 2 cm 以上の場合 大いに関係あり	無関係
温度範囲		多少熱伝導率に影響する ので幾分異なる	同左	両面の表面温度に 関係する
層内表面の材質		関係なし	粗滑度に関係するが、 無視して差し支えない	両面表面の放射率に 関係する
密閉度	完全密閉	$d < 0.5$ cm については事実上密閉と考えると良い	同左	関係なし
	不完全密閉	密閉の場合の半分の抵抗しかない		
	半密閉	密閉の場合の 1/4 の抵抗しかない		
接合部		接合部材の熱伝導率に大いに関係する	熱流の向きが水平の場合接合部が対流を阻止する熱流が上向き下向きの場合は無関係	接合部と実質部との占める面積の比に関係する

対流については、温度の高い空気は密度が小さく上昇する傾向があるから、熱流の向きによって中空層熱コンダクタンスの対流成分  $C_v$  [W/m<sup>2</sup> K] は異なる。ウィルクス (Wilkes) とピーターソン (Peterson) によれば、中空層厚 10 cm に対し温度差 11.1 °C の場合、 $C_v$  の値は表 24.3 のようになるという。

表 24.3

熱流の向き	下向	横向	上向
$C_v$ [W/(m <sup>2</sup> K)]	0.7	2.2	3.3

放射による熱伝達は、中空層に面する両表面間に起こる。まず第4章 4.3 に述べたように、平行で平面間の有効放射定数  $C_0$  は両表面の放射率を  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  として、

$$C_0 = \frac{C_b}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (24.41)$$

となるから、放射熱伝達率  $\alpha_r$  は簡易式を用いると、両面の平均絶対温度を  $T_m$  として、

$$\alpha_r = 0.04 \times C_0 \times \left(\frac{T_m}{100}\right)^3 \quad (24.42)$$

となる。たとえば  $q_1 = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.9$  の場合は  $C_0 = 0.818 \times 5.67$  で、 $T_m = 300$  °K のときは

$$\alpha_r = 0.04 \times 0.818 \times 5.67 \left(\frac{300}{100}\right)^3 \approx 5.1 \quad \text{W/(m}^2 \text{ K)}$$

となる。

【例題 24.7】表 24.2 を基にして、同表左欄の条件が与えられたとき中空層のコンダクタンスを求める電子計算用アルゴリズムを作成せよ。

【解】アルゴリズムの作り方は第 20 章に述べてある。

入力  $\theta$  : 中空層内両面間の平均温度[°C]

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$  : 中空層内両面の放射率

$d$  : 中空層の厚さ[m]

$MD$  : 熱流の向きの指標  $MD=1$  下向、 $MD=2$  横向、 $MD=3$  上向

$MC$  : 密閉度の指標  $MC=1$  密閉、 $MC=2$  不完全密閉、 $MC=3$  半密閉

$S$  : 接合部間隔[m](図 24.9 参照)

$L$  : 接合部接触面幅[m](同上)

$\lambda_j$  : 接合部材の熱伝導率[W/(mK)]

出力  $C_a$  : 中空層の熱コンダクタンス[W/(m<sup>2</sup>K)]

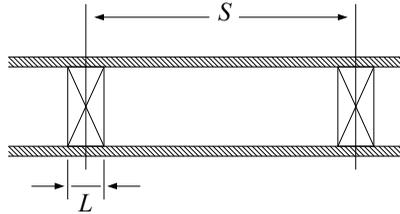


図 24.9

計算順序

(1)放射熱伝達率  $\alpha_r$ [W/(m<sup>2</sup>K)]を計算する。

$$\alpha_r = \frac{0.04}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \times C_b \times \left( \frac{273.16 + \theta}{100} \right)^3$$

(2)空気の熱伝導率  $\lambda_a$ [W/(mK)]を計算する。

$$\lambda_a = 0.0207 + 0.00007 \times \theta$$

(3) $\lambda_a$ の熱流方向に対する補正を行なう。

$$MD=1 \text{ ならば } \lambda_a = \lambda_a \times 0.8$$

$$MD=2 \text{ ならば } \lambda_a = \lambda_a$$

$$MD=3 \text{ ならば } \lambda_a = \lambda_a \times 1.2$$

(4)伝導と対流とによる熱コンダクタンス  $C_c$ [W/(m<sup>2</sup>K)]を中空層厚  $d$ [m]によって分類して求める。

$C_d$  : 伝導成分,  $C_v$  : 対流成分

(i) $d \leq 0.005$  のとき

$$C_d = \frac{\lambda_a}{d}$$

$$C_v = 0 \text{ であるから } C_c = C_d$$

(ii) $d \geq 0.02$  のとき

$$MD=1 \text{ ならば } C_v = 0.6$$

$$MD=2 \text{ ならば } C_v = 1.9$$

$$MD=3 \text{ ならば } C_v = 2.8$$

$$C_d = 0 \text{ であるから } C_c = C_v$$

(iii) $0.005 < d < 0.02$  のときは上の両方の場合の中間を2次曲線で近似することになると、 $d=0.005$  に対する  $C_d$  を  $C_{dx}$ 、 $d=0.02$  に対する  $C_v$  を  $C_{vx}$  として

$$C_{dx} = \frac{\lambda_a}{0.005}$$

$$C_c = (C_{dx} - C_{vx}) \left( \frac{d - 0.02}{0.015} \right)^2 + C_{vx}$$

(iv) 密閉度による補正

$$MC=1 \text{ ならば } C_c = C_c$$

$$MC=2 \text{ ならば } C_c = 2 \times C_c$$

$$MC=3 \text{ ならば } C_c = 4 \times C_c$$

(v) 中空層自身の熱コンダクタンス  $C_{aa} [\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}]$

$$C_{aa} = C_c + \alpha_r$$

(vi) 接合部材の熱コンダクタンス  $C_J$

$$C_J = \frac{\lambda_J}{d}$$

(vii) 接合部を含めた中空層の熱コンダクタンス  $C_a$

$$C_a = \frac{(S - L) \times C_{aa} + L_J \times C_J}{S}$$

### 24.3.2 太陽熱集熱器

太陽熱集熱器(solar heat collector)には、給湯や暖房などの目的、重力循環式、強制循環式などの方式、水や空気などの使用熱媒、蓄熱方式、構造などによってさまざまな種類がある。ここでは中空層伝熱の例題として最も普通の形である金属平板に管を付着させた集熱板で管に水を通す方式の場合を取り上げる。

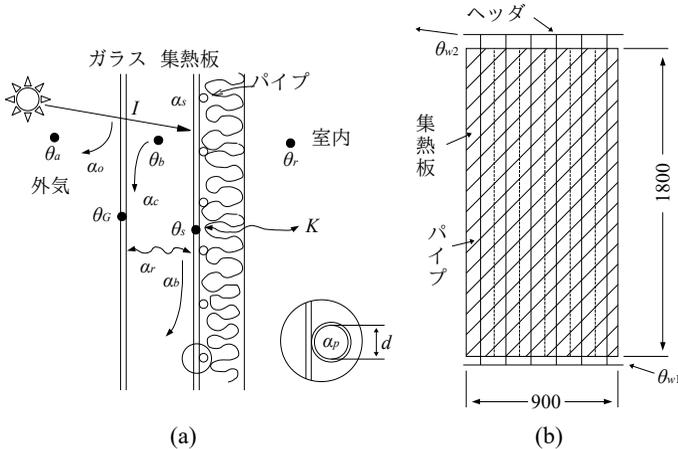


図 24.10

図 24.10 に示すような太陽熱集熱器において、ガラス外面に当たる日射量  $I [\text{W/m}^2]$  に対して集熱量を求めてみる。ガラスを透過して集熱板に吸収される日

射量  $I_a$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] はガラスの日射透過率を  $\tau_G$  とし、普通集熱板表面はつや消しの黒色塗としてあるので集熱板の吸収率  $\alpha_s$  は 1 と考えると、

$$I_a = \tau_G I \quad (24.43)$$

となる。

そこで集熱板での熱平衡式は次のようになる。

$$I_a = \alpha_b(\theta_s - \theta_b) + \alpha_r(\theta_s - \theta_G) + K'(\theta_s - \theta_r) + q_c \quad (24.44)$$

ここに、 $\alpha_b$  : 集熱板と中空層との間の対流熱伝達率 [ $\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$ ]

$\alpha_r$  : 集熱板とガラスとの間の放射熱伝達率 [ $\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$ ]

$K'$  : 集熱板と室内空気との間の熱貫流率 [ $\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$ ]

$q_c$  : 集熱板単位面積あたり集熱量 [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

次に中空層での熱平衡式は次のようになる。

$$\alpha_b(\theta_s - \theta_b) = \alpha_c(\theta_b - \theta_G) \quad (24.45)$$

ここに、 $\alpha_c$  : 中空層とガラスとの間の対流熱伝達率 [ $\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$ ]

またガラスでの熱平衡式は次のようになる。

$$\alpha_G I + \alpha_r(\theta_s - \theta_G) + \alpha_c(\theta_b - \theta_G) = \alpha_o(\theta_G - \theta_a) + R_G \quad (24.46)$$

ここに、 $a_G$  : ガラスの日射吸収率

$\alpha_o$  : ガラス外面の総合熱伝達率 [ $\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$ ]

$R_G$  : ガラス表面からの大気放射補正項 [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

また式(24.44)の集熱量が管内の水に伝達されるから、管 1 本あたりの熱交換は次式で表わされる。

$$plq_c = \alpha_p(\theta_s - \theta_w)\pi dl \quad (24.47)$$

ここに、 $\alpha_p$  : 管内面での対流熱伝達率 [ $\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$ ]

$\theta_w$  : 管の入口、出口の平均水温 [ $^{\circ}\text{C}$ ]

$p$  : 管間隔(ピッチ) [m]

$l$  : 管長 [m]

また、管内流量  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] は、管内の流速を  $u$  [ $\text{m}/\text{s}$ ] とすると、

$$Q = \frac{\pi}{4} d^2 u \times 3600 = 900 \pi d^2 u \quad (24.48)$$

であって、管の入口、出口の水温をそれぞれ  $\theta_{w1}$ ,  $\theta_{w2}$  とすると、 $\theta_w$  は両者の平均をとることにして、

$$\theta_w = \frac{\theta_{w1} + \theta_{w2}}{2} \quad (24.49)$$

とおく。そこで集熱量  $q_c$  がこの水に吸収されると考えることができるので次式がなりたつ。

$$plq_c = C_{pw} \rho_w Q (\theta_{w2} - \theta_{w1}) \quad (24.50)$$

ここに、 $C_{pw}$  : 水の比熱、 $\rho_w$  : 水の密度

これらの平衡式を連立方程式として解けば各部温度が求められ、集熱量  $q_c$  が得られる。しかし各表面での対流熱伝達率は温度に関係するので実際には反復によって求める必要がある。

【例題 24.8】 図 24.10 の太陽熱集熱器にて  $I=450 \text{ W/m}^2$ ,  $\theta_a=5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\theta_r=20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_o=23 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ ,  $R_G=17\text{W/m}^2$ ,  $d=8 \text{ mm}$ ,  $P=15 \text{ cm}$ ,  $l=1.8 \text{ m}$ , 管内流速  $u=0.5 \text{ m/s}$ ,  $\tau_G=0.88$ ,  $\alpha_G=0.06$ ,  $K=1.1\text{W/(m}^2\text{K)}$  として、集熱量を求める。ただし、入口水温  $\theta_{w1}=30 \text{ }^\circ\text{C}$  とする。

【解】 まず  $\alpha_c=\alpha_b=3$ ,  $\alpha_r=6$ ,  $\alpha_p=10000$  と仮定して、与えられた数値を上各式に代入してみると、 $\theta_s$ ,  $\theta_b$ ,  $\theta_G$ ,  $q_c$ ,  $\theta_w$ ,  $\theta_{w2}$  を未知数とする次の 6 式が得られる。

$$0.88 \times 450 = 3 \times (\theta_s - \theta_b) + 6 \times (\theta_s - \theta_G) + 1.1 \times (\theta_s - 20) + q_c \quad (1)$$

$$3 \times (\theta_s - \theta_b) = 3 \times (\theta_b - \theta_G) \quad (2)$$

$$0.06 \times 450 + 6 \times (\theta_s - \theta_G) + 3 \times (\theta_b - \theta_G) = 23 \times (\theta_G - 5) + 17 \quad (3)$$

$$0.15 \times q_c = 10000 \times (\theta_s - \theta_w) \times \pi \times 0.008 \quad (4)$$

$\rho_w C_{pw} = 1163 \text{ Wh/(m}^3\text{K)}$  として

$$0.15 \times 1.8 \times q_c = 1163 \times 900 \pi \times 0.008^2 \times 0.5 \times (\theta_{w2} - 30) \quad (5)$$

$$\theta_w = \frac{\theta_{w2} + 30}{2} \quad (6)$$

まず(1)、(2)、(3)から  $\theta_b$  と  $\theta_G$  とを消去する。まず 3 つの式を整理して、

$$10.1 \theta_s - 3 \theta_b - 6 \theta_G = 418 - q_c \quad (1')$$

$$\theta_s - 2 \theta_b + \theta_G = 0 \rightarrow \theta_G = 2 \theta_b - \theta_s \quad (2')$$

$$6 \theta_s + 3 \theta_b - 32 \theta_G = -125 \quad (3')$$

となる。(2')式右辺を(1')式および(3')式の  $\theta_G$  に代入して、

$$\begin{aligned} 16.1\theta_s - 15\theta_b &= 418 - q_c \\ 38\theta_s - 61\theta_b &= -125 \end{aligned} \quad (7)$$

となる。 $\theta_b$ を消去して、

$$\therefore q_c = 449 - 6.8\theta_s$$

一方、(4)、(5)、(6)より $\theta_w$ と $\theta_{w2}$ を消去すると、

$$\theta_w = \theta_s - 0.000597q_c \quad (4')$$

$$\theta_{w2} = 30 + 0.00257q_c \quad (5')$$

を(6)に代入して

$$2\theta_s - 0.001194q_c = 60 + 0.00257q_c$$

$$\theta_s = 30 + 0.001882q_c$$

$$\therefore \theta_s = 30 + 0.001882(449 - 6.8\theta_s)$$

$$\theta_s = \frac{30.8}{1.01} = 30.5 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (8)$$

$$q_c = 449 - 6.8 \times 30.5 = 241.6 \text{ W/m}^2 \quad // \quad (9)$$

したがって、(7)と(2')とから

$$\theta_b = (-38 \times 30.5 - 125) \div (-61) = 21.0 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (10)$$

$$\theta_G = 2 \times 21.0 - 30.5 = 11.5 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (11)$$

また(4')と(5')より

$$\theta_w = 30.5 - 0.000597 \times 221.75 = 30.4$$

$$\theta_{w2} = 30 + 0.00257 \times 221.75 = 30.6$$

となる。この結果 $\theta_{w2} > \theta_s$ となっているが、これは $\theta_s$ が集熱板平均温度を意味しているので上部の出口付近では当然 $\theta_s$ の方が $\theta_{w2}$ より高くなる。

これらの値を基にして、仮定した熱伝達率の検討を行なう。

まず $\alpha_b$ について、自然対流であるから、グラスホフ数とプラントル数とを求める。物性値は $\theta_s$ と $\theta_b$ の平均温度 $26 \text{ } ^\circ\text{C}$ に対する値を用いる。 $\beta = 1/273.16$ ,  $\lambda = 0.02605 \text{ W/(m K)}$ ,  $\nu = 0.160 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\begin{aligned} Gr_y &= g \beta (\theta_s - \theta_b) l^3 \nu^{-2} = 9.8 \div 273 \times (30.5 - 21.0) \times 1.8^3 \times 0.160^{-2} \times 10^8 \\ &= 9.8 \div 273 \times 9.5 \times 5.83 \div 0.0256 \times 10^8 = 7.77 \times 10^9 \end{aligned}$$

$$Pr = 0.71$$

$GrPr > 10^9$ であるから、第4章の自然対流の熱伝達を求める式(4.66)のべき数は0.333である。したがって

$$\begin{aligned} Nu &= 0.13 \times (7.77 \times 10^9 \times 0.71)^{0.333} = 0.13 \times 10^3 \times 5.34^{0.333} \\ &= 0.13 \times 1.754 \times 10^3 = 0.228 \times 10^3 \end{aligned}$$

$$Nu = \frac{\alpha_b l}{\lambda}$$

であるから、

$$\alpha_b = 0.228 \times 10^3 \times 0.02605 \div 1.8 = 3.30$$

また、 $\alpha_c$ については、 $\theta_G$ と $\theta_b$ の平均温度 17 °C に対する物性値を用いて、

$$\begin{aligned}\lambda &= 0.0254 \text{ W/(m K)} & \nu &= 0.151 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} \\ Gr &= 9.8 \div 273 \times (21.0 - 11.5) \times 1.8^3 \times 0.151^{-2} \times 10^8 \\ &= 0.209 \times 8.9 \div 0.0228 \times 10^8 = 0.82 \times 10^{10} \\ Pr &= 0.71 \\ Nu &= 0.13 \times (0.82 \times 10^{10} \times 0.71)^{0.333} = 0.13 \times (5.8 \times 10^9)^{0.333} \\ &= 0.13 \times 1.796 \times 10^3 = 0.233 \times 10^3 \\ \alpha_c &= 0.233 \times 10^3 \times 0.0254 \div 1.8 = 3.29\end{aligned}$$

次に管内の対流熱伝達率  $\alpha_p$  は、管内平均流体温度 30 °C に対する物性値を用いる。 $Nu = \alpha_p d / \lambda = k Re^a Pr^b Gz^c$  であり、レイノルズ数の範囲に応じて  $k$  とべき数  $a, b, c$  の値が決まる

まずレイノルズ数を求める。 $\nu = 0.00832 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  として

$$Re = \frac{ud}{\nu} = 0.5 \times 0.008 \div (0.00832 \times 10^{-4}) = 4807$$

$Re > 2300$  より乱流となり  $k = 0.023, a = 0.8, b = 0.4, c = 0$  となる。

次にプラントル数を求めると、 $\nu = 0.00832 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}, a = 5.30 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  であるから

$$\begin{aligned}Pr &= \frac{\nu}{a} = 0.00832 \times 10^{-4} \times 3600 \div (5.30 \times 10^{-4}) = 5.65 \\ Nu &= 0.023 \times 4807^{0.8} \times 5.65^{0.4} = 0.023 \times 8.82 \times 10^2 \times 1.999 = 0.406 \times 10^2\end{aligned}$$

$\lambda = 0.613 \text{ W/(m K)}$  より

$$\alpha_p = \frac{Nu \times \lambda}{d} = 0.406 \times 10^2 \times 0.613 \div 0.008 = 3.11 \times 10^3$$

また、 $\alpha_r$  は、第4章4.3節で述べた簡易式を用いて求める。すなわち、 $T_m = 273.15 + 0.5(\theta_s + \theta_G) = 294.15$  であり、

有効放射定数

$$C_0 = \frac{C_b}{\frac{1}{1} + \frac{1}{0.9} - 1} = 0.9 \times C_b$$

として

$$\alpha_y = 0.9 \times 0.04 \times 4.88 \times 2.9415^3 = 4.47$$

となる。ここに得た  $\alpha_b, \alpha_c, \alpha_p, \alpha_r$  を用いて、以上に述べた計算過程と同様の手順により以下計算を繰り返していく。

$$0.88 \times 450 = 3.30 \times (\theta_s - \theta_b) + 4.47 \times (\theta_s - \theta_G) + 1.1 \times (\theta_s - 20) + q_c \quad (12)$$

$$3.30 \times (\theta_s - \theta_b) = 3.29 \times (\theta_b - \theta_G) \quad (13)$$

$$0.06 \times 450 + 4.47 \times (\theta_s - \theta_G) + 3.29 \times (\theta_b - \theta_G) = 23 \times (\theta_G - 5) + 17 \quad (14)$$

(12)、(13)、(14)式より

$$8.87 \theta_s - 3.30 \theta_b - 4.47 \theta_G = 418 - q_c \quad (12')$$

$$3.30 \theta_s - 6.59 \theta_b + 3.29 \theta_G = 0 \rightarrow \theta_G = 2.0 \theta_b - 1.0 \theta_s \quad (13')$$

$$4.47 \theta_s + 3.29 \theta_b - 30.76 \theta_G = -125 \quad (14')$$

となる。(13)式右边を(12)式および(14)式の  $\theta_G$  に代入して、

$$13.34 \theta_s - 12.24 \theta_b = 418 - q_c$$

$$35.23 \theta_s - 58.23 \theta_b = -125$$

$\theta_b$  を消去して、

$$\therefore q_c = 444 - 5.93 \theta_s \quad (15)$$

また、

$$0.15 \times q_c = 3110 \times (\theta_s - \theta_w) \times \pi \times 0.008 \quad (16)$$

$$0.15 \times 1.8 \times q_c = 1163 \times 900 \pi \times 0.008^2 \times 0.5 \times (\theta_{w2} - 30) \quad (17)$$

$$\theta_w = \frac{30 + \theta_{w2}}{2} \quad (18)$$

より

$$\theta_w = \theta_s - 0.00192 q_c$$

$$\theta_{w2} = 30 + 0.00257 q_c$$

$$\theta_s = 30 + 0.002205 q_c$$

$$\therefore \theta_s = 30 + 0.002205 (444 - 5.93 \theta_s)$$

$$\theta_s = \frac{30.98}{1.01} = 30.7$$

$$q_c = 444 - 5.93 \times 30.7 = 262 \text{ W/m}^2$$

$$\theta_b = 2.15 + 0.61 \times 30.7 = 20.9 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\theta_G = 2.0 \times 20.9 - 1.0 \times 30.7 = 11.1 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\theta_w = 30.7 - 0.00192 \times 262 = 30.2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\theta_{w2} = 30 + 0.00257 \times 262 = 30.7 \text{ }^\circ\text{C}$$

となる。次に熱伝達率の検討を行なう。

$\alpha_b$  について物性値は、 $\beta = 1/273.16$ ,  $\lambda = 0.02605 \text{ W/(m K)}$ ,  $\nu = 0.160 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

を用いると

$$\begin{aligned} Gr &= 9.8 \div 273 \times (30.7 - 20.9) \times 1.8^3 \times 0.160 \times 10^{-2} \times 10^8 \\ &= 9.8 \div 273 \times 9.8 \times 5.83 \div 0.0256 \times 10^8 \\ &= 0.801 \times 10^{10} \end{aligned}$$

$$Pr = 0.71$$

であるから

$$\begin{aligned} Nu &= 0.13 \times (0.801 \times 10^{10} \times 0.71)^{0.333} \\ &= 0.13 \times 5.69^{0.333} \times 10^3 = 0.13 \times 1.78 \times 10^3 = 0.231 \times 10^3 \end{aligned}$$

$$\therefore \alpha_b = 0.231 \times 10^3 \times 0.02605 \div 1.8 = 3.34$$

また  $\alpha_c$  については  $\theta_G$  と  $\theta_b$  の平均温度  $16 \text{ }^\circ\text{C}$  に対する物性値  $\lambda = 0.0254 \text{ W/(m K)}$ ,  $\nu = 0.150 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  を用いて

$$\begin{aligned} Gr &= 9.8 \div 273 \times (20.9 - 11.1) \times 1.8^3 \times 0.150^{-2} \times 10^8 \\ &= 0.0359 \times 9.8 \times 5.83 \times 44.4 \times 10^8 = 0.91 \times 10^{10} \end{aligned}$$

$$Pr=0.71$$

$$Nu=0.13 \times (0.91 \times 10^{10} \times 0.71)^{0.333} = 0.13 \times 1.862 \times 10^3 = 0.242 \times 10^3$$

$$\alpha_c = 0.242 \times 10^3 \times 0.0254 \div 1.8 = 3.41$$

管内対流伝達率  $\alpha_p$  は、管内平均流体温度に対する物性値を用いて計算する。

$$v = 0.00820 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} \quad \alpha = 5.31 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{h} \quad \lambda = 0.613 \text{ W}/(\text{m K})$$

として

$$Re = \frac{ud}{v} = 0.5 \times 0.008 \div (0.00820 \times 10^{-4}) = 4878$$

$$Re > 2300$$

また、

$$Pr = \frac{\nu}{a} = 0.00820 \times 10^{-4} \times 3600 \div (5.31 \times 10^{-4}) = 5.56$$

よって、

$$Nu = 0.023 \times 8.924 \times 10^2 \times 1.986 = 0.408 \times 10^2$$

$$\therefore \alpha_p = Nu \frac{\lambda}{d} = 0.408 \times 10^2 \times 0.613 \div 0.008 = 3.126 \times 10^3$$

$\theta_s$  と  $\theta_G$  との平均絶対温度は  $T_m = 273.15 + 0.5(30.7 + 11.1) = 294.05$  であるから

$$\alpha_y = 0.9 \times 0.04 \times 4.88 \times 2.9405^3 = 4.47$$

となる。

第2回反復で求めた  $a_b, a_c, a_p, a_y$  を用いて第3回反復を行なうと、

$$0.88 \times 450 = 3.34 \times (\theta_s - \theta_b) + 4.47 \times (\theta_s - \theta_G) + 1.1 \times (\theta_s - 20) + q_c \quad (19)$$

$$3.34 \times (\theta_s - \theta_b) = 3.41 \times (\theta_b - \theta_G) \quad (20)$$

$$0.06 \times 450 + 4.47 \times (\theta_s - \theta_G) + 3.41 \times (\theta_b - \theta_G) = 23 \times (\theta_G - 5) + 17 \quad (21)$$

$$q_c = 262 \quad \theta_s = 30.7 \quad \theta_b = 20.9 \quad \theta_G = 11.1 \quad \theta_w = 30.2$$

$$\theta_{\omega 2} = 30.7 \quad \alpha_b = 3.34 \quad \alpha_c = 3.41 \quad \alpha_p = 3126 \quad \alpha_y = 4.47$$

を得る。

第3回反復の結果は第2回の結果とほとんど同一の値となるので、結局集熱量は  $262 \text{ W}/\text{m}^2$  である。したがって、この場合集熱器の総合効率

$$262 \div 450 \times 100 = 58.2 \%$$

となる。

### 演習問題

[例題 24.5] で、ガラス窓が直接日射の当る舗装面に面している場合を考える。

地表面温度が  $60^\circ\text{C}$ 、地表面からガラス面に当る照り返し日射量が  $100 \text{ W}/\text{m}^2$  のとき、どうなるか。

## 第25章 すきま風 (Infiltration)

すきま風という言葉はもともと日本の住宅などで建具のすきまから冷たい外気が流れ込んでくることに対する悪い意味を持っている。風という語が適当であるくらいに大量の外気がすきまを通して室内に流入する場合はともかく、適量のすきま風は室の換気のために必要なものともいえる。また気密性の高いアルミサッシのあるコンクリートアパートなどではすきま風が少なすぎるために、室内の水蒸気を外部に逃がすことができず、かえって室内表面に結露を生ずるということもある。高級事務所建築ではすきま風は非常に少なく、あまり空調熱負荷に影響しないが、一応どのような場合にでもあてはまるすきま風の計算方法は確立されていない。すきま風は自然風の影響が大きく、建物の形や風に対する窓の方位および室内の間仕切の状態によっても変わるので非常に複雑である。

したがって、一般解を得るのは困難であるため、通常特殊な場合についての簡略解を適当に組み合わせて用いている。

### 25.1 換気回数 (Air Change Rate)

換気回数とは本来自然換気による換気回数をさしていたが、空気調和、機械換気による場合も必要風量などをいい表わす際に換気回数が用いられることも少なくない。しかし、いずれにしても換気回数の定義としては

$$n = \frac{Q}{V} \quad (25.1)$$

であって、換気量  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] と室容積  $V$  [ $\text{m}^3$ ] との比として換気回数  $n$  [回/h] が表わされる。

自然換気のみの場合  $Q$  はすきま風による外気侵入量や窓を開けることによる外気導入量であって、外気が室内空気より新鮮である場合に限られる。どの場合でも侵入外気と同量だけ室内空気が外へ出るわけであるが、多室建物で第図 25.1 のような換気が行なわれる場合には必ずしも、 $B$  室には新鮮空気が導入

されているわけではない。

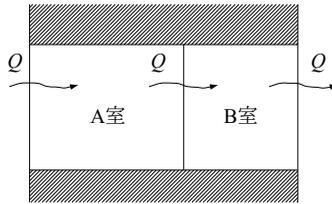


図 25.1

空調和のように機械換気設備によって強制換気を行なう場合は、各室ともどんな場合でも室内の空気のある程度以上清浄に保つことが条件となるので、すきま風と各室相互間の空気の流れの可能性を考慮に入れて各室への供給風量を定めなければならない。すなわち、図 25.2 が示すように、常に

$$Q_S + Q_I = Q_R + Q_E \quad (25.2)$$

がなりたたなければならない。ただし、上式の各項は図 25.2 に示す矢印の方向に向かう空気の流れを正とする。

特に、 $Q_S=0, Q_R=0$  のとき、つまり強制換気が行なわれないような場合は、風や煙突効果によって生じる室内外の圧力差によって

$$Q_I = Q_E$$

となるような自然換気が行なわれる。強制換気によって  $Q_S$  と  $Q_R$  とを別々に与えて、 $Q_E$

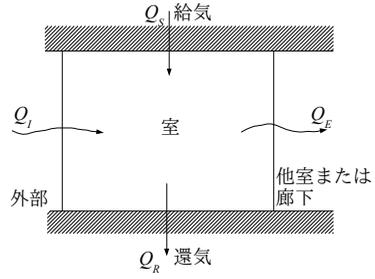


図 25.2

と  $Q_I$  とを変えられるような室内圧の調節も理論的には可能である。

【例題 25.1】 図 25.2 で  $Q_S=Q_R=0$  のとき  $Q_I=Q_E=2 \text{ m}^3/\text{h}$  であったとする。これと同条件のとき  $Q_S=10 \text{ m}^3/\text{h}$ 、 $Q_R=9 \text{ m}^3/\text{h}$  を与えることとすると、 $Q_I, Q_E$  はそれぞれいくらか。

【解】 窓面での外気圧  $p_0$ 、室内圧  $p_1$ 、隣室圧  $p_2$  とすると(5.26)のすきま風の式

$$Q = \beta A p^{1/n} \quad (a = \beta \text{ とおいた})$$

において、まず  $Q_S=Q_R=0$  のときは

$$2 = \beta_1 (p_0 - p_1)^{1/n_1} \quad 2 = \beta_2 (p_1 - p_2)^{1/n_2}$$

これにより  $p_1$  を消去して

$$\left(\frac{2}{\beta_1}\right)^{n_1} + \left(\frac{2}{\beta_2}\right)^{n_2} = p_0 - p_2$$

となる。次に  $Q_3=10$ 、 $Q_4=9$  のときは  $Q_E=Q_I+1$  となるから、

$$Q_E = \beta_1 (p_0 - p_1)^{1/n_1} \quad Q_I = \beta_2 (p_1 - p_2)^{1/n_2}$$

より、

$$\left(\frac{Q_I+1}{\beta_1}\right)^{n_1} + \left(\frac{Q_I}{\beta_2}\right)^{n_2} = p_0 - p_2$$

となり、したがって

$$\left(\frac{Q_I+1}{\beta_1}\right)^{n_1} + \left(\frac{Q_I}{\beta_2}\right)^{n_2} = \left(\frac{2}{\beta_1}\right)^{n_1} + \left(\frac{2}{\beta_2}\right)^{n_2}$$

という関係式が得られるので、 $n_1, n_2, \beta_1, \beta_2$  が与えられればこれを解いて  $Q_I$  が求められる。特に  $\beta_1 = \beta_2, n_1 = n_2 = n$  のときは

$$(Q_I+1)^n + Q_I^n = 2^{n+1}$$

となる。

## 25.2 風圧 (Wind Pressure)

### 25.2.1 風圧

すきま換気の駆動力となる風圧について考える。図 25.3 に示すように、ある建物の一方の側から風が吹きつけるとき、

風上側の壁面にはその風による圧力がかかり、風下側の壁面には建物をこえる風と側面を回る風とによって吸引力が働く。

これを負圧という。風上側壁面に当たる風による圧力を正にとってこれを  $p_1$  と

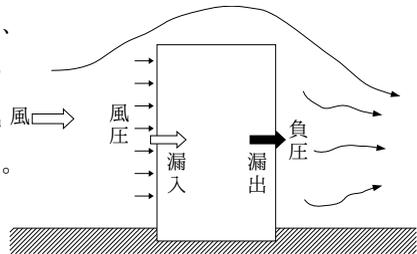


図 25.3

し、風下側の圧力を  $p_2$  とすると、常に  $p_1 > 0$ 、 $p_2 < 0$  であり、室内空間の圧力  $p_r$  は両者の中間の値となる。すなわち  $p_1 > p_r > p_2$  である。なお、ここでは  $p_1, p_2, p_r$  は大気圧との差で表わされるゲージ圧力を意味する。

まず風圧は風速によって異なる。壁面に吹きつける風の速度を  $v$  [m/s] とし、空気の密度を  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] とすると、この風自身の速度から生じる大気中のゲージ圧力  $p_v$  [Pa] は次式で表わされる。

$$p_v = \frac{\rho}{2} v^2 \quad (25.3)$$

$p_0$  は上記の意味の風圧であって、動圧とよばれ、風上側壁面に当たる風圧ではない。

【例題 25.2】1 気圧にて風速 7 m のとき、空気の密度  $\rho=1.2 \text{ kg/m}^3$  として、この風圧を水柱単位の絶対圧力で求めよ。

【解】ゲージ圧力による風圧は

$$\frac{1.2}{2} \times 7^2 = 29.4 \text{ Pa}$$

であり、1 気圧は 101.325 kPa であるから、絶対圧力では

$$101.325 + 29.4 \times 10^{-3} = 101.354 \text{ kPa}$$

となる。1 mmAq = 1 kg/m<sup>2</sup> = 9.8 Pa であるから、求める圧力は 10335.3 mmAq となる。

### 25.2.2 風速と地上高との関係

市街地での風速は一般に地上からの高さによって異なるので、特に高層建築ではその建物のある高さの点での外壁に対する風圧を考えるには、その点での風速をまず知る必要がある。一般に用いられる外部風速は地上高 15 m の風速を標準としているが、一般に地上高と風速との関係は基準高  $h_0$  [m] の点での風速を  $v_0$  [m/s] とし、任意の点の地上高  $h$  [m] での風速を  $v$  [m/s] とすると

$$\frac{v}{v_0} = \left( \frac{h}{h_0} \right)^m \quad (25.4)$$

という式で表わされる。これは風速の指数法則とよばれる有名な関係式である。しかしこの式の中の指数  $m$  は場合によって異なり、1/2~1/8 の値が多く研究者によって観測されている。平均的には  $m=1/4$  と考えてよいとされる。従来、気象庁で発表されてきた風速は  $h_0=15 \text{ m}$  の点で測定されたもので、その値を  $v_0$  とする。

【例題 25.3】気象庁観測の地上高 15 m での風速が 3 m/s のとき、高さ 120 m の点での風速はいくらか。

【解】 $m=1/4$  として式(25.4)にあてはめると

$$\frac{v}{3} = \left( \frac{120}{15} \right)^{\frac{1}{4}}$$

となるから、 $v=5\text{ m/s}$ となる。

この例題でわかるように、およそ  $120\text{ m}$  で、風速は基準風速の倍になると考えておくとよい。またそのときの風圧は式(25.3)から基準高での風圧の4倍になる。

### 25.2.3 風圧係数

実際の建物の壁面や屋根面に風が当たる場合、その風圧  $p$  は式(25.3)で示される風速によって生じる風圧  $p_v$  にある定数  $C$  をかけて、

$$p=Cp_v=C\frac{\rho}{2}v^2 \quad (25.5)$$

で求めることにしておくことと計算上便利である。このときの  $C$  を風圧係数といい、 $C$  は風上側では正、風下側では負になる。屋根面では負になることが多いが、こう配の大きい屋根面で風がまともに当たる面では正になる風圧係数の値は、建物の形状と風向きに対する相対位置によって異なり、多くの研究者による実測値が求められているが、ここではサッシのすきま風を問題にしているので、一応壁面だけについて考える。

特に単純な形の矩形平面の高層建築では、各面について、その面の全幅  $w$  と建物全体の高さ  $h$  との比で表わされる細長率( $w/h$ )によって表 25.1 に示すような風圧係数の値が提案されている。

細長率 $w/h$	風上面 $C_1$	風下面 $C_2$
0.11~0.2	+1.0	
0.21~0.4	+0.9	-0.4
0.4 以上	+0.8	

一般に風上側壁面に対して垂直方向から  $\theta$  だけ片寄った方向から風が当たる場合は、 $C_1$  の代わりに  $C_1 \cos\theta$  とおけばよい。ただし、 $\theta>45^\circ$  になるとこれより小さい値となる。風下側に対しては  $C_2$  を変える必要はない。

<sup>†1</sup> 日本建築学会編：建築設計資料修正 6, 丸善, 1969

## 25.3 すきま抵抗

## 25.3.1 開口部の圧力損失と流速と流量との関係

ダクトの中の空気の流れとある開口部を通る空気の流れとの場合に共通して考えられることは、図 25.4 に示すように空気の持つ運動のエネルギーがダクトや開口部などの抵抗体を通る間に、摩擦や振動などによってその一部が音や熱のエネルギーに変わり、そのため運動のエネルギーは出口では減少するということである。いい換えれば、この抵抗体の前後で動圧が減少することであり、この動圧の減少を圧力損失という。

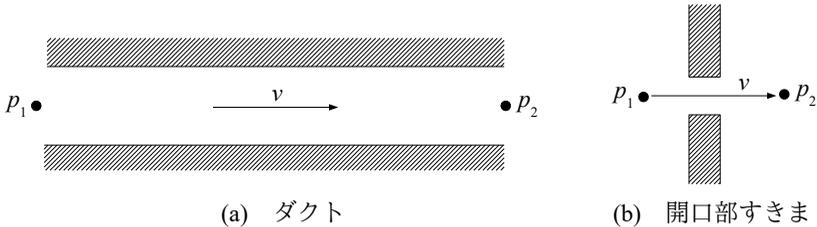


図 25.4

これを式で表わせば、流速  $v$  [m/s]、空気の密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]として、圧力損失  $\Delta p$  [Pa]は

$$\Delta p = \xi \frac{\rho}{2} v^2 \quad (25.6)$$

となる。このとき比例定数  $\xi$  を圧力損失係数という。流量  $Q$  [m<sup>3</sup>/h]と流速  $v$  [m/s]との間の関係は 5.2 の連続の原理により、断面積を  $A$  [m<sup>2</sup>]とすると、

$$Q = 3600 v A \quad (25.7)$$

であるから、流量と圧力損失との関係は、

$$Q = 3600 A \sqrt{\frac{2}{\xi \rho} \Delta p} \quad (25.8)$$

となる。5.5 で述べたところにより、

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \quad (25.9)$$

とするとき、 $\alpha$  を流量係数という。これを用いると

$$Q=3600\alpha A\sqrt{\frac{2}{\rho}\Delta p} \quad (25.10)$$

となる。0< $\alpha$ <1であって、図 25.5 に示すように  $\alpha A$  は流速が

$$v'=\sqrt{2\Delta p/\rho}$$

としたときの仮想すきま面積を表わすと考えることができる。 $\alpha$  に関しては、種々の開口部、ダクト分岐部、モニタなど空気の抵抗体について諸氏の実験値がある<sup>†1</sup>。

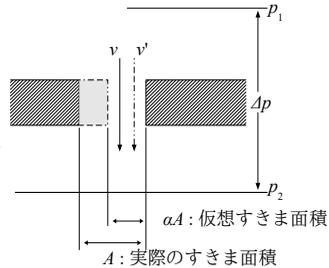


図 25.5

### 25.3.2 サッシの漏気特性

サッシの召し合せの部分などの非常に複雑な

形をしたすきまを空気が流れる場合には、前項に記したような風量は圧力差の平方根に比例するという関係はなりたらず、またオームの法則のような簡単な比例関係にもない。サッシの場合は両者の中間、つまりサッシのすきまを通るすきま風量  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] はサッシ両側空気の圧力差  $\Delta p$  [ $\text{kgf}/\text{m}^2$ ] の 1-1/2 乗に比例する。すなわち、すきま長さを  $l$  [ $\text{m}$ ] とすると、

$$Q=al\Delta p^{1/n} \quad (25.11)$$

の関係がある。ここに  $a$  と  $n$  とはサッシ定数とよばれ、個々のサッシによって異なり、試験によって求められる。1< $n$ <2である。図 25.6 に示すような代表的な 4 種のタイプのサッシで種々の気密程度に応じたサッシ定数  $a, n$  について表 25.2 のような値が勝田、寺沢の実験結果<sup>†2</sup>から求められている。ただし、このサッシ定数  $a$  と  $n$  とは、 $\Delta p$  が [ $\text{kgf}/\text{m}^2$ ] で表される条件で求められた値であるので、 $\Delta p$  が [ $\text{Pa}$ ] で与えられている場合には、 $\Delta p$  を [ $\text{kgf}/\text{m}^2$ ] に変換して、式 (25.12) を使う必要がある。

気密程度の高いサッシほど  $a$  の値も  $n$  の値も小さくなっていることがわかる。だいたいの目安としては  $n=1.5$  と一般に考え、 $a$  の値は気密程度が普通のもので 5、良好なもので 2、良くないもので 15 くらいに考えておいてよい<sup>†3</sup>。

†1 文献(25)、(121)など

†2 勝田高司、寺沢達二：金属製サッシすきまよりの通気量，空気調和衛生工学，37[3]，1963-3

†3 伊藤直明：室のすきま換気の性状，日本建築学会関東支部第 38 回学術研究発表会，1967

表 25.2 サッシ定数 (勝田・寺沢)

サッシの開閉形式	気密の程度	$a$	$n$
片引き	$A$	0.2	1.4
	$B$	1.2	1.5
開き	$A$	0.1	1.3
	$B$	1.7	1.5
上下	$B_1$	1.9	1.5
	$B_2$	7.2	1.7
引違い	$B$	5.0	1.5
	$C$	10.5	1.8

$A$  : サッシの召し合せ部分がすぐれた気密機構になっているもの。

$B$  : サッシのすきまに気密材料が用いられているもの。

( $B_1$  : モヘアおよびネオプレン、 $B_2$  : 金属薄板)

$C$  : 気密材料が全然ないもの。

ただし、特に木造サッシから、普通のスチールサッシなど気密性の良くないものについては非常な差があり、10~40 くらいの幅があるので注意を要する。

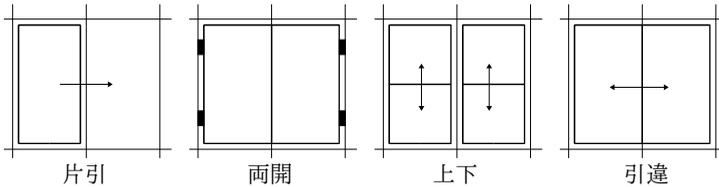


図 25.6

【例題 25.4】外部が 1 気圧で[例題 25.2]で求めた風圧が風圧係数  $C_1=0.8$  の壁面に当たるとき、室内の絶対圧力が 10330 mmAq であったとすると、図 25.6 に示すような、幅 1 m、高さが 2 m の気密材料を用いた片引窓 1 個あたりのすきま風の量を求めよ。

【解】窓面に当たる風圧  $p_1$  は[例題 25.2]の結果の値 3 mmAq を用いて、

$$p_1=0.8 \times 3=2.4 \text{ mmAq}$$

となるから、絶対圧力にすると  $10332.3+2.4=10334.7$  となる。したがって、室内外圧力差は  $\Delta p=10334.7-10330=4.7 \text{ mmAq}=4.7 \text{ kg/m}^2$  となる。一方この窓のすきま長は

$$l=2(1+2)=6 \text{ m}$$

であり、サッシ定数は表 25.2 から  $a=1.2$ ,  $n=1.5$  であるから、求める漏気量  $Q$  は式 (25.11)から、

$$Q=1.2 \times 6 \times 4.7^{1/1.5}=7.2 \times 2.8=20.2 \text{ m}^3/\text{h}$$

となる。

また、式(25.11)の代わりに、すきま長を用いなくてオリフィス面積を用いて表わす方法もある<sup>†1</sup>。これはある外壁面全体をとらえ、サッシばかりでなく、カーテンウォールの接合部などのすきまをも含めたすきま面積に、その平均の抵抗係数をかけた値の全外壁面積  $S_o$  に対する比をオリフィス面積  $\beta$  としてこれを用いる。つまり、上記の式との関係は、

$$\beta S_o = al \quad (25.13)$$

とおくわけで、式(25.11)に相当する式は次のようになる。

$$Q = \beta S_o \Delta p^{1/n} \quad (25.14)$$

【例題 25.5】カーテンウォール構造の某高層建築ではタムラ（Tamura）他の実測によれば、内外圧力差 0.3 in のとき外壁面積 1 ft<sup>2</sup> あたり 0.7 cfm の漏気が起こり、0.1 in のとき 0.3 cfm の漏気が起こったという<sup>†2</sup>。この場合、式(25.14)の定数  $n, \beta$  はそれぞれいくらになるか。

【解】まず単位を換算すると、

$$\begin{array}{ll} 0.3 \text{ inAq} = 7.5 \text{ mmAq} & 0.7 \text{ cfm/ft}^2 = 12.8 \text{ m}^3/\text{hm}^2 \\ 0.1 \text{ inAq} = 2.5 \text{ mmAq} & 0.3 \text{ cfm/ft}^2 = 5.5 \text{ m}^3/\text{hm}^2 \end{array}$$

となる。これを式(25.14)に代入すると、

$$\begin{array}{l} 12.8 = \beta 7.5^{1/n} \\ 5.5 = \beta 2.5^{1/n} \end{array}$$

となる。これを連立方程式として  $\beta$  と  $n$  について解くと、 $\beta = 2.58, n = 1.44$  が得られる。

## 25.4 すきま風による室の換気量

### 25.4.1 内部間仕切のない室の場合

図 25.1 で A 室と B 室との間の間仕切のない場合で、風上側のすきまから  $Q[\text{m}^3/\text{h}]$  の外気が流入し、風下側のすきまからこれと同じ  $Q[\text{m}^3/\text{h}]$  の室内空気が流出する状態を考えてみる。

まず風上側窓および風下側窓の外面に当たる風圧は、それぞれ、 $C_1(\rho/2)v^2$ ,

<sup>†1</sup> Tamura, G. T. & Wilson, A. G. : Pressure Differences Caused by Wind on Two Tall Buildings. · ASHRAE Transactions, Vol. 74, Part II, 1968.

<sup>†2</sup> Tamura G. T. & Wilson A. G. : Pressure Differences Caused by Chimney Effect in Three High Buildings, ASHRAE Transactions Vol. 73, Part II, 1967.

$C_2(\rho/2)v^2$  ( $C_2 < 0$ )であり、室内圧を  $p_r$  とすると、風上側窓での内外圧力差は  $\Delta p_1 = C_1(\rho/2)v^2 - p_r$  であり、風下側窓での内外圧力差は  $\Delta p_2 = p_r - C_2(\rho/2)v^2$  である。式(25.11)から

$$\Delta p = \left( \frac{Q}{al} \right)^n \quad (25.15)$$

である。ここで、風上側窓、風下側窓のサッシ定数とすきま長をそれぞれ  $a_1, n_1, l_1, a_2, n_2, l_2$  とすると、風上側窓での圧力平衡式は

$$\left( \frac{Q}{a_1 l_1} \right)^{n_1} = C_1 \frac{\rho}{2} v^2 - p_r$$

となり、風下側窓では

$$\left( \frac{Q}{a_2 l_2} \right)^{n_2} = p_r - C_2 \frac{\rho}{2} v^2$$

となる。上の2式から  $p_r$  を消去すると、

$$\left( \frac{Q}{a_1 l_1} \right)^{n_1} + \left( \frac{Q}{a_2 l_2} \right)^{n_2} = (C_1 - C_2) \frac{\rho}{2} v^2 \quad (25.16)$$

となって、これを解けばすきま換気量  $Q$  が求められる。式(25.16)は風力による単室すきま換気の一般式である。式(25.16)は実際には一般に  $n_1 \neq n_2$  の場合簡単に解けないので反復法によることになるが、 $n_1 = n_2 = n$  のときは、

$$Q = \left\{ \frac{(C_1 - C_2) \frac{\rho}{2} v^2}{\left( \frac{1}{a_1 l_1} \right)^n + \left( \frac{1}{a_2 l_2} \right)^n} \right\}^{\frac{1}{n}} \quad (25.17)$$

となって簡単に  $Q$  が求められる。

特に建物全体の窓が同一タイプのものであると、窓1ユニットのすきま長を  $l_0$  とし、風上側窓数  $N_1$ 、風下側窓数  $N_2$  とし、 $a_1 = a_2 = a$  とすると、 $a_1 l_1 = a l_0 N_1$ 、 $a_2 l_2 = a l_0 N_2$  となるから

$$Q = \left\{ \frac{(C_1 - C_2) \frac{\rho}{2} v^2}{\frac{1}{N_1^n} + \frac{1}{N_2^n}} \right\}^{\frac{1}{n}} \quad (25.18)$$

となって非常に簡単になる。

【例題 25.6】 図 25.6 の 1 対の引違い窓の全幅が 2.4 m、窓高が 1.8 m で、これを 1 ユニットとする。矩形平面の高さ 150 m の高層建築があり、大部屋形式をとり室全体が一樣の室内圧にあると考えられるとする。東南面と西北面との建物幅が 48 m、東北面と西南面とが 24 m あり、各壁面に上記の窓が右の表のユニット数だけあるとする。外部風速 5 m/s で風向きは北のとき、高さ 120 m の位置でのすきま風量を求めよ。なお室温 20 °C、外気温 0 °C とする。

【解】 解の順序に注意する必要がある。

(1) サッシ定数  $a_1=a_2=5$ 、 $n_1=n_2=1.5$

(2) 窓 1 ユニットのすきま長  $10=2 \times 2.4 + 3 \times 1.8=10.2 \text{ m}$

(3) 窓数 風上側：東北面+西北面  $N_1=7+10=17$

風下側：東南面+西南面  $N_2=20+3=23$

(4) 細長率 東南面と西北面  $\frac{w}{h}=48 \div 150=0.32$

東北面と西南面  $\frac{w}{h}=24 \div 150=0.16$

(5) 風圧係数：風下側  $C_2=-0.4$

風上側は東北面が 1.0、西北面が 0.9 であるから、両面のすきま長の比を考慮して平均すると

$$C_1 = \frac{1.0 \times 7 + 0.9 \times 10}{17} \cos 45^\circ = 0.94 \times 0.707 = 0.665$$

となる。

(6)  $C_1 - C_2 = 0.665 + 0.4 = 1.065$

(7) 高さ 120 m での風速  $v = 10 \text{ m/s}$  [例題 25.3] と同様に式(25.4)より計算)

(8) 空気の密度  $\rho$ ：室内外の平均温度 10 °C に対して  $\rho = 1.21$

(9) 式(25.18)により  $Q$  を求める。

$$\begin{aligned}
 Q &= 5 \times 10.2 \left( \frac{\frac{1.065 \times 1.21}{2 \times 9.8} \times 10^2}{\frac{1}{17^{1.5}} + \frac{1}{23^{1.5}}} \right)^{\frac{1}{1.5}} \\
 &= 51.0 \times \left( \frac{1.065 \times 6.17}{\frac{1}{70.1} + \frac{1}{110.3}} \right)^{\frac{1}{1.5}} = 51.0 \times \left( \frac{6.571}{0.0142 + 0.0091} \right)^{\frac{1}{1.5}} \\
 &= 51.0 \times 282.0^{\frac{1}{1.5}} = 51.0 \times 43.0 = 2193 \text{ m}^3/\text{h}
 \end{aligned}$$

著者は  $n_1=n_2=1.5$  の場合の略算法を示した<sup>†1</sup>。まず式(25.17)を書き直すと

$$Q = a_1 l_1 X \cdot Y \tag{25.19}$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 X &= \left\{ (C_1 - C_2) \frac{\rho}{2} v^2 \right\}^{\frac{1}{1.5}} \\
 Y &= \left\{ \frac{1}{1 + \left( \frac{a_1 l_1}{a_2 l_2} \right)^{1.5}} \right\}^{\frac{1}{1.5}}
 \end{aligned} \tag{25.20}$$

であり、簡単に  $X$  と  $Y$  とを求める図表を作成した。

### 25.4.2 多室換気の場合

実際の建物では間仕切があり、間仕切のすきまやドアなどの開閉などによって各室相互間の通風が生ずる。たとえば最も簡単な場合として、図 25.7 のような中廊下形式の建物で室が左右に連続している場合は、その一部をとって、両側に窓のない3室換気の場合と同じと考えることができる。

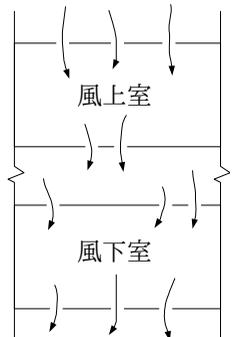


図 25.7

したがって、前項と同様な考え方で各間仕切と両窓での圧力平衡式を立てると、次のようになる。

$$\left( \frac{Q}{a_1 l_1} \right)^{n_1} = C_1 \frac{\rho}{2} v^2 - p_1 \tag{25.21}$$

†1 木村建一：高層建築の暖冷房負荷，文献(12) p66.

$$\left(\frac{Q}{a_2 l_2}\right)^{n_2} = p_1 - p_2 \quad (25.22)$$

$$\left(\frac{Q}{a_3 l_3}\right)^{n_3} = p_2 - p_3 \quad (25.23)$$

$$\left(\frac{Q}{a_4 l_4}\right)^{n_4} = p_3 - C_2 \frac{\rho}{2} v^2 \quad (25.24)$$

ここに、 $p_1, p_2, p_3$ はそれぞれ風上室、廊下、風下室の空間の圧力である。上式の辺々加えると、

$$\left(\frac{Q}{a_1 l_1}\right)^{n_1} + \left(\frac{Q}{a_2 l_2}\right)^{n_2} + \left(\frac{Q}{a_3 l_3}\right)^{n_3} + \left(\frac{Q}{a_4 l_4}\right)^{n_4} = (C_1 - C_2) \frac{\rho}{2} v^2 \quad (25.25)$$

となる。 $n_1=n_2=n_3=n$ の場合は、一般に  $M$  個の多数室が直列に連続しているとしても、

$$Q = \left\{ \frac{(C_1 - C_2) \frac{\rho}{2} v^2}{\sum_{i=1}^M \left(\frac{1}{a_i l_i^n}\right)} \right\}^{\frac{1}{n}} \quad (25.26)$$

からすきま換気量が求められる。一般に間仕切は外壁の窓よりも気密でないのが普通なので、 $n_1=n_2=n_3=n_4$  以外の場合は反復によって求めなければならない。

伊藤は、各すきまのサッシの漏気特性を電氣的にアナログした抵抗素子を作成して、任意の建築平面に応じた電気回路網を組んで、サッシの通気量とすきま前後の圧力差との関係を電流と電圧との関係に置き換えて行なう電氣的な実験から簡単に換気量を求める方法を示した<sup>†1</sup>。これによると、いかなる形の室の組合せの場合でも、すきまの種類がいくつあっても電気回路網のモデルを作ることができ、簡便にすきま風量を求めることができる。

<sup>†1</sup> 伊藤直明：電気回路網によるすきま換気量の評価について、日本建築学会関東支部第37回学術研究発表会、1966

## 演習問題

多数室換気で図 25.7 の場合、[例題 25.6]の窓が風上側に 8 ユニット、風下側に 4 ユニットあり、室と廊下との間には  $0.9 \times 1.8$  m の扉が風上室、風下室とも 2 個ずつある。 $a_1=a_4=2$ 、 $a_2=a_3=15$  とし、外部風速 10 m/s、 $\rho=1.21$ 、 $C_1=0.8$ 、 $C_2=-0.4$  のときのすきま風量を求めよ。

## 第26章 煙突効果 (Stack Effect)

### 26.1 煙突効果の原理

#### 26.1.1 煙突効果と高層建築

煙突効果とは文字通り煙突の機能をいい表わす言葉である。すなわち、外気より高温の空気の柱があると、両者の空気の密度の差に比例して暖い空気が上昇する現象をいう、煙突はこの原理そのままの働きをするが、高層建築の暖房時にはあたかもその建物内全部が煙突のような状態になるので、室内の暖い空気が上階へ上昇しようとする力が働く。そのために1階の玄関などでドアを開くたびに冷たい外気が勢いよく流入し、上階の窓のすきまや屋上などから暖い空気が外部へ逃げてしまうという結果になる。より小規模には、1つの室内でも暖い空気が天井付近にのぼり、すきまがあると上部から外へ流出し、冷たい外気が下部のすきまから流入して足下に停滞するという現象が起こる。これも原理的には同様である。

この煙突と高層建築とに共通した上昇気流の原動力をわかりやすく分析してみると、次のような順序で説明することができる。

- (1) 外部の温度が  $\theta_0$ 、内部の温度が  $\theta_i$  で仮に均一であるとすると、 $\theta_0 < \theta_i$  であること。これが原因となる。
- (2) 空気の密度  $\rho$  は温度が高いほど小さいこと、これは4.1のゲイ・リュサックの法則で、温度  $\theta^\circ\text{C}$  の空気の比体積  $v_\theta$  は  $0^\circ\text{C}$  の空気の比体積  $v_0$  に対して、

$$v_\theta = v_0 \left( 1 + \frac{\theta}{273.16} \right) \quad (26.1)$$

で表わされる。 $T = 273.16 + \theta$  であり、また比体積の逆数が密度であるから、 $\rho_\theta = 1/v_\theta$ 、 $\rho_0 = 1/v_0$  とおくと式(26.1)は次のように書き換えられる。

$$\rho_\theta = \rho_0 \frac{273.16}{T} \quad (26.2)$$

すなわち空気の密度は空気の絶対温度に逆比例して小さくなる。なお、0℃の空気の密度は $\rho_0 = 1.293 \text{ kg/m}^3$ であるから、 $\theta$ ℃の空気の密度は

$$\rho_\theta = \frac{1.293 \times 273.16}{T} \text{ kg/m}^3 \quad (26.3)$$

となる。したがって、

(3) 内外空気の密度 $\rho_i, \rho_o$ はそれぞれ次のようになる。

$$\rho_i = \frac{353.20}{T_i} \quad \rho_o = \frac{353.20}{T_o} \quad (26.4)$$

(4) 大気圧が1気圧のときを考えると、1気圧 $=10332.3 \text{ kg/m}^2$ であるから、ある基準の点を0にとった高さ $z[\text{m}]$ の点の内部および外部の絶対圧力をそれぞれ $p_i, p_o$ とすると、これらは次式で表わされる。

$$p_i = 10332.3 - \rho_i z \quad p_o = 10332.3 - \rho_o z \quad (26.5)$$

(5) 高さ $z$ の点の内外圧力差 $\Delta p$ は、

$$\Delta p = p_o - p_i = z(\rho_i - \rho_o) = 353.20 \times z \left( \frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_o} \right) \quad (26.6)$$

となる。これを示したのが図26.1で、たとえば煙突あるいは建物の全体の高さ $h$ の半分の点を $z=0$ にとると、その点では式(26.5)から内外の絶対圧力はともに大気圧に等しくなり、内外の圧力差は0になる。このことはこの高さにある建物内のどの部分でもいえるので、その部分は中性帯(neutral zone)とよばれている。

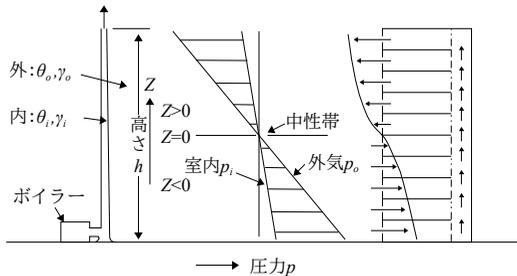


図 26.1

(6) 式(26.6)から  $z < 0$  では  $\Delta p > 0$ 、 $z > 0$  では  $\Delta p < 0$  となることがわかる。すなわち、中性帯より下の部分では外気が内部へ漏入し、中性帯の上部では逆に内部の空気が外部へ漏出することになる。中性帯では内外の空気は移動しない。

(7) この漏入漏出の空気の量  $Q$  は外壁のすきまの抵抗特性に左右されるが、これは前章 式(25.11)からわかるように、内外圧力差の  $1/n$  乗に比例する。すなわちその比例定数を、第  $k$  階のすきまについて  $A_k$  とし、 $k$  階の位置の中性帯からの高さを  $z_k$  とし、 $k$  階での内外圧力差を  $\Delta p_k$  とすると、 $k$  階の漏入空気量  $Q_k$  は、

$$Q_k = A_k (\Delta p_k)^{1/n_k} \quad (26.7)$$

で表わされることになる。ただし、 $z_k > 0$  に対しては  $\Delta p_k < 0$  となるからこのときは  $|\Delta p_k|$  として右辺を計算した後  $Q_k$  に負号をつける。こうしておけば一般に  $Q_k$  が正のとき漏入、 $Q_k$  が負のとき漏出を意味することになる。このような計算処理は特に電子計算プログラム作成上有効である。

(8) 式(26.7)から  $Q_k$  は中性帯から遠い位置の階ほど大きくなる。内外圧力差は  $z$  に正比例するが  $Q_k$  は  $z$  には正比例しない。図 26.1 の右方に示す矢印の長さは漏入漏出空気に相当すると考えてよい。

(9) 建物あるいは煙突の全体の高さ  $h$  と内外空気の密度  $\rho$  の差との積

$$\Delta p_h = h(\rho_o - \rho_i) \quad (26.8)$$

が煙突効果の駆動力で、内外温度差による換気の駆動力と同じものである。建物内部の空気と外気との間に温度差がある以上、全体としてこの式(26.8)で示される圧力差は打ち消すことができない。

【例題 26.1】室内温度  $20^\circ\text{C}$ 、外気温度  $-10^\circ\text{C}$  のとき、高さ  $150\text{ m}$  の高層建築で地上  $10\text{ m}$  の点の内外圧力差を求めよ。

【解】  $20^\circ\text{C}$  および  $-10^\circ\text{C}$  の空気の密度は式(26.4)から

$$\rho_i = \frac{353.20}{20 + 273.16} = \frac{353.20}{293.16} = 1.20$$

$$\rho_o = \frac{353.20}{-10 + 273.16} = \frac{353.20}{263.16} = 1.34$$

次に  $z=0$  の点を建物高の半分の位置にとったときの地上  $10\text{ m}$  の点の高さは  $z = -65\text{ m}$  となる。したがって、その位置での内外圧力差は式(26.6)から

$$\begin{aligned}\Delta p &= (-65) \times (1.20 - 1.34) \\ &= 9.1 \text{ kg/m}^2 = 89.2 \text{ Pa}\end{aligned}$$

となる。これは  $\Delta p > 0$  であるから漏入である。

【例題 26.2】上の例題で、この建物全体での煙突効果はいくらになるか。

【解】式(26.8)より

$$\Delta p = 150 \times (1.20 - 1.34) = 21 \text{ kg/m}^2 = 206 \text{ Pa}$$

となる。

## 26.2 煙突効果による結露

煙突効果が原因で外壁や窓の内側表面に結露が生じることがある。これを次の例題によって考えよう。

【例題 26.3】2階建の家では1階の窓に結露が生ぜず、2階の窓に結露が生じることがよくあるが、その理由を煙突効果の考え方から説明せよ。

【解】冬季暖房によって室内は外気よりも高温となるため、煙突効果によって1階から外気はいつて2階から室内空気が外へ出る。このとき、1階からは外気の冷たい空気はいるが、外気の相対湿度は高くても絶対湿度は低いので、その浸入外気は暖められると結局1階の室内湿度は下がり、1階の窓には結露しなくなる。また2階に1階の空気が移動し、そのとき室内で発生した水蒸気などを運んで2階に湿度の高い空気がたまり、これが煙突効果で外部へ出るときに窓面に触れて結露を生じることになる。この様子をわかりやすく図解したのが図 26.2 である。

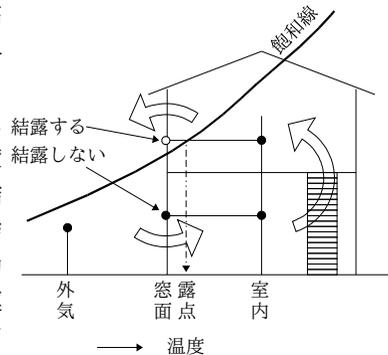


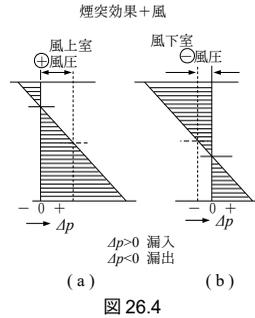
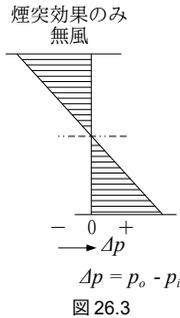
図 26.2

## 26.3 煙突効果と風

一般の場合建物は煙突効果と風の影響を同時に受ける。あるいは、積極的な意味で自然換気を望む場合は、煙突効果は温度差換気に、風の影響は風力換気に相当し、それぞれ同一の原理によって説明される。いずれも重畳の原理によっておのおのの原因によって生ずる内外圧力差を合計すればよい。

図 26.3 は室内圧を基準にとって内外圧力差のみについて高さによる変化を示

している。これは図 26.1 の中央のグラフで  $p_i$  を垂直線にし、 $p_o$  もそれに応じて直線のこう配を変えたものにすぎない。



そこで煙突効果と風とが両方とも起こっているときには、その室が風上側にあるか風下側にあるかで内外圧力差分布は異なってくる。これを図 26.4 に示す。風上室の場合は(a)のようになり、前章の壁面に当たる風圧の式  $C_1(\rho/2)v^2$  だけ正の圧力がふえ、そのため中性帯が上方へ移動してすきま風の漏入する階が多くなる。風下室の場合は(b)のようになり、各階とも  $C_2(\rho/2)v^2$  だけ少なくなるため、中性帯は下方に下がり漏出の階が多くなる。ただし、高層建築の場合は上階と下階とでは前章 式(25.4)のように風速が異なるので、本来はその風速を用いて計算すべきである。

【例題 26.4】 [例題 26.1]で風速 5 m/s のとき、風圧係数  $C_1 = 0.8$ ,  $C_2 = -0.4$  として内外圧力差を求めよ。

【解】 風圧による室内外圧力差は

$$\text{風上室で} \quad \frac{0.8 \times 1.26}{2} \times 5^2 = 123.5 \text{ Pa}$$

$$\text{風下室で} \quad \frac{-0.4 \times 1.26}{2} \times 5^2 = -61.7 \text{ Pa}$$

であるから、煙突効果による圧力差+7.8 mmAq を加えると

$$\text{風上室} \quad 123.5 + 89.2 = 212.7 \text{ Pa}$$

$$\text{風下室} \quad -61.7 + 89.2 = 27.5 \text{ Pa}$$

となる。

## 26.4 室内加圧

煙突効果によって特に下層階では大量の外気が室内に漏入し、その結果暖房負荷が増すとともにじんあいや有毒ガスを含んだ外気がそのまま流入することにもなるので、できるだけ漏入を防止する方策が立てられている。特に玄関扉の開閉による漏入は大きいので二重ドアがよく用いられる。ドアを開放した場合は図26.5のような圧力差分布<sup>†1)</sup>になる。

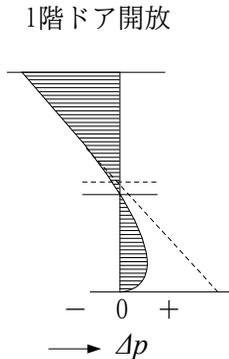


図 26.5

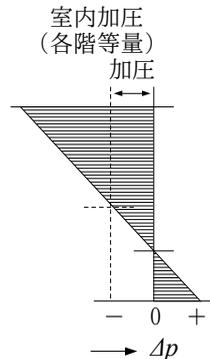


図 26.6

また特に下層階の室内を加圧して外部の圧力よりも高くすることも考えられている。各階等量だけ室内を加圧した場合は図26.6に示すような圧力差分布になる。このときは下層部でまだ $\Delta p > 0$ であるが、さらに加圧して $\Delta p > 0$ になる部分がないようにすると上階での圧力差が過大となる。

## 26.5 圧力分布と漏入漏出量

上に述べた部分では建物内は全部1つの空間であるような特殊な場合を想定して説明したものであるが、多層建築ではまず各階の室内は床で区切られ、また廊下側にも間仕切があり、いわゆるコア部分にはエレベーターシャフト、階段など下階から上階に通じた空間がある。これを簡略化した建物断面が図26.7(b)に示してある。すなわち、外部に面する窓や壁にすきまがあると同様に、

†1 Tamura, G.T.&Wilson, A.G. : Pressure Differences for a Nine Story Building as a result of Chimney Effect and Ventilation System Operation, ASHRAE Transactions Vol.72, Part1.1966.

各階室内を区切る床および垂直のシャフトになっている空間との間の間仕切、ドアの接点にもすきまがある。ただし、これらのすきまは外壁のすきまよりは気密性が劣るのが普通である。このときの圧力分布は図 26.7(a) のようになる。すなわち、圧力を絶対圧力で示すと、 $p_o$  と  $p_i$  とは図 26.1 と同一であるが、この場合の  $p_i$  は上下に通じているシャフトの圧力を意味する。

各階室内空間の圧力  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  はシャフト内の圧力より幾分外部圧の方へ寄った値になっている。

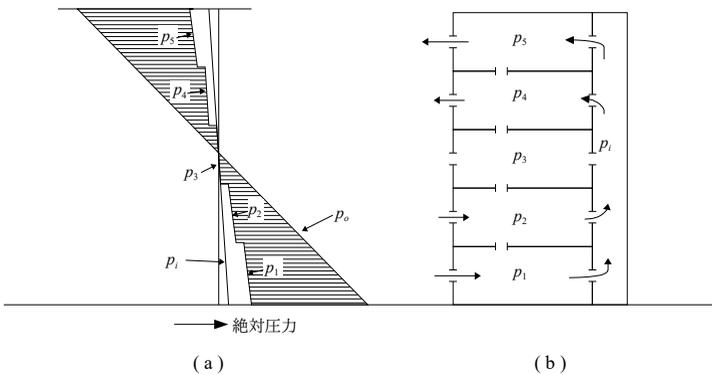


図 26.7

【例題 26.5】 図 26.7 の 5 階建の建物で、階高 3.6 m、外気温  $-10^{\circ}\text{C}$ 、室温  $20^{\circ}\text{C}$  のとき、1 個のサッシのすきま長  $l=10\text{ m}$ 、定数  $a=5$ 、 $n=1.5$  とし、床のすきまおよび室とシャフト間のすきまについては外壁サッシの  $al$  の 2 倍と仮定する。各階の高さの midpoint を代表点として各階の室内圧分布および各すきまの漏入漏出量を求めよ。

【解】 室内および外部の空気の密度は、[例題 26.1] と同じであるから、

$$\rho_i = 1.20 \qquad \rho_o = 1.34$$

今、一般に第  $k$  階の空間について考える。外部からの漏入量を  $Q_{ok}$ 、室からシャフトへの流出量を  $Q_k$ 、下階からの漏入量を  $Q_{k-1}$ 、上階への漏出量を  $Q_k$  とし、第  $k$  階の絶対圧力を  $p_k$  とすると、式(25.11)によって各すきまについて圧力平衡式をたてると、次の 4 式となる。

$$\left(\frac{Q_{ok}}{al}\right)^n = p_o - p_k \tag{26.9}$$

$$\left(\frac{Q_{ik}}{2al}\right)^n = p_k - p_i \quad (26.10)$$

$$\left(\frac{Q_{ok}}{2al}\right)^n = p_{k-1} - p_k \quad (26.11)$$

$$\left(\frac{Q_{k+1}}{2al}\right)^n = p_k - p_{k+1} \quad (26.12)$$

またこの室内空間にはいる空気量の合計は等しいから、 $Q$ の符号を含めて、

$$Q_{ok} + Q_{ik} + Q_k + Q_{k+1} = 0 \quad (26.13)$$

で、同様にシャフトの空間についても

$$Q_{i1} + Q_{i2} + Q_{i3} + Q_{i4} + Q_{i5} = 0 \quad (26.14)$$

でなければならない。

もし床にすきまが全然なかったとすると、式(26.9)、式(26.10)で $Q_{ok}=Q_{ik}$ となるから、両式より

$$\begin{aligned} \left(\frac{Q_{ok}}{al}\right)^n + \left(\frac{Q_{ok}}{2al}\right)^n &= p_{ok} - p_{ik} \\ \therefore Q_{ok}^n &= \frac{p_{ok} - p_{ik}}{\frac{1}{(al)^n} \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)} = 115.6 \quad \text{m}^3/\text{h} \end{aligned}$$

となる。

第  $k$  階については、

$$p_{ok} - p_{ik} = 3.6(3-k)(\rho_o - \rho_i) = 3.6 \times (1.26 - 1.14) \times (3-k) = 0.432(3-k)$$

であるから、1階については、

$$\begin{aligned} Q_{o1}^{1.5} &= \frac{0.864}{\frac{1}{50^{1.5}} \left(1 + \frac{1}{2^{1.5}}\right)} = \frac{0.864 \times 50^{1.5}}{1 + \frac{1}{2.83}} \frac{0.864}{1.318} \times 50^{1.5} = 0.658 \times 50^{1.5} \\ \therefore Q_1 &= 0.658^{1/1.5} \times 50 = 0.757 \times 50 = 37.8 \quad \text{m}^3/\text{h} \\ Q_{o2}^{1.5} &= \frac{0.432 \times 50^{1.5}}{1.318} = 0.329 \times 50^{1.5} \\ \therefore Q_{o2} &= 0.329^{1/1.5} \times 50 = 0.478 \times 50 = 23.9 \quad \text{m}^3/\text{h} \end{aligned}$$

同様に

$$Q_{o3} = 0 \quad Q_{o4} = -23.9 \quad Q_{o5} = -37.8$$

が得られる。

次に床のすきまがある場合、式(26.9)~(26.12)を各階についての連立方程式として解かなければならない。ただし、上下対称形であるから3階については、 $Q_{o3}=Q_{i3}=0$ で

あつて、2階からの漏入量と4階への漏出量は等しくなる。すなわち、 $-Q_3=Q_4$

$$2\left(\frac{Q_3}{2al}\right)^{1.5} = p_2 - p_4 = 2 p_2 \quad (26.15)$$

次に2階については

$$\left(\frac{Q_{o2}}{al}\right)^{1.5} = p_{o2} - p_2 \quad (26.16)$$

$$\left(\frac{Q_{i2}}{2al}\right)^{1.5} = p_2 - p_{i2} \quad (26.17)$$

より、

$$\left(\frac{Q_{o2}}{al}\right)^{1.5} + \left(\frac{Q_{i2}}{2al}\right)^{1.5} = p_{o2} - p_{i2} = 0.12 \times 3.6 = 0.432$$

また、式(26.11)から、

$$\left(\frac{Q_2}{2al}\right)^{1.5} = p_1 - p_2 \quad (26.18)$$

でしかも、

$$Q_{o2} + Q_{i2} + Q_3 + Q_2 = 0 \quad (26.19)$$

でなければならない。同様に、1階について

$$\left(\frac{Q_{o1}}{al}\right)^{1.5} = p_{o1} - p_1 \quad (26.20)$$

$$\left(\frac{Q_{i1}}{2al}\right)^{1.5} = p_1 - p_{i1} \quad (26.21)$$

$$\left(\frac{Q_{o1}}{al}\right)^{1.5} + \left(\frac{Q_{i1}}{2al}\right)^{1.5} = p_{o1} - p_{i1} = 0.864 \quad (26.22)$$

となる。したがって、 $p_1, p_2, Q_{o1}, Q_{o2}, Q_{i1}, Q_{i2}, Q_2, Q_3$ の8個の未知数に対し、式(26.15)~(26.22)の8個の平衡式があるので、これを連立方程式として解けばよいことになる。ただし、これは多元1次ではないので、反復法によっておのおのの値を繰り返し求めて、仮定値と合致するまで求めていくことになる。

## 26.6 煙突効果と火災時の煙

特に高層建築では火災が起きると、その煙が急速に建物内のいろいろな部分へ広がっていくために、避難や救助活動が困難になる事態が生ずる。特に地階で地下街と直結している高層建築では、地下街での火災による煙が急速に高層

部の上階にまで広がってしまった例もある。また高層建築のちょうど中間階の高さの階で起こった火災がその階だけの被害ですみ、他階へ煙が移らなかった例もある。これは火災の発生場所と外気の温度や風の条件と外壁や間仕切のすきま特性などによって複雑な状況が発生するからであるが、煙突効果の理論によって説明がつく現象がほとんどであるといつてよい。

火災の場合は特にその階の空間の温度が異常な高温になるため、煙突効果が常時より急増する。特に冬季には上昇気流が強く、これとともに急速に煙が上階にひろがることになる。

【例題 26.6】高層建築の1階で冬季火災が発生した場合、中間階より上階の方に煙の害が集中するのはなぜか。

【解】無風時では中間階が中性帯となり、それより下階では外気の方が室内より圧力が増して、外気より室内への漏気があるため、シャフトを上昇する煙は室内へ流入しにくい。中性帯より上階では室内空気が外気へ漏出するため、自然にシャフトからの煙が室内へ流入する。したがって、上階ほど煙の害はひどくなる。

【例題 26.7】図 26.8 の(a)平面と(b)断面に示す建物で、中央のコア部分にシャフトがある場合、各すきまの抵抗を考えた各階の各スペースの圧力と相互の流入流出空気量を求めるためのシミュレーションネットワークを作れ。

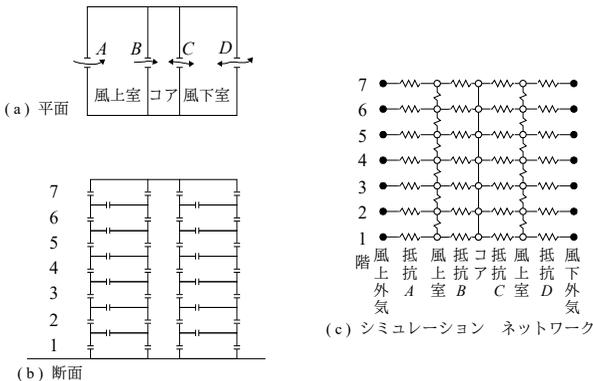


図 26.8

【解】一般的に風と煙突効果がともに働く場合を考えると同図(c)のようになる。実際には風圧の大きさと煙突効果の大きさとの差によって特に上階の風上室は風圧の方が大きいと漏入となり、煙突効果の方が大きいと漏出となる。火災時の場合は

風下側上階に最も多くの煙が流入することになる。

【例題 26.8】図 26.9(a)に示すような平面の建物では、各階の室内圧と煙の流れの状況はどうか。その解の方針と解に必要な要素を示せ。

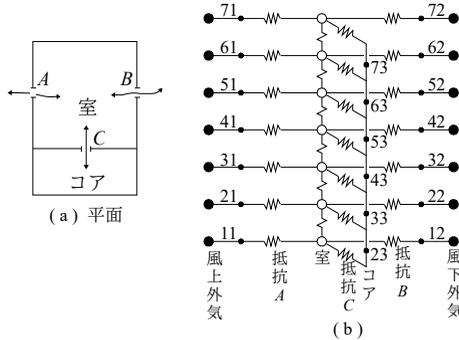


図 26.9

【解】上の例題にならってシミュレーションネットワークを作れば、同図(b)のようになる。これを基にして、各階の室内圧とコア空間の各階の高さでの圧力とを未知数として、各階のすきま  $A, B, C$  において圧力平衡式をたてる。このとき各階のすきま  $A, B, C$  の抵抗は既知でなければ解けない。また、外気圧は風上側、風下側ともに高さによる圧力差と風圧とを計算して、各階についてまず求めておかなければならない。そこでこれらの圧力平衡式を連立方程式として解けば、各階の室とコアの圧力が求まり、各すきまを通る空気の流量  $Q$  とその流れる方向が求められる。

今、一般に第  $k$  階の室内およびコア内の煙の濃度をそれぞれ  $C_k, C'_k$  とし、各すきまを通る空気の流量  $Q$  の記号を図 26.10 に示すように定め、しかも矢印の流れの方向を正にとる。そこでまず第  $k$  階の室内について煙の流入量と流出量との平衡を考えると、外気の煙濃度は 0 であるから

$$(C_k - C_{k+1})Q_{k+1} + C_k Q_k'' = (C_{k-1} C_k)Q_k + (C_k' - C_k)Q_k' \quad (26.23)$$

がなりたつ。また第  $k$  階のレベルのコア内についても同様に

$$(C_k' - C_k)Q_k' + (C_k' - C_{k+1}')Q_{k+1}''' = (C_{k-1}' C_k')Q_k''' \quad (26.24)$$

という平衡式がなりたつ。同様な式を各階について求め、全階の  $C_k$  と  $C_k'$  についての連立方程式として解けば各空間の煙濃度が得られる<sup>†1)</sup>。

したがって、どこかの室内で火災が発生した場合を想定すると、その単位の濃度を 1 として、他の空間の濃度を比で示すことができる。

†1 Tamura, G.T. : Computer Analysis of Smoke Movement in Tall Buildings, ASHRAE Transactions, Vol.75, Part II, 1969  
Wakamatsu, T. : Calculation of Smoke Movement in Building, BRI Research Paper No. 34, Building Research Institute, Japan, Aug., 1968

ただし、これは定常状態についての式であって、不定常状態については、室温変動助の理論と同じ考え方で微小時間  $dt$  間の濃度上昇を  $dC_k, dC_k'$  とし、各階の室とコアの容積をそれぞれ  $V, V'$ 、空気の密度を  $\rho$  とすると、平衡式は上の両式の右辺にそれぞれ

$$\rho V \frac{dC_k}{dt}, \quad \rho V' \frac{dC_k'}{dt}$$

を加えたものとなる。

これから濃度を時間  $t$  についての不定常の式として表わすことができる。

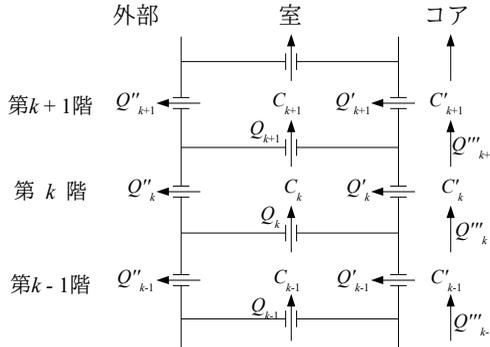


図 26.10

### 演習問題

次の各表現は正か誤か。

- (a) 煙突効果による結露は建物の高さが高いほどひどくなる。
- (b) 煙突効果による結露は冬の場合外気温が高いほどひどくなる。
- (c) 煙突効果による結露は室内の絶対湿度が高いほどひどくなる。
- (d) 煙突効果は建築計画の上で完全になくすることができる。
- (e) 冬季高層建築の上階で火災が発生したとき、煙は下階にもひろがる。

(答) (a)と(c)は正、他は誤。

## 第27章 回路網 (Circuit Network)

回路網の問題は今まで特に電気回路や土木の配管網などにおいて独立に扱われてきたものであるが、建築設備においても都市設備においても水系、空気系、熱系を通じて回路網の問題がある。これらはいずれも共通した原理で問題を解くことができるので、アナロジーによって回路網の性質を把握するようにつとめるとよい。

### 27.1 回路の一般式

#### 27.1.1 流路と回路

水でも電気でも空気でも熱でも流れを問題にするときはその流れの路を考えている。その流れの路には摩擦あるいは流れを妨げる何らかの要因による抵抗があり、この路の入口と出口にポテンシャルの差があるときに流れが起きる。このように流れの起きる路を一般に流路という。流路は1本である場合と途中で枝分かれする場合もあるが、その分岐した流路が一部でも全部でもまた元の入口あるいは途中の部分とつながっている場合には流れの一部はぐるぐる回ることになる。このような形の流路を回路という。

回路が単純な形でなく網の目のように複雑になっている場合、これを一般に総称して回路網という。

#### 27.1.2 流路の条件式

流路の抵抗  $R$  と流量  $Q$  と流路両端のポテンシャルの差  $\Delta p$  との関係は、第3章に述べたオームの法則を一般化した形で表わすと、次のようになる。

$$\begin{aligned}\Delta p &= RQ^n \\ &= \frac{1}{a}Q^n\end{aligned}\tag{27.1}$$

ここで、 $a$  はコンダクタンスであり  $R=1/a$  である。また、 $1 \leq n \leq 2$  で、各量は水系、空気系、電気系、熱系など系によって異なる。

流路の組合せからなる回路網の場合でも、各流路については上式があてはまるので、これが1つの条件式となる。

【例題 27.1】本書で現われた種々の関係式で式(27.1)にあてはまるものを選び、各量とその単位を表示せよ。

【解】第3章の表 3.2 を基にして作成すると次の表ようになる。

表 27.1

	$Q$	$\Delta p$	$R$	$n$
電気	電流 [A]	電位差 [V]	抵抗 [ $\Omega$ ]	1
熱伝導	熱流 [ $W/m^2$ ]	温度差 [ $^{\circ}C$ ]	熱伝導抵抗 [ $m^2 K/W$ ]	1
対流熱伝達	熱伝達量 [ $W/m^2$ ]	表面流体温度差 [ $^{\circ}C$ ]	対流熱伝達率の逆数 [ $m^2 K/W$ ]	1
放射熱伝達	放射熱伝達量 [ $W/m^2$ ]	表面温度差 [ $^{\circ}C$ ]	放射熱伝達率の逆数 [ $m^2 K/W$ ]	1
湿気	透湿量 [ $kg/m^2h$ ]	絶対温度差 [ $^{\circ}C$ ]	透湿抵抗 [ $m^2h(g/kg)/kg$ ]	1
物質	物質移動量 [ $kg/m^2h$ ]	エンタルピー差 [ $kJ/kg$ ]	物質移動抵抗 [ $kg^{1/1.5}h m^{13/3}$ ]	1
すきま風	漏気量 [ $m^3/h$ ]	圧力差 [kPa]	漏気抵抗 [ $kPa h^2/m^6$ ]	1.5 前後
空気	風量 [ $m^3/h$ ]	圧力差 [kPa]	流量抵抗 [ $kPa h^2/m^6$ ]	2
水	水量 [ $m^3/h$ ]	圧力差 [kPa]	流量抵抗 [ $kPa h^2/m^6$ ]	2

もう1つの条件式は各分岐点で流入量の和と流出量の和とは等しくなることである。いい換えれば流入量を正、流出量を負で表わすことにしておく

$$\sum Q = 0 \tag{27.2}$$

でなければならない。

### 27.1.3 回路網の問題の解法

一般に回路網は前述のようにある抵抗を持った流路の組合せでなりたっているものであるから、各流路と各接点について前項の条件式を作ることができる。各流路の抵抗、流量、流路両端のポテンシャルの4量のうち、たとえば抵抗が与えられているとき、もし流路片端のポテンシャルが既知とすると、流量または両端のポテンシャル差のいずれかが未知量となる。したがって、回路全体の条件式を作れば、必要な未知量についての連立方程式となる。これが多元1次の連立方程式になるときは比較的解は簡単であるが、ポテンシャル差の1/2乗あるいは1/1.5乗の項が含まれている場合は反復法によって解を求めるのが普通である。電子計算機によってもアナログ計算機によってもその解は容易に得られる。

### 27.1.4 抵抗の結合

一般に2種の抵抗の結合には直列結合と並列結合とがある。図27.1に配管系、換気系、電気系の場合について、それぞれ対応する形に直列と並列の結合状態を示してみた。AとBとは抵抗を示すが、配管系の場合は摩擦あるいは曲管部などの局部抵抗、換気系の場合はすきまの抵抗、電気の場合は電気抵抗を意味する。また1と2とは流路の接合点を示し、各接合点で式(27.2)の流量平衡がなりたつ。換気系の場合は空間が接合点に相当することに注意すべきである。

一応、2つの抵抗 $R_A$ と $R_B$ との直列と並列の合成抵抗 $R$ の式を示しておく

$$(1) \text{ 直列結合 } R = R_A + R_B \quad (27.3)$$

$$(2) \text{ 並列結合 } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \quad (27.4)$$

となる。回路網はこの両者の結合の組合せからなりたっているとみることができ

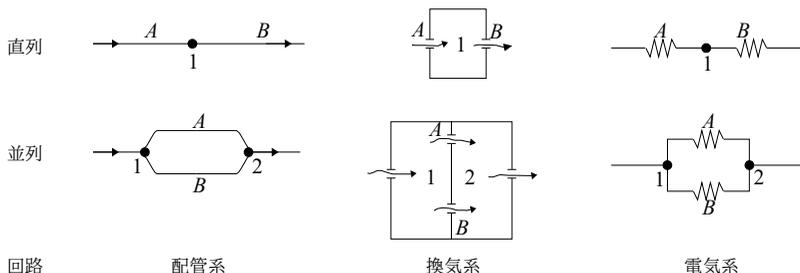


図 27.1

### 27.1.5 回路の置き換え

図27.2左の上の図に示すような抵抗の結合状態は直列とも並列ともいえない。このような場合にA-D間の全抵抗を知りたいときは同図下の図のような形に置き換えることによって並列と直列との組合せとして全抵抗を計算することができる。すなわち、回路BCDの中に仮想の点Eを設けB、C、Dの各点とE点との間に抵抗を仮想することによって上図と同等な抵抗を持つ回路に置き換えられるのである。これは次のようにして求める。

図27.2右に示すように実際の抵抗を $R_1, R_2, R_3$ とし、これと同等な回路の仮想

抵抗を  $R_4, R_5, R_6$  とする。まず  $B\sim D$  間の実際の合成抵抗は、 $1/1\{R_2+1/(R_1+R_2)\}$  であり、これは  $B\sim D$  間の仮定の合成抵抗  $R_4+R_6$  に同等でなければならないから、

$$R_4 + R_6 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_2}} \quad (27.5)$$

となる。同様に  $B\sim C$  間、 $C\sim D$  間についてもこれとおなじ関係がなりたつ。すなわち、

$$R_4 + R_5 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}} \quad (27.6)$$

$$R_5 + R_6 = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_2}} \quad (27.7)$$

となり、以上の3式より、仮定抵抗  $R_4, R_5, R_6$  は

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R_4} &= \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 R_2} \\ \frac{1}{R_5} &= \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 R_3} \\ \frac{1}{R_6} &= \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_2 R_3} \end{aligned} \right\} \quad (27.8)$$

のように、実際の抵抗  $R_1, R_2, R_3$  で表わすことができる。式(27.6)は応用の広い公式である。

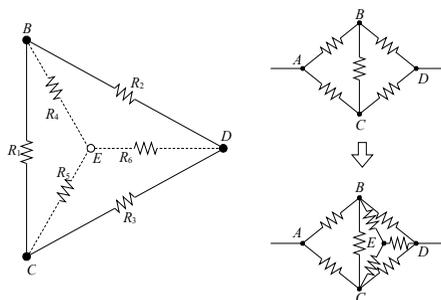


図 27.2

## 27.2 回路網のアナロジー

配管系、換気系、電気系について全く同一の抵抗の結合状態の簡単な例をアナロジカルに示したのが図 27.3 である。

この図で I, II, III のそれぞれの回路網で、 $A, B, C, D$  は配管系では管の抵抗を表わし、換気系ではすきま抵抗を表わし、電気系では電気抵抗を表わしている。また接合点 1, 2, 3, 4 では、ポテンシャルが異なる経路について一致している点であって、配管系では水圧を、換気系では室内圧を、電気系では電圧がポテンシャルを表わしている。

これらの例ではいずれも抵抗は並列結合と直列結合の組合せからなっていて、しかも 3 つの系について同一の結合状態を示す。

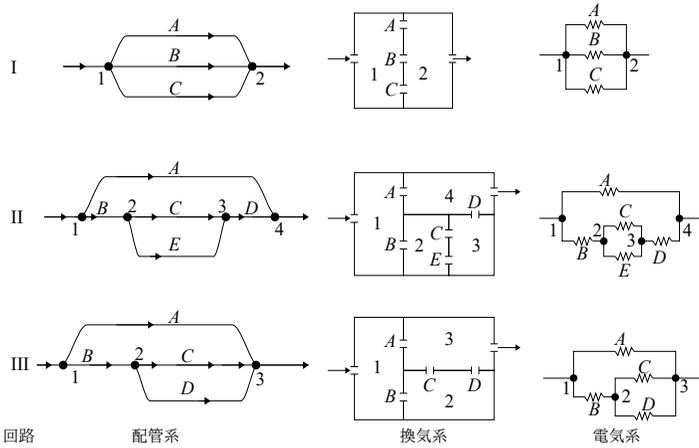


図 27.3 各種の簡単な回路網の例

【例題 27.2】 図 27.3 の I, II, III の回路網の全抵抗を求めよ。

【解】  $A, B, C, D, E$  の抵抗を  $R_A, R_B, R_C, R_D, R_E$

回路 I の全抵抗  $R_I$  は

$$R_I = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}} \quad (27.9)$$

回路 II の全抵抗  $R_{II}$  は

$$R_{II} = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B + \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D}} + R_D}} \quad (27.10)$$

回路 III の全抵抗  $R_{III}$  は

$$R_{III} = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B + \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D}}}} \quad (27.11)$$

となり、これらは配管系、換気系、電気系について共通である。

### 27.3 配管網

上水道の地下配管網や地域暖冷房の水系統の配管網は回路網の最も典型的なものである。例題によって問題の最も一般的な解き方を示す。複雑な配管網の場合でも基本的には同様な方法で解けるが、結局は多元2次連立方程式を解くことになるので、計算には電算機の利用が効果的である。

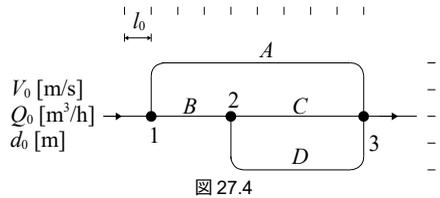
【例題27.3】図27.4のような水の配管網で、各流路A, B, C, Dの流量 $Q_A, Q_B, Q_C, Q_D$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ]を求めよ。ただし、曲がりの抵抗は無視する。

流路	主	A	B	C	D
管径 [mm]	50	40	30	25	20

主管流速  $v_0=1[\text{m/s}]$

配管モジュール  $l_0=8[\text{m}]$

管の凹凸  $\varepsilon=0.15[\text{mm}]$



【解】

(1)各流路のレイノルズ数を求める。公式  $Re = \frac{d v}{\nu}$

このとき各流路の流速は不明であるが、全部 $v_0$ に等しいと仮定し、後に流量が求められたときに管断面積から流速を求めて仮定をチェックする。

$$(Re)_0 = \frac{0.05 \times 1}{11 \times 10^{-7}} = 4.5 \times 10^4$$

$$(Re)_A = 3.6 \times 10^4$$

$$(Re)_B = 2.7 \times 10^4$$

$$(Re)_C = 2.25 \times 10^4$$

$$(Re)_D = 1.8 \times 10^4$$

したがって、各流路とも $Re > 2320$ であるから乱流である。

(2) 管摩擦係数 $\lambda$ を求める。乱流の場合の公式は $\lambda = (1.74 - 2 \log_{10} 2\varepsilon/d)^{-2}$ であるから、各流路の管径 $d$ と $\varepsilon=0.15$ を代入して計算すると、

$$\lambda_0 = (1.74 - 2 \log_{10} \frac{2 \times 0.15}{50})^{-2} = (1.74 + 4.44)^{-2} = 0.0262$$

同様に

$$\lambda_A = 0.0279 \quad \lambda_B = 0.0304 \quad \lambda_C = 0.0321 \quad \lambda_D = 0.0345$$

を得る。

(3)各流路の長さ  $l$  を求める。

$$l = l_0 \times N \quad (N \text{ はモジュールの数})$$

$$l_A = 8 \times 12 = 96 \text{ m} \quad l_B = 8 \times 3 = 24 \text{ m}$$

$$l_C = 8 \times 5 = 40 \text{ m} \quad l_D = 8 \times 9 = 72 \text{ m}$$

(4)各流路の抵抗係数を求める。まず流量  $Q$  と流速  $v$  と管断面積  $A$  との関係は

$$Q = 3600 v \quad A = 3600 v \pi d^2 / 4 = 900 \pi d^2 v \quad (27.12)$$

であり、圧力損失  $\Delta p$  と流速との関係は

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d} \frac{\gamma}{2g} v^2 \quad (27.13)$$

である。ここで  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  とする。

また  $\Delta p$  と  $Q$  との関係は式(27.1)で  $n=2$  として

$$\Delta p = R Q^2 \quad (27.14)$$

で表わされる。したがって

$$R = \frac{\lambda l \gamma}{2d g} \frac{1}{81 \times 10^4 \pi^2 d^4} = 6.36 \times 10^{-6} \frac{\lambda l}{d^5} \text{ kgh}^2/\text{m}^8$$

$$\therefore R_A = 6.36 \times 10^{-6} \times 0.0279 \times 96 \div (0.04)^5 = 167.0$$

$$R_B = 6.36 \times 10^{-6} \times 0.0304 \times 24 \div (0.03)^5 = 191.5$$

$$R_C = 6.36 \times 10^{-6} \times 0.0321 \times 40 \div (0.025)^5 = 840$$

$$R_D = 6.36 \times 10^{-6} \times 0.0345 \times 72 \div (0.02)^5 = 4950$$

(5)条件式をたてる。各流路の接合点について流入量と流出量とは等しくなければならないから、

$$\text{点1にて } Q_0 = Q_A + Q_B \quad (\text{条件式1})$$

$$\text{点2にて } Q_B = Q_C + Q_D \quad (\text{条件式2})$$

点3にて  $Q_A + Q_C + Q_D = Q_0$  (ただし、これは上2式からも出てくるので不要)

また各接点間の圧力差は流路のいかんによらず等しくなければならないから、

$$\text{点2と3の間 } \Delta p_C = \Delta p_D \quad \therefore R_C Q_C^2 = R_D Q_D^2 \quad (\text{条件式3})$$

$$\text{点1と3の間 } \Delta p_A = \Delta p_B + \Delta p_C \quad \therefore R_A Q_A^2 = R_B Q_B^2 + R_C Q_C^2 \quad (\text{条件式4})$$

以上の4式で、未知数が  $Q_A, Q_B, Q_C, Q_D$  の4個であるから、4元2次連立方程式として解ける。

(6)  $Q_A, Q_B, Q_D$  を消去して  $Q_C$  に関する2次方程式を作る。すなわち、

$$Q_D = \sqrt{\frac{R_C}{R_D}} Q_C$$

$$Q_B = \left(1 + \sqrt{\frac{R_C}{R_D}}\right) Q_C$$

$$Q_A = Q_0 - Q_B = Q_0 - \left(1 + \sqrt{\frac{R_C}{R_D}}\right) Q_C$$

となるから、これらを条件式(4)に入れると、

$$R_A \left\{ Q_0 - \left(1 + \sqrt{\frac{R_C}{R_D}}\right) Q_C \right\}^2 = R_B \left(1 + \sqrt{\frac{R_C}{R_D}}\right)^2 Q_C^2 + R_C Q_C^2$$

となる。これを整理し、2次方程式の根の公式を用いて  $Q_C$  が得られる。

(7)各流路の流量を求める。

$$1 + \sqrt{\frac{R_C}{R_D}} = 1 + \sqrt{0.17} \approx 1.41$$

$$Q_0 = 900 \times 1 \times 3.14 (0.05)^2 = 7.06 \text{ m}^3/\text{h}$$

であるから、これと(4)で求めた  $R_A, R_B, R_C, R_D$  との値を上式に代入して

$$16.7(7.06^2 - 2 \times 7.06 \times 1.41 Q_C + 1.99 Q_C^2) - 19.15 \times 1.99 \times Q_C^2 - 84 Q_C^2 = 0$$

$$\therefore 89 Q_C^2 + 332 Q_C - 832 = 0$$

$$\therefore Q_C = \frac{-332 \pm \sqrt{332^2 + 4 \times 89 \times 832}}{2 \times 89} = \frac{-332 \pm 638}{178}$$

負号は捨てて、 $Q_C = 1.72 \text{ m}^3/\text{h}$  を得る。他の流路の流量は条件式から求められる。すなわち、

$$Q_A = 7.06 - 1.41 \times 1.72 = 4.64 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$Q_B = 1.41 \times 1.72 = 2.42 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$Q_D = 0.41 \times 1.72 = 0.705 \text{ m}^3/\text{h}$$

となる。

(8)各流路の流速を求めて仮定のチェックを行なう。流速が最も小さそうなのは、 $D$  流路である。

$$v_D = \frac{0.705}{900 \pi (0.02)^2} = \frac{0.705}{0.36 \times 3.14} = 0.625 \text{ m/s}$$

となるから、実際の  $Re$  は

$$(Re)_D = \frac{0.705}{900 \pi (0.02)^2} = \frac{0.705}{0.36 \times 3.14} = 0.625 \text{ m/s}$$

であって、やはり乱流である。他の流路についても同様に  $Re$  を計算するといずれも乱流となるから  $\lambda$  を求める式は変える必要はない。したがって、(7)の結果は正しいことになる。

## 第28章 湿気の移動 (Moisture Transfer)

### 28.1 結露

#### 28.1.1 結露のメカニズム

結露の現象は理論的にはっきりしていて、空気線図の中の飽和水蒸気の曲線だけあれば簡単に説明できる。これは次のような順序によって理解するとよい。

(1)ある単位質量の空気は、その温度が低いほど水分を水蒸気の形で保有することができる量が少ない。

(2)外気に面する壁面の内表面の温度は一般に冬季は室内空気温度より低い。

(3)ある水蒸気を含有した室内空気はその低温表面に触れると、その空気の温度はその表面温にほぼ等しくなるとみなされるので、その空気に含まれる水分の一部は水蒸気という状態では存在できなくなり、水滴となってその面に付着する。これが表面結露である。

#### 28.1.2 表面結露の防止

図 28.1 は前項の説明を空気線図上に示したもので、特に(1)の意味は温度が低いほどその空気の飽和絶対湿度は低いということであり、飽和線の形はこれを示している。空気線図上の室内空気の状態点から水平に左に線を引き、飽和線との交点から乾球温度の目盛を読んだ値が、室内空気の露点温度である。これがある表面の温度  $\theta_s$  より高いとその表面に結露が起こる。一方、この  $\theta_s$  の温度に対する飽和絶対湿度を  $x_s$  とすると、その表面付近の空気は  $x_s$  以上の絶対湿度にはなりえないわけで、もしこれ以上の絶対湿度の空気が存在するとその表面で結露が起きると理解してもよい。

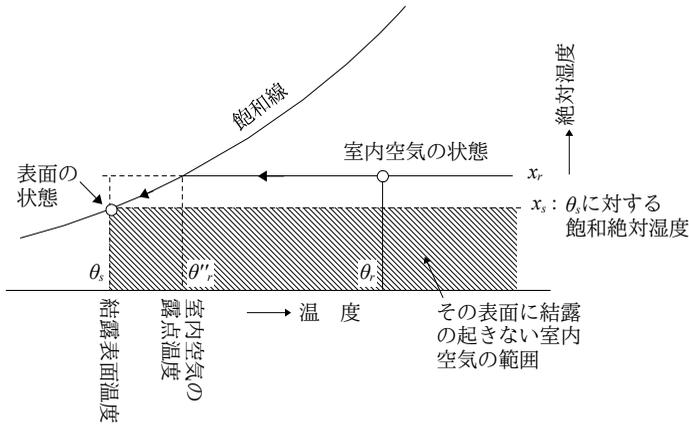


図 28.1

つまり表面結露を防ぐには、

- (1)表面温度を室内空気の露点温度以上に上昇させるか
- (2)室内絶対湿度を下げ、露点温度を下げるか

のいずれかによらねばならない。

【例題 28.1】熱貫流率  $3.5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$  の軽量外壁がある。室温  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ 、外気温  $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ 、室内相対湿度  $50 \%$  のとき表面結露は起きるか。

【解】熱貫流率だけが与えられているだけでは解は得られない。熱貫流率の中の内表面熱伝達率の値を知る必要がある。このようなときには内表面熱伝達率の値を少な目に仮定して検討してみる。たとえば  $\alpha_i = 7 \text{ W/m}^2 \text{ K}$  としてみて結露が起こらなければ  $\alpha$  が  $7$  以上の場合にも結露は起こらないからである。そこで定常状態で考えると表面熱流と貫流熱流は等しいから、内表面温度を  $\theta_s$  とすると、

$$7 \times (20 - \theta_s) = 3.5 \times \{20 - (-5)\}$$

となる。これより  $\theta_s = 7.5 \text{ }^\circ\text{C}$  を得る。乾球温度  $7.5 \text{ }^\circ\text{C}$  に対する飽和絶対湿度は第 13 章図 13.10 の空気線画より  $6.3 \text{ g/kg}$  であり、室内空気の絶対湿度は乾球温度  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ 、相対湿度  $50 \%$  に対応する絶対湿度であるから同図より  $7.3 \text{ g/kg}$  である。したがって、結露が起きる。

次のようにしても検討できる。室内空気の露点温度は  $7.3 \text{ g/kg}$  が飽和絶対湿度となるような乾球温度であるから同図より  $9.5 \text{ }^\circ\text{C}$  を得る。表面温度は  $7.5 \text{ }^\circ\text{C}$  でこれより低いから結露が起きる。

【例題 28.2】上の条件で表面結露が起こらないようにするには外壁をどうすればよいか。

【解】表面温度を 9.5℃ まで上昇させる必要があるが、そのためには熱貫流率を小さくしなければならない。必要な熱貫流率  $K$  は前例題の式で  $\theta_s=9.5$  とおいて得られる。すなわち、

$$7 \times (20 - 9.5) = K \times 25$$

となり、これより  $K=2.94$  となる。

そこで熱貫流率を 3.5 から 2.94 に下げるには保温材を入れればよい。たとえばコンクリート 15 cm の単層壁とすると、熱貫流率はだいたい 3.5 程度であるから、このときは保温材でなくてもモルタルにおがくずを混ぜたものを 2 cm 表面に塗っただけで表面結露は防げる。おがくずモルタルの熱伝導率を 0.23 とすると、熱抵抗は  $0.02 \div 0.23 = 0.087$  増加するから、熱貫流率は

$$\frac{1}{\frac{1}{3.5} + \frac{0.02}{0.23}} = 2.68$$

となって、逆算すると外気温が -7.3℃ まで下がっても結露しないことになる。

### 28.1.3 内部結露

壁体内部にも結露することがある。これは見えないので相当ひどい状態となって下の方からしみだしてきてからでないといけないことが多い。したがって、内部結露は設計時に未然に防ぐことが重要である。

内部結露のメカニズムも表面結露の場合と全く同じで、壁体内部のある点の絶対湿度がその点の温度に対する飽和絶対湿度より高いと、その点で結露してしまう。内部結露が起きる場合は壁体断面内の一点ではなく、ある範囲の厚さにわたって起きることが多い。

内部結露を防ぐには、

(1) 室内側に近い面に防湿層を設ける

(2) 多層壁のときは層の順序を入れ換えて外気側に保温材をもってくる

ことである。(1)は壁体内の絶対湿度を下げる効果があり、(2)は壁体内の温度分布が高い方に移動するため、それに従って飽和絶対湿度が高くなるからである。

## 28.2 屋根散水

日射の当たる屋根に水をまくと徐々に蒸発していく。このとき蒸発潜熱によって屋根表面から外気へ熱が移動するため、室の中へはいる日射熱量は少なくなる。これが屋根散水の効果である。この問題は4.5で述べた物質移動の理論と第11章に述べた平衡式を用いる解法とによって解くことができる。つまりぬれ面での熱平衡式と物質平衡式とをたてればよい。

【例題 28.3】水温 35 °C、気温 33 °C、相対湿度 70 % のとき、水面と空気との間の熱伝達率を 23 W/m<sup>2</sup> K とするとき、水分の蒸発量はいくらか。またこのとき水面から空気中への熱伝達量はいくらか。

【解】 $\theta_a=33$  °C、 $RH=70$  % に対する絶対湿度は空気線図より  $x_a=22.5$  g/kg、 $\theta_w=35$  °C に対する飽和絶対湿度  $x_w=36.55$  g/kg、平均絶対湿度 29.5 g/kg に対する湿り比熱は、

$$C_s = C_{pa} + C_{pw} x = 1.0 + 1.846 \times 10^{-3} x \quad \text{で表される式(4.80)により、}$$

$$C_s = 1.0 + 1.846 \times 10^{-3} \times 29.5 = 1.05 \text{ kJ/(kgK)} = 1.05 \div 3.6 \text{ Wh/(kgK)} = 0.29 \text{ Wh/(kgK)}.$$

ここで、式(4.75)のルイスの関係を用いて、

$$k_x = \frac{23}{0.29} = 79.3 \text{ kg/m}^2\text{h} = 79.3 \text{ g/m}^2\text{h(g/kg)}$$

したがって、この場合の水分蒸発量  $w$  は

$$w = 79.3x (36.55 - 22.5) = 1122 \text{ g/m}^2\text{h}$$

次に水面から空気中への熱伝達量は、温度差による対流熱伝達と、上の蒸発で水から空気への水分の移動、つまり物質移動、に伴う伝熱量との和になる。

前者は  $23 \times (35 - 33) = 46 \text{ W/m}^2$  となり、

後者は  $0.6946 \times 1122 = 779 \text{ W/m}^2$  となる。

したがって、単位水表面積あたりの全伝熱量は

$$46 + 779 = 825 \text{ W/m}^2$$

である。

【例題 28.4】屋根散水の効果を計算で確かめたい。図 28.2 に示すような状況を考えて、上の例題と同じ条件として、水平面全天日射量  $I=800 \text{ W/m}^2$  が与えられ、水温が与えられていない場合、屋根散水があるときとないときの熱取得の相違を求める一般式を定常状態と仮

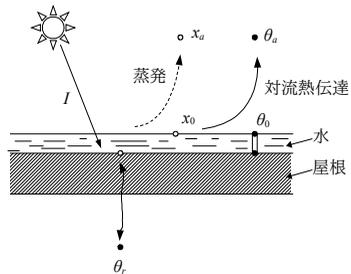


図 28.2

定して導け。水の蒸発潜熱を  $2500.8 - 2.3668 \theta_w$  J/g とする。

【解】水量が多くない場合は屋根表面温度は水温に等しいと仮定することができる。まず屋根散水のない場合は、熱取得  $q_0$  は相当外気温を用いて

$$q_0 = K \left( \theta_a \frac{\alpha_s}{\alpha_0} I - \theta_r \right) \quad (28.1)$$

となる。ここで  $K$  は屋根の熱貫流率、 $\theta_a$  は外気温、 $\theta_r$  は室温、 $\alpha_s$  は屋根表面の日射吸収率である。

次に屋根散水がある場合は水温および表面温を  $\theta_0$  とすると、屋根外表面から室内までの熱貫流率を  $K'$  として、 $1/K' = 1/K - 1/\alpha_0$  であるから、

$$q = K' (\theta_0 - \theta_r) \quad (28.2)$$

から熱取得が求められる。したがって、 $\theta_0$  を求めることが問題の要点になる。

前の例題により水面から空気への伝熱量  $q_w$  は

$$q_w = \alpha_0 (\theta_0 - \theta_a) + r k_x (x_0 - x_a) \quad (28.3)$$

であるから、水表面での熱平衡式をたてると、

$$\alpha_s I = \alpha_0 (\theta_0 - \theta_a) + r k_x (x_0 - x_a) + K' (\theta_0 - \theta_r) \quad (28.4)$$

となる。ここで  $x_0$  も未知であるが、 $\theta_0$  が与えられれば、 $x_0$  は  $\theta_0$  の飽和絶対湿度とみなすことができるので、 $x_0$  を仮定して反復法によって上式から  $\theta_0$  を求めることができる。

たとえば水温の代わりに日射量が  $I = 800 \text{ W/m}^2$  と与えられ、 $\alpha_s = 0.9$ 、 $K' = 2.3 \text{ W/(m}^2\text{K)}$  とし、また  $k_x$  も  $x_0$  によって左右されるが、ほとんど影響ないとして、 $k_x = 80 \text{ kg/m}^2\text{h}$  とすると、水の蒸発潜熱を  $2428 \text{ J/g}$  として、上式から

$$0.9 \times 800 = 23(\theta_0 - 33) + 2.428/3.6 \times 80 (x_0 - 22.5) + 2.3 (\theta_0 - 25)$$

となり、まず  $x_0$  を前の例題のように  $36.55$  と仮定すると、

$$720 = 23 (\theta_0 - 33) + 755 + 2.3 (\theta_0 - 25)$$

となり、これを解いて、 $25.3 \theta_0 = 720 - 755 + 816.5 = 1536.5 - 755 = 781.5$

より  $\theta_0 = 30.9^\circ\text{C}$  を得る。これは  $x_0 = 0.03655$  に対する  $\theta_0 = 33^\circ\text{C}$  と  $2.1^\circ\text{C}$  異なるので、次に平均の  $\theta_0 = 0.5 \times (33 + 30.9) = 32^\circ\text{C}$  に対する飽和絶対湿度を  $x_0 = 30 \text{ g/kg}$  として計算し、これを仮定値と一致するまで反復すればよい。

しかしこの式の性質として、仮定値が大きすぎると小さすぎる値が結果として出てくることがわかる。そこで、次に  $\theta_0 = 32.5^\circ\text{C}$  としてみると、 $x_0 = 31.6$  で

$$rw = 2.428/3.6 \times 80 \times (31.6 - 22.5) = 437$$

$$\theta_0 = \frac{1536.5 - 437}{25.3} = \frac{1100}{25.3} = 43.5^\circ\text{C}$$

となるが、 $\theta_0 = 32.5^\circ\text{C}$  とする。

室への熱取得は  $q = 2.3 \times (32.5 - 25) = 2.3 \times 7.5 = 17.3 \text{ W/m}^2$  となる。これに対し屋根散水

のない場合は(28.4)式右辺第2項がないとして、計算すれば、

$$720 = 23 (\theta_0 - 33) + 2.3 (\theta_0 - 25)$$

より、 $\theta_0 = 60.7^\circ\text{C}$  となり、熱取得は

$$q = 2.3 \times (61 - 25) = 83 \text{ W/m}^2$$

となるから、屋根散水の効果が大きいことがわかる。なお、実際には屋根構造が重い場合には、その熱容量のために日射熱が変動すると、 $q$  は常にこれよりも少ない値になる。

## 28.3 換気による湿気の移動

### 28.3.1 定常状態の湿気移動

図 28.3 のように、ある室に対し換気量  $Q[\text{m}^3/\text{h}]$ 、室内絶対湿度  $x_r[\text{g}/\text{kg}]$ 、外気絶対湿度  $x_a[\text{g}/\text{kg}]$ 、室内水蒸気発生量  $L[\text{kg}/\text{h}]$  とするとき、物質平衡式は次のようになる。すなわち、

$$(x_r - x_a) \times 10^{-3} \times \gamma Q = L \quad (28.5)$$

であって、ここで  $\gamma$  は空気の比重量である。この式では換気量が多い場合として周壁表面での水蒸気の吸着は無視している。

(28.5)式より  $x_r$  は

$$x_r = x_a + \frac{L}{\gamma Q} \quad (28.6)$$

で与えられる。これが定常状態で、室内で水蒸気発生し、換気が行なわれる場合の室内絶対湿度を表わす一般式である。

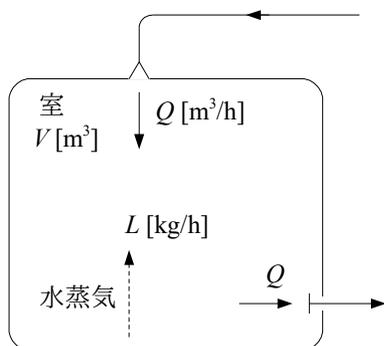


図 28.3

## 28.3.2 非定常状態の湿気移動

図 28.3 で室容積を  $V[\text{m}^3]$  とすると、ある微小時間  $dt$  の間に室内絶対湿度が  $dx$ 、だけ増加したとすると、その間に室内に貯えられる水蒸気量は  $\gamma V(dx_r/dt)$  であるから、非定常状態の物質平衡式は式(28.5)にこれを加えたものとなる。すなわち、

$$\gamma V \frac{dx_r}{dt} + (x_r - x_a)\gamma Q = L \quad (28.7)$$

となる。

【例題 28.5】 外気絶対湿度  $x_a$  が一定で、時間  $t=0$  以後水蒸気が発生し、同時に換気が開始された場合、式(28.7)の一般解を導け。

【解】  $x = x_r - x_a$  とおくと、式(28.7)は次のようになる。

$$\frac{dx}{dt} + \frac{Q}{V}x = \frac{L}{\gamma V} \quad (28.8)$$

これをラプラス変換を用いて解く。まず  $L\{x(t)\} = f(s)$  とすると、上式のラプラス変換は、

$$sf(s) - x(0) + \frac{Q}{V}f(s) = \frac{L}{\gamma V s}$$

となる。題意より  $x(0)=0$  であるから、

$$f(s) = \frac{L}{\gamma V (s + \frac{Q}{V})s}$$

となる。これを部分分数分解し、第 17 章の逆変換の公式を用いて、この逆変換を求めると、

$$x(t) = \frac{L}{\gamma Q} (1 - e^{-\frac{Q}{V}t}) \quad (28.9)$$

を得る。したがって、室内絶対湿度の変動は

$$x_r(t) = \frac{L}{\gamma Q} (1 - e^{-\frac{Q}{V}t}) + x_a \quad (28.10)$$

という式で表わされる。

【例題 28.6】 上の例題で、水蒸気発生量  $L$  が  $t=0$  から  $t=t_1$  までであるとき、換気は  $t=0$  以後どのくらい行なえば室内絶対湿度が十分低い値  $x_p$  にまで下がるかを判定する式を導け。

【解】 題意の水蒸気発生状況を図示すれば図 28.4(a) のようになる。 $x(t)$  の単位応答が式(28.9)で表わされるから、(a)図のような形の水蒸気発生に対しては式(28.9)の単

位応答と  $t=t_1$  以後負の水蒸気発生に対する単位応答とを重ね合わせればよいわけである。すなわち、 $t=t_1$  以後の  $x(t)$  は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{L}{\gamma Q} (1 - e^{-\frac{\rho}{V}t}) - \frac{L}{\gamma Q} \{1 - e^{-\frac{\rho}{V}(t-t_1)}\} \\ &= \frac{L}{\gamma Q} e^{-\frac{\rho}{V}t} (e^{\frac{\rho}{V}t_1} - 1) \end{aligned}$$

したがって、 $x(t)=x_p$  となるための時間  $t_p$  は

$$t_p = -\frac{V}{Q} \log_e \frac{x_p \gamma Q}{L (e^{\frac{\rho}{V}t_1} - 1)}$$

となる。

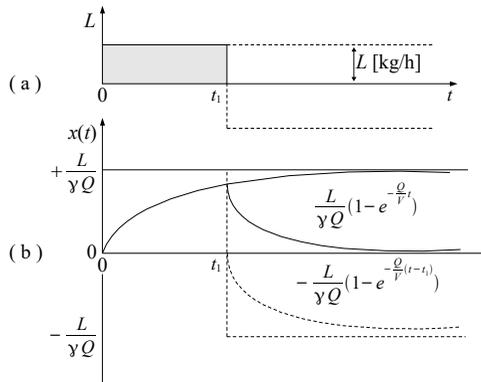


図 28.4

### 28.3.3 熱供給と水蒸気発生とがある場合

非定常状態で熱供給  $H$ [kcal/h] と水蒸気発生  $L$ [kg/h] との両者がある場合はエンタルピーをポテンシャルにとって考える。室内空気のエンタルピーを  $i_r$ 、外気のエンタルピーを  $i_a$  とし、 $i=i_r-i_a$  とおくと、熱平衡式は次のようになる。

$$WL_0 = 1 - Ae^{-B} \quad (28.11)$$

ここで  $i_r$  は水蒸気のエンタルピーである。この式は式(28.8)と同じ形であるから、この解は式(28.9)に準じて

$$i = \frac{Li_v + H}{\gamma Q} (1 - e^{-\frac{\rho}{V}t})$$

となる。したがって、室内空気のエンタルピーの変動は次式で表わされる。

$$i_r = i_a + \frac{Li_v + H}{\gamma Q} (1 - e^{-\frac{Q}{V}t}) \quad (28.12)$$

ここで、注意しなければならないことは外気のエンタルピーは常に一定という仮定を含んでいるということである。

【例題 28.7】 室の熱供給と水蒸気発生がともに 0 で、外気のエンタルピー  $i_a$  が図 28.5 のように変化する場合の室内のエンタルピーの変化の式を示せ。

【解】 たとえば外気の平均エンタルピーを  $i_{am}$  とし、 $i = i - i_{am}$ ,  $i'_a = i_a - i_{am}$  とおくと、熱平衡式は

$$\gamma V \frac{di}{dt} + \gamma Q (i - i'_a) = 0 \quad (28.13)$$

となる。この解は式(28.8)の解と同様にして

$$i = i'_a (1 - e^{-\frac{Q}{V}t})$$

となるから、

$$i_r = i_{am} + (i_a - i_{am}) (1 - e^{-\frac{Q}{V}t}) \quad (28.14)$$

となる。上式は外気エンタルピーに対する室内エンタルピーの単位応答である。したがって、熱供給、水蒸気発生、外気のエンタルピー変化の 3 者がある場合の室内エンタルピーの変化はそれぞれの解を重畳して得られる。

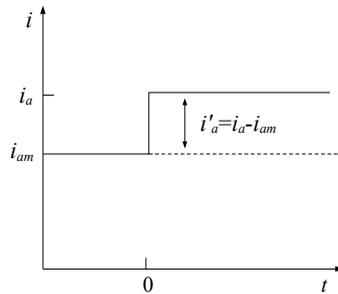


図 28.5

## 28.4 吸放湿

建築材料、特に内装材は種類によって多くの水分を吸収するものがある。つまり室内空間に面している吸湿性の高い材料は室内空気の湿度が高くなると室内の湿気を吸収し、室内空気の湿度が下がると自然に材料内の水分を室内空気

に放出する。前者を吸湿、後者を放湿といい、両者をまとめて吸放湿という。

これに対し湿気の移動という場合はもっと意味が広く、吸放湿も含まれるが壁体を貫流する湿気移動や湿気の少ない空気を入れ湿気の多い空気を出すという換気による水分の移動も含むのである。

したがって、ここでいう吸放湿とは室内空気と室内空気に面する材料との間の湿分の交換であって、特にその吸放湿の際水蒸気の温度も異なるために熱の移動を伴うのである。この吸放湿に伴う熱の移動量が場合によってはかなり大きな量となり、暖冷房負荷計算上無視しえない場合が起こりうる。室温を常時一定に保つ全日運転の場合は、室に面する外壁の内表面を除いて内壁表面温度と室温とはあまり差がなく、吸放湿があってもそれに伴う熱の移動は無視できる程度になるからこの問題はあまり重要ではない。しかし空調の間欠運転の場合には、常時室内表面温度と室内空気温度との間には温度差があり、しかもこれが変動しているので、また室内の水蒸気発生量も不規則であれば、これは非常問題として取り扱うことが重要な意味を持つてくる。

一般に吸放湿を無視した熱負荷計算では暖房冷房の場合ともに危険側になる。この吸放湿を伴う熱の移動を室内表面における熱の出入の形で暖冷房負荷の一部として取り扱う際には、その基礎理論は次のように考えられる。

まず既に述べたように湿気移動の過程は温度変動によっても左右されるので、吸着されている水蒸気、水蒸気

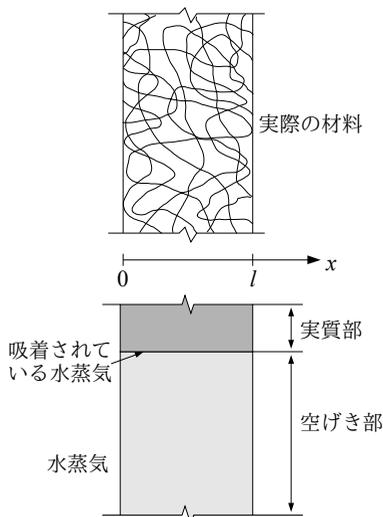


図 28.6

吸放湿による熱負荷が特に問題になるのは多孔質材料、たとえばテックス類、

ハードボード、吸音板、木毛セメント板などで、おもにそれらが塗料なしで直接室内空気に面している場合である。これらの材料表面と室内空気との間に温度差があるときは、熱伝達によって熱が移動するが、さらに湿度の差があるときは湿気伝達により水蒸気が移動する。ここで注意しなければならないことは、必ずしも温度の高い方が湿度も高いとは限らないので、湿気の移動による熱の移動を問題にするかぎりでは、結局温度差と湿度差とがわかれば温度差による熱の移動量と湿度差による湿気の移動に伴う熱の移動量との算術和として、正味の熱の移動量が求められることになる。

空げきの多い多孔質材では空げきを湿り空気が移動するわけであるが、これをわかりやすくするために図 28.6 のように実質部と空げき部とに分けてみる。ただし、どの  $x$  点でも実質部の温度と空げき部の温度は等しいとし、空げき部には水蒸気が含まれており、その水蒸気の温度もこれに等しいとする。このとき空げきの容積の全体の容積に対する比を空げき比  $v$  とする。資料にある材料の熱伝導率、湿気伝導率はこれら空げきを含めた材料自体としての値であって、実質部だけの値ではないことに注意しておく必要がある。

前田、松本は吸放湿による熱の移動を示す基礎理論式を導いた。これを吸音天井板を例にとって考えよう。

天井板断面内部のある微小部分  $dz$  について、その部分の温度を  $\theta(z,t)$ 、絶対湿度を  $x(z,t)$  とする。この材料の両側の温度と湿度とが変動する

ことによって材料内の温度も湿度も変わり、水蒸気もこれに伴って移動するが、

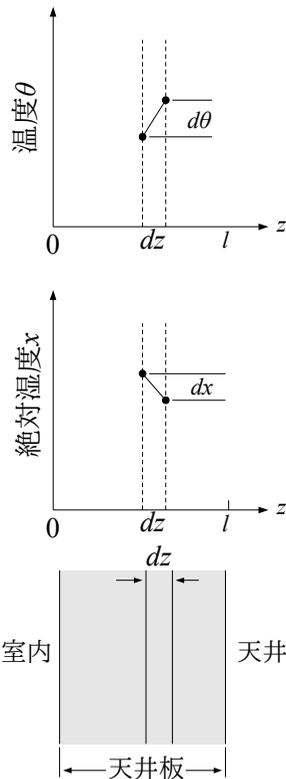


図 28.7

その際に空げき内の水蒸気が実質部に吸着されてしまったり移動しなくなったり、実質部に吸着されていた水蒸気が空げき部に放出されたりする現象が起きる。これも吸放湿とよんでいる。ここで前田、松本は次のような2種の物性値を考えることにより非定常熱伝導と湿気伝導の基礎式を導き<sup>†1)</sup>、半硬質繊維板についての数値計算結果から吸放湿による熱移動は無視できないとしている<sup>†2)</sup>。

すなわち、空げき部の絶対湿度が  $1 \text{ kg/kg}$  上昇したときに実質部に吸着される水蒸気量を  $\kappa \text{ [kg/m}^3(\text{kg/kg})]$ 、空げき部の温度が  $1^\circ\text{C}$  上昇したときに実質部から空げき部に放出される水蒸気量を  $\nu \text{ [kg/m}^3\text{C}]$  とする。材料の熱伝導率を  $\lambda$ 、透湿率を  $\mu' \text{ [kg/mh(kg/kg)]}$ 、比熱を  $C_p$ 、比重を  $\gamma$  とし、空げき内空気の比重量を  $\nu_a$  とするとき、図 28.7 で、微小時間  $dt$  の間に  $dz$  部分の温度が  $d\theta$ 、絶対湿度が  $dx$  上昇した場合、まず熱に関する平衡式は次のようにして導かれる。

$dz$  の両側での熱流の差は  $\lambda(\partial^2\theta/\partial z^2)$  で、この量が  $dz$  内に  $dt$  時間に貯えられる。そこで、温度  $d\theta$  の上昇によって  $dz$  内に  $dt$  時間に貯えられる熱量は  $(C_p\gamma+r\nu)(\partial\theta/\partial t)$  であり、絶対湿度  $dx$  の上昇によって  $dz$  内に  $dt$  時間に貯えられる熱量は  $-r\kappa(\partial x/\partial t)$  である。したがって、熱平衡式は

$$(C_p\gamma+r\nu)\frac{\partial\theta}{\partial t}-r\kappa\frac{\partial x}{\partial t}=\lambda\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} \quad (28.15)$$

となる。次に湿気平衡を考える。 $dz$  の両側の湿気移動の差は  $\mu'(\partial^2x/\partial z^2)$  でこれが  $dz$  内に  $dt$  時間に貯えられる。上と同様な考え方で、 $\partial\theta$  上昇および  $\partial x$  上昇によって  $dz$  内に  $dt$  時間に貯えられる水分量は、それぞれ  $-\nu(\partial\theta/\partial t)$  および  $\nu(\partial x/\partial t)$  であるから、湿気平衡の式は次のようになる。

$$-\nu\frac{\partial\theta}{\partial t}+(\nu\gamma_a+\kappa)\frac{\partial x}{\partial t}=\mu'\frac{\partial^2x}{\partial z^2} \quad (28.16)$$

したがって、境界条件を与えて式(28.15)と式(28.16)とを連立方程式として解けば任意の  $z, t$  に対する  $\theta$  と  $x$  との値の変動が得られる。この解析解はむずかしく、

†1 前田敏男, 松本衛 : 吸放湿におよぼす吸着熱の影響, 日本建築学会論文報告集, 号外, 1965-9

†2 前田敏男, 松本衛 : 半硬質繊維板の吸放湿過程に及ぼす吸着熱の影響, 日本建築学会論文報告集, 号外, 1966-10.

上記論文に半硬質繊維板の場合実測より  $\kappa=3080, \nu=1.715$  とある。

図 28.8 のような考え方による数値解が試みられている<sup>†1)</sup>。

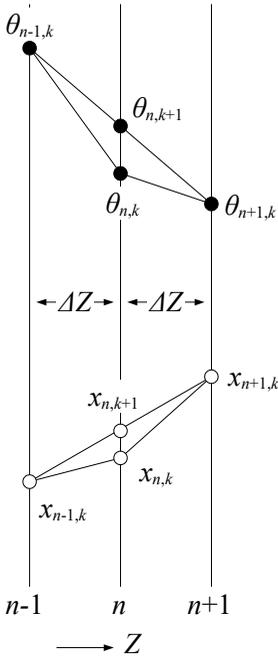


図 28.8

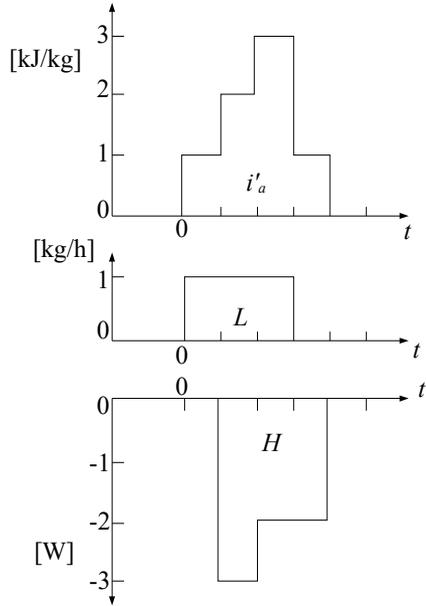


図 28.9

### 演習問題

図 28.9 に示すような外気エンタルピーの変化、水蒸気発生、熱供給がある場合の室内のエンタルピーの変化を求めよ。

†1 前田敏男, 松本衛: 吸放湿におよぼす吸着熱の影響, 日本建築学会論文報告集, 号外, 1965-9

## 第29章 熱取得と冷房負荷 (Heat Gain and Cooling Load)

### 29.1 熱取得

#### 29.1.1 熱取得と冷房負荷の相違

熱取得と冷房負荷とは異なる。同様に熱損失と暖房負荷とも異なる。本章および次章では空気調和の熱負荷の理論を扱うが、熱損失は負の熱取得、暖房負荷は負の冷房負荷と考え、符号を含めて熱取得と冷房負荷のみについて計算することにする。

熱取得はある室に対して侵入する不必要な熱エネルギーのことであり、これを除くために必要なエネルギーが冷房負荷である。したがって、両者は一見同じもののように考えられるが、これが異なる概念で把握する必要が生じて来たのは、負荷の時間的変動を求める際に、室内での蓄熱が問題になることが認識されるようになって来たためである。つまり熱取得を対流によるものと放射によるものとに分けて考えると、対流分は瞬間的にそのまま冷房負荷となるが、残りの放射分は実際に室内の他の表面へ伝達され構造体の中に貯えられて後負荷となる。そのために、1日の熱取得変動に対して冷房負荷変動はある時間の遅れをもって現われ、最大熱負荷は最大熱取得より少なくなる。

ここではASHRAEの年間空調負荷計算法<sup>†1)</sup>における用語にならって熱取得と冷房負荷とを次のように定義する。

熱取得とは、室温が常時一定であると仮想したときに室へはいる熱量をいう。冷房負荷とは、室温を常時一定に保つために必要な供給熱量をいう。

#### 29.1.2 熱取得の種類

室に対する熱取得は、分類のしかたによって次のようなものがある。

---

†1 文献(56)

(1) 建築部位による分類

外壁貫流、屋根貫流、地下室の壁床貫流、ガラス窓貫流と日射透過、すきま風と換気、室内発生熱

(2) 外乱要素による分類

外気温、外気湿度(絶対湿度、露点温度、湿球温度、水蒸気圧)、日射量、照明発熱、人体発熱、室内の器具からの発熱

(3) 顕潜熱による分類

顕熱取得、潜熱取得(すきま風、人体、器具)

以上のように内容的には分けて考えると理解しやすいが、実際の冷房負荷を考える場合には空調装置を含めた空調の系統に適した分類によって計算する。それには図 29.1 のような一般事務室の例について示すと、まず室内空間を外部気象要素に影響される外部ゾーンと影響されない内部ゾーンに分けることが必要となる。そして空気調和器の中のコイルにかかる負荷は機械換気の負荷を含めて装置の運転に関係して生ずる負荷を上室内負荷に加えたものとなる。図 29.1 の各項の説明をまとめたのが表 29.1 であり、この表の分類に従って次項以下にその計算方法を説明する。

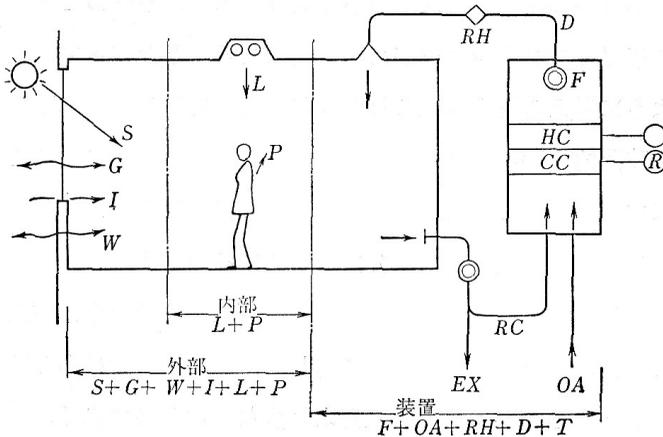


図 29.1

表 29.1

内部ゾーン負荷

*L*: 照明発熱による負荷

*P*: 人体発熱による負荷

外部ゾーン負荷

*S*: 窓通過日射による負荷

*G*: ガラス窓貫流熱による負荷

*W*: 外壁貫流熱による負荷

*I*: すきま風による負荷

*L*: 照明発熱による負荷

*P*: 人体発熱による負荷

装置運転負荷

*OA*: 換気のための外気導入による負荷

*F*: 送風機発熱による負荷

*D*: ダクトの断熱材貫流による負荷

*RH*: 再熱負荷

*T*: 室温変動による負荷

## 29.2 照明発熱による負荷

表 29.1 の内部ゾーン負荷のうち照明発熱による負荷から説明する。

### 29.2.1 照明発熱量

電力の形で供給される照明用のエネルギーは一部光のエネルギーに変えられるが、結局は全部熱エネルギーとなって室内へ放出される。たとえば 40 W のけい光燈と 150 W の白熱燈ではだいたい同程度の光を出す、この両者について電力が熱エネルギーに変わる内訳を示すと表 29.2 のようになる。さらにまた電球が取り付けられた照明器具はルミネア (luminaire) とよばれるが、この構造と取付方法、照明方式によっても熱分配の内容は異なってくる。

埋込形けい光燈および光天井の場合の熱分配の状態を表 29.3 に示す。

室全体の発熱量を算出する方法は第 21 章にも述べたが、その計算図表として著者が作成した第 13 章の図 13.6 がある。

表 29.2 電燈発熱の熱分配<sup>†1)</sup>

	150 W 白熱灯	40 W 蛍光灯
可視光線としての放射エネルギー	10%	18%
紫外線、赤外線としての放射エネルギー	70%	31%
バラストで発生する熱エネルギー	0	18%
電球からの対流と伝導によって周囲空気へ伝えられる熱エネルギー	20%	33%
全消費電力	150 W	49 W

表 29.3 照明方式による熱分配の比較<sup>†1)</sup>

	40 W 蛍光灯 埋込型ルミネア	40 W 蛍光灯 プラスチック板の光天井
天井裏にこもる熱	37 W (75%)	32.5 W (66%)
バラスト発熱	9	9
対流伝導による放熱	16	16
器具表面で吸収される光	4.5	3
器具表面で吸収される紫外線と熱線	7.5	4.5
直接室内へ入る熱	12 W (25%)	16.5 W (34%)
可視光線	4.5	6
紫外線と赤外線	7.5	10.5

【例題 29.1】 所要照度 600 lx、けい光燈による半間接照明のとき、床面積あたり照明発熱量を求める。

【解】 題に示された条件だけでは正確には求められないが、實際上このような計算の要求がありうる。したがって、不明の点は推定しなければならない。

まず式(21.3)により、床面積あたり所要光束  $F$  は、半間接照明の照明率を  $K=0.3$  減光補償率  $C=1.5$  と仮定すると、

$$\frac{F}{A} = \frac{EC}{K} = \frac{600 \times 1.5}{0.3} = 3000 \text{ lm/m}^2$$

けい光燈の照明効率  $\eta=60 \text{ lm/W}$  とすると、床面積あたり発熱量  $q$  はバラスト損失係数  $b=1.2$  として、

†1 木村建一：照明装置の発熱とその除去、空気調和衛生工学、37[6]、1963-6

$$q = \frac{F \cdot b}{A \cdot \eta} = \frac{3000 \times 1.2}{60} = 60 \text{ W/m}^2$$

となる。

### 29.2.2 照明発熱の蓄熱理論

次に、表 29.3 でわかるように、照明発熱は結局対流によるものと放射によるものに分けられ、さらにこれらは天井埋込のルミネアの場合は天井裏空間に放熱されるものと、室内へ放熱されるものに分けられる。この割合を具体的に一例として示すと図 29.2 のようになる。床は上表面でルミネアからの光と長波長放射を受け、下表面で天井裏ヘルミネアの殻から長波長放射を受けて熱を蓄えることになる。したがって、図 29.3 に示すように冷房負荷  $q$  はルミネアからの対流による瞬間負荷と天井面と床面とから室内空気に伝達される対流熱伝達との和として表わされ、時間的変動で考えると照明発熱  $W$  とは異なってくる。

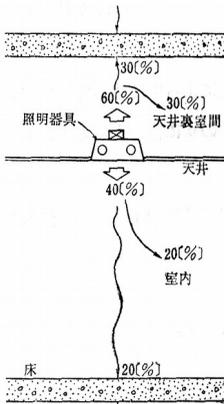


図 29.2

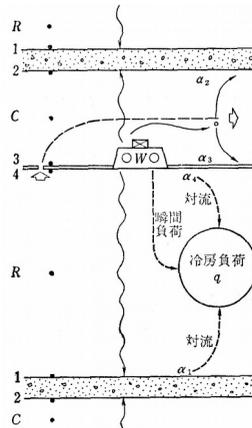


図 29.3

点燈時間が1日のうちである定められた期間であるとする、消燈後も床面からの対流による負荷は残ることになり、これは翌日の点燈時にまでも及ぶ。したがって照明発熱とそれによる冷房負荷変動の曲線は図 29.4 のようになり、実際の負荷は数日繰り返された場合の値として求めなければならない。単位の照明発熱に対する冷房負荷の比を照明の蓄熱係数(Storage load factor 略して SLF)

といい、carrier の推奨値があるが、ここでは著者が Stephenson との共同研究<sup>†1)</sup>で理論的に導いた計算式を示す。

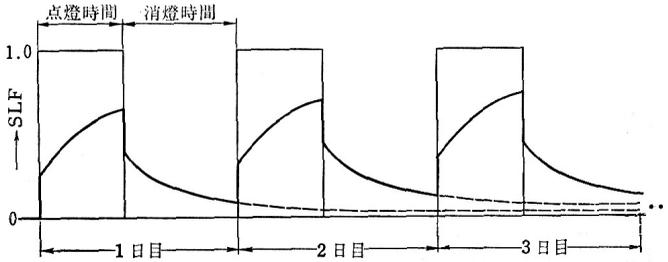


図 29.4

まず時間  $t \leq 0$  で十分長い時間消燈していた後  $t=0$  以後単位の照明発熱があったとする。室温を常時 0 に保つ条件でこのときの冷房負荷  $q$  はほぼ

$$q = 1 - Ae^{-Bt} \quad (29.1)$$

で表わされる。ここに  $A, B$  は床、天井の構造によって決まる定数である。そこで  $t=M$  にて消燈し、それ以後も室温を基準の 0 に保つとすると、 $t > M$  については

$$q = 1 - Ae^{-Bt} - (1 - Ae^{-B(t-M)}) = Ae^{-Bt}(e^{BM} - 1) \quad (29.2)$$

となる。一般に前日、前々日も同様な状況であったとすると、 $0 < t \leq M$  では

$$\begin{aligned} q &= 1 - Ae^{-Bt} + A(e^{BM} - 1)(e^{-B(t+24)} + e^{-B(t+48)} + \dots) \\ &= 1 - Ae^{-Bt} + Ae^{-Bt}(e^{BM} - 1) \frac{e^{-24B}}{1 - e^{-24B}} \\ &= 1 - Ae^{-Bt} \frac{1 - e^{B(M-24)}}{1 - e^{-24B}} \end{aligned} \quad (29.3)$$

$M < t \leq 24$  では

$$\begin{aligned} q &= Ae^{-Bt}(e^{BM} - 1)(1 + e^{-24B} + e^{-48B} + \dots) \\ &= \frac{Ae^{-Bt}(e^{BM}) - 1}{1 - e^{-24B}} \end{aligned} \quad (29.4)$$

†1 Kimura K., Stephenson D.G. : Theoretical Study of Cooling Load Caused by Lights · ASHRAE Transactions Vol.74, Part II, 1968.

となる。

### 29.2.3 照明負荷の重み係数

点燈時間 1 時間のときの 1 時間ごとの照明負荷の値を数列として求めたものを照明負荷の重み係数といい、 $WL_j (j=0, 1, \dots)$  で表わす。

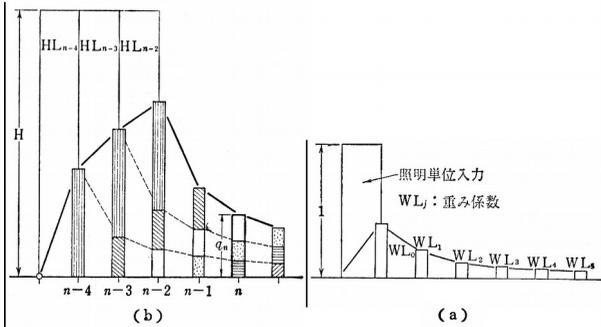


図 29.5

$j=0$  については、式(29.1)で  $t=1$  としたものであるから

$$WL_0 = 1 - Ae^{-B} \quad (29.5)$$

$j \geq 1$  については式(29.2)で  $M=1$ 、 $t=j+1$  としたものであるから、

$$WL_j = Ae^{-B(j+1)}(e^B - 1) \quad (29.6)$$

となる。これを図に示せば図 29.5(a) のようになる。同図(b)は重み係数の使い方の例として 3 時間点燈の場合で点燈後 5 時間の  $n$  時の負荷を求めるときに、一般に

$$q_n = \sum_{j=0}^{\infty} WL_j \cdot HL_{n-j} \\ = WL_0 \cdot HL_n + WL_1 \cdot HL_{n-1} + WL_2 \cdot HL_{n-2} + WL_3 \cdot HL_{n-3} + \dots \quad (29.7)$$

であるが、この場合は  $HL_n = HL_{n-1} = 0$ 、 $HL_{n-2} = HL_{n-3} = HL_{n-4} = H$  であるから

$$q_n = (WL_2 + WL_3 + WL_4) H \quad (29.8)$$

として求められることを示したものである。

【例題 29.2】 Stephenson と著者との理論研究による 15 cm 厚程度のコンクリート床構造でつり天井に埋込み式けい光燈のある場合、例として式(29.5)、式(29.6)の定数は

$$A=0.755 \quad B=0.127$$

となった。これを用いて照明の重み係数を求めよ。

【解】  $j=0$  については式(29.5)から、

$$WL_0 = 1 - 0.755e^{-0.127} = 0.3350$$

$j \geq 1$  については式(29.6)から、

$$WL_1 = 0.755e^{-0.127 \times 2} \times (e^{0.127} - 1) = 0.0699$$

$$WL_2 = 0.755e^{-0.127 \times 3} \times (e^{0.127} - 1)$$

$$= WL_1 \times e^{0.127} = 0.88073 \times WL_1 = 0.0615$$

$$WL_3 = 0.88073 \times WL_2 = 0.0542$$

0.88073 が共通比<sup>†1)</sup>となる。

以下同様にして求めると表 29.4 のようになる。

表 29.4

$j$	$WL_j$
0	0.3350
1	0.0699
2	0.0615
3	0.0542
4	0.0477
5	0.0420
6	0.0370
7	0.0326
8	0.0287
9	0.0253
10	0.0223

【例題 29.3】 午前 8 時から午後 6 時まで点燈する 1 日周期のサイクルが、連続した場合の各時の照明負荷蓄熱係数(SLF)を上 の例題の数値を用いて求めよ。

【解】 午前 9 時から 18 時までの  $n$  時の値は式(29.3)にて  $t=n-8$  とおけばよい。10 時間点燈であるから  $M=10$  として、

$9 \leq n \leq 18$  に対し

$$SLF_n = 1 - 0.755e^{-0.127(n-8)} \frac{1 - e^{-14 \times 0.127}}{1 - e^{-24 \times 0.127}}$$

午後 7 時から翌日午前 7 時までは式(29.4)を用いる。

$19 \leq n \leq 24$  に対し

†1 第 23 章 23.4.3 参照

$$SLF_n = 0.755 e^{-0.127(n-8)} (e^{1.27} - 1) \left(1 + \frac{e^{-0.127(n+16)}}{1 - e^{-0.127 \times 24}}\right)$$

1 ≤ n ≤ 7 に対し

$$SLF_n = 0.755 e^{-0.127(n+16)} (e^{1.27} - 1) \left(1 + \frac{e^{-0.127(n+40)}}{1 - e^{-0.127 \times 24}}\right)$$

n=8 に対しては式(29.3)による値と式(29.4)による値との平均を用いる。

$$SLF_8 = \frac{1}{2} \left\{ 1 - 0.755 \frac{1 - e^{-14 \times 0.127}}{1 - e^{-24 \times 0.127}} + \frac{0.755 e^{-0.127 \times 24} (e^{1.27} - 1)}{1 - e^{-0.127 \times 24}} \right\}$$

計算結果を整理すると表 29.5 のようになる。

これは 24 時間空調の場合の照明負荷計算に利用できるもので、たとえば照明発熱が床面積あたり 20 W/m<sup>2</sup> のときの正午の負荷は SLF<sub>12</sub>=0.6035 を用いて、

$$20 \times 0.6035 = 12.07 \text{ W/m}^2$$

となる。

表 29.5

時刻 $n$	SLF <sub><math>n</math></sub>	時刻 $n$	SLF <sub><math>n</math></sub>	時刻 $n$	SLF <sub><math>n</math></sub>
1	0.0636	9	0.4687	17	0.7899
2	0.0556	10	0.4889	18	0.8150
3	0.0490	11	0.5499	19	0.1359
4	0.0430	12	0.6035	20	0.1196
5	0.0378	13	0.6510	21	0.1032
6	0.0332	14	0.6925	22	0.0925
7	0.0325	15	0.7291	23	0.0814
8	0.2188	16	0.7615	24	0.0718

## 29.3 人体および器具からの発熱による負荷

### 29.3.1 人体発熱

通常用いられている人体発熱による冷房負荷の数値は、成人男子 1 人あたり

顕熱負荷 58.15 W/人

潜熱負荷 46.5 W/人

である。

床面積あたりの冷房負荷を求める場合は、居住人員の推定によって負荷の値が異ってくる。事務室の場合の標準的な見積り方としてはだいたい次のように考えてよい。

(1)かなり混雑した室 : 5 m<sup>2</sup>に 1 人

(2)中程度の人数のいる室 : 7.5 m<sup>2</sup>に 1 人

(3)かなりゆとりのある室 : 10 m<sup>2</sup>に 1 人

【例題 29.3】かなり混雑した室について人体発熱による床面積あたり冷房負荷を求めよ。

【解】顕熱負荷  $q_s=58.15 \times 0.2=11.6 \text{ W/m}^2$

潜熱負荷  $q_t=46.5 \times 0.2=9.3 \text{ W/m}^2$

となり、この負荷が居住時間にわたって現われるものとする。

顕熱負荷のうち半分は対流、半分は放射によって室内へ放熱されるとすると、放射の分については室内での蓄熱を考慮に入れるべきであるが、通常これらは無視されている。潜熱負荷は発汗と呼吸によるものであるから直ちに負荷になると考えてよい。

### 29.3.2 器具からの発熱

室内にある事務器械は電動のものが多く、複写器や電動タイプライターのように発熱源は多い。また室の用途に応じて水蒸気を発生するものもかなりあり、潜熱負荷となる。表 29.6 にその例を示す。電動機を含む器具の場合は、そのモーターの馬力数またはワット数を調べてこの表から熱量を計算すればよい。

表 29.6 器具発熱による冷房負荷 [W]<sup>†1)</sup>

器具	顕熱負荷	潜熱負荷
モーター類 1/8~1/2(HP)	1233 (1HP あたり)	
1/2~3(HP)	1070 (1HP あたり)	
3~20(HP)	861 (1HP あたり)	
ガスコーヒー沸し (径 40 cm)	1454	1453
(径 30 cm)	872	872
家庭用ガスオーブン	2326	1163
美容院用部屋ドライヤー	5815	0
ブンゼン灯	582	151
蒸気消毒器 (60 × 30 × 30 cm)	698	349

1 HP = 0.746 kW, 1 Wh ≈ 0.860 kcal

†1 文献(103) p.193

## 29.4 ガラス窓透過日射

### 29.4.1 日射熱負荷の計算順序

ガラス窓を透過して室内へはいつてくる日射熱による冷房負荷は次の順序に従って求める。

(1) 与えられた方位、角度を持つガラス窓面に日除けがなかったとしたときの直達日射量、拡散日射量を求める。

(2) 外部障害物、日除け、窓枠による影の状態を求め、直達日射と天空日射のガラス面に当たる量を求める。(1)と(2)については第22章に詳しく述べてある。

(3) ガラスの種類および内部しゃへい物(ブラインドなど)に吸収される日射量およびそれらを透過する日射量を求める。ガラスの吸収透過については第7章、ブラインドの伝熱機構については第24章を参照する。

(4) 上の(3)のうち吸収される日射量については室内外の条件から第11章に述べてある方法によって熱平衡式をたてて、結局室内空気面に面する材から室内空気への対流熱伝達量と室内各表面への放射熱伝達量を求める。この和が熱取得で、対流熱伝達量はそのまま冷房負荷となるが、放射熱伝達量は時間的に遅れて負荷となる。

(5) (3)のうち透過日射量には拡散成分と直達成分とがあるので、この両者がどのような比率で室内の各表面に当たるかを求める。拡散成分については第10章の形態係数を用い、第24章に述べた方法で、床板などへの蓄熱を考慮して冷房負荷を算出する。

(6) (4)と(5)との和を求めてガラス窓透過の日射熱による冷房負荷とする。

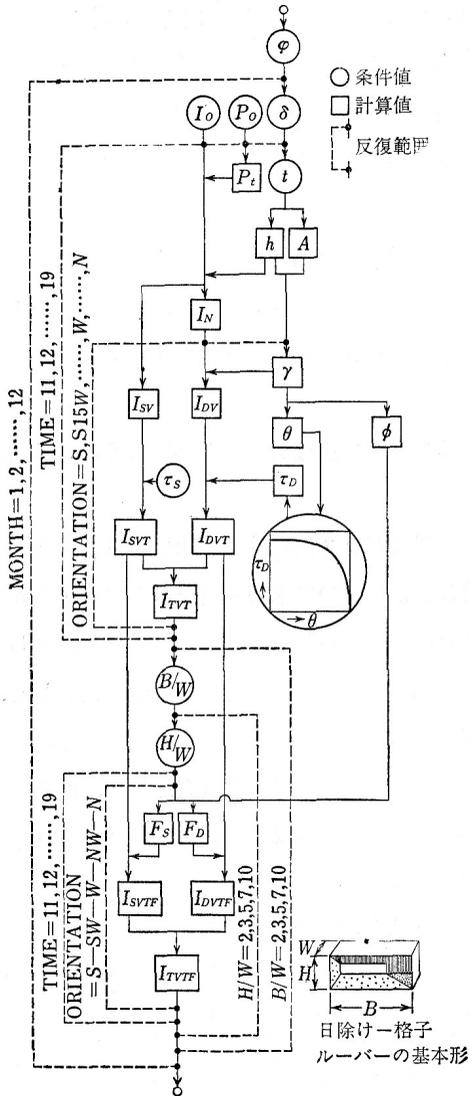
### 29.4.2 透過日射の熱取得

著者はガラス面に外部日除けがある場合のガラス透過日射量を直達日射と拡散日射とについて求める電子計算プログラムを作成した<sup>†1)</sup>。これは上記の意味でいうと熱取得である。その計算過程を示したのが、図29.6に示すフローチャートである。その計算結果の一例として、同図右下に示す日除けの形で

---

†1 木村建一：日除けのあるガラス窓からの日射熱取得計算値，日本建築学会関東支部第38回，学術研究発表会，1967

$H/W=2$ 、 $B/W=5$  の日除けが南西向き窓面に設けられた場合について 7 月 21 日の快晴日に現われる直達日射、拡散日射の毎時のガラス透過熱取得を表 29.7 に示す。これは内側日除けのない場合である。



- $\phi$ : 緯度
- $\delta$ : 日赤緯
- $t$ : 時角
- $h$ : 高度
- $A$ : 方位角
- $\gamma$ : 窓面方位角
- $\theta$ : 窓面に対する入射角
- $\phi$ : 見かけの太陽高度
- $\tau_0$ : 直達日射に対する日射透過率
- $\tau_s$ : 天空日射に対する日射透過率
- $I_N$ : 法線面日射量
- $I_{DV}$ : 垂直面直達日射量
- $I_{SV}$ : 垂直面天空日射量
- $I_{RVT}$ : ガラス透過垂直面直達日射量
- $I_{SVT}$ : ガラス透過垂直面天空日射量
- $I_{TVT}$ : ガラス透過垂直面全日射量
- $I_{DVTF}$ : ルーバーおよびガラス透過垂直面直達日射量
- $I_{SVTF}$ : ルーバーおよびガラス透過垂直面天空日射量
- $I_{TVTF}$ : ルーバーおよびガラス透過垂直面全日射量
- $B/W$ : 格子ルーバーの奥行  $W$  に対する幅  $B$  の比
- $H/W$ : 格子ルーバーの奥行  $W$  に対する高さ  $H$  の比
- $F_D$ : 窓面積のうち直達日射が当たる面積の割合
- $F_S$ : 天空日射のうち窓面に当たる量の割合

図 29.6

表 29.7 日除けとガラス透過日射量 W

時刻	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
拡散日射	0.0	15.1	19.8	23.3	24.4	25.6	26.7	27.9	26.7	25.6	24.4	23.3	19.8	15.1	0.0
直達日射	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.9	94.2	127.9	114.0	48.8	0.0
合計	0.0	15.1	19.8	23.3	24.4	25.6	26.7	27.9	26.7	46.5	118.6	151.2	133.7	64.0	0.0

### 29.4.3 透過日射熱取得に対する冷房負荷重み係数

室内構造体に透過日射が吸収されて蓄熱され、後になって冷房負荷になるという意味は、熱取得と冷房負荷とを表 29.7 のような時間の数列で表わされた場合に、両者を関係づける重み係数を用いて計算する。その計算法は第 16 章 16.5.2 で説明してあるが、たとえば 1 の熱取得に対して、その半分がその時刻に冷房負荷となり、1/4 が 1 時間後に冷房負荷となり、15% が 2 時間後、10% が 3 時間後に負荷となるものと仮定すると、

$$\begin{aligned}
 W_0 &= 0.50 & W_1 &= 0.25 & W_2 &= 0.15 \\
 W_3 &= 0.10 & W_4 & \text{以下は } 0
 \end{aligned}$$

という意味であって、 $\Sigma W = W_0 + W_1 + W_2 + W_3 = 1$  となっている。

【例題 29.4】表 29.7 の合計日射透過による熱取得の値を上記の重み係数を用いて、14 時以後の冷房負荷を計算せよ。

【解】式(16.40)を用いて計算すればよい。表形式にしてみる。

$n$	$H_n \times W_0 + H_{n-1} \times W_1 + H_{n-2} \times W_2 + H_{n-3} \times W_3$	$Q_n$	$H_n$
14 時	$40 \times 0.5 + 23 \times 0.25 + 24 \times 0.15 + 23 \times 0.1 = 20 + 5.8 + 3.6 + 2.3 = 31.7$		40
15 時	$102 \times 0.5 + 40 \times 0.25 + 23 \times 0.15 + 24 \times 0.1 = 51 + 10 + 3.5 + 2.4 = 66.9$		102
16 時	$130 \times 0.5 + 102 \times 0.25 + 40 \times 0.15 + 23 \times 0.1 = 65 + 25.5 + 6 + 2.3 = 98.8$		130
17 時	$115 \times 0.5 + 130 \times 0.25 + 102 \times 0.15 + 40 \times 0.1 = 57.5 + 32.5 + 15.3 + 4 = 109.3$		115
18 時	$55 \times 0.5 + 115 \times 0.25 + 130 \times 0.15 + 102 \times 0.1 = 27.5 + 28.8 + 19.5 + 10.2 = 86.0$		55
19 時	$0 \times 0.5 + 0 \times 0.25 + 115 \times 0.15 + 130 \times 0.1 = 0 + 13.8 + 17.3 + 13.0 = 44.1$		0
20 時	$0 \times 0.5 + 0 \times 0.25 + 55 \times 0.15 + 115 \times 0.1 = 0 + 8.2 + 11.5 = 19.7$		0
21 時	$0 \times 0.5 + 0 \times 0.25 + 0 \times 0.15 + 55 \times 0.1 = 0 + 0 + 5.5 = 5.5$		0

この  $W_j$  の値は室空間を囲む構造体の種類について異なるべきものである。

ASHRAEの年間空調負荷計算法<sup>†1)</sup>には暫定的な値が示されている。石野と著者は第24章に述べた室内水蒸気による放射の吸収も含めて室内各表面間の放射熱交換と表面対流熱伝達に関する熱平衡式をたて、重み係数を理論的に求めた<sup>†2)</sup>。同一の理論で次項に述べる外壁貫流熱取得に対する冷房負荷の重み係数も算出した。また田中、宮川はベネシャンブラインドがある場合とない場合とについて実験によって求めた<sup>†3)</sup>。ミタラス(Mitalas)は実際の事務所建築の1室について精密な熱負荷実測を行ない、透過日射量に対する冷房負荷重み係数を求めた<sup>†4)</sup>。表29.8にこれらの値を比較したものを示す。

表 29.8 透過日射に対する冷房負荷重み係数

j	日除けのない場合					内側ベネシャンブラインドがある場合			
	ASHRAE 暫定提案 RMRG <sub>j</sub>	田中、宮 川 実験 W <sub>j</sub>	Mitalas 実験 RMRG <sub>j</sub>	木村、石 野 理論 WS <sub>j</sub>	木村 略 算用提案 WS <sub>j</sub>	ASHRAE 暫 定提案 SC・RMRX <sub>j</sub>	田中、宮 川 実験 W <sub>j</sub>	木村、石 野理論 WB <sub>j</sub>	木村 略 算用提案 WB <sub>j</sub>
0	0.40	0.422	0.538	0.311	0.50	0.384	0.727	0.48	0.50
1	0.20	0.209	0.124	0.085	0.25	0.096	0.051	0.01	0.10
2	0.12	0.084	0.051	0.062	0.15	0.058	0.007	0.01	0.05
3	0.09	0.052	0.027	0.054	0.10	0.038	-	-	-
4	0.06	0.046	0.018	0.048	-	0.026	-	-	-
5	0.04	0.021	0.014	0.043	-	0.019	-	-	-
6	0.03	-	0.012	0.038	-	0.013	-	-	-
7	0.02	-	0.011	0.033	-	0.006	-	-	-
8	0.01	-	0.010	0.030	-	-	-	-	-

## 29.5 ガラス窓貫流熱

ガラス窓を貫流する熱量は室内外空気温度差に比例した熱量がそのまま瞬間の熱取得であると考えられる。

†1 文献(56).

†2 木村建一, 石野久彌, 石川幸雄: 表面熱流に対する冷房負荷重み係数の計算法(冷房負荷重み係数の理論研究 I)、各種熱取得要素に対する冷房負荷重み係数の計算法(冷房負荷重み係数の理論研究 II)、日本建築学会大会学術講演梗概集, 1970

†3 田中辰明, 宮川保之: 回転実験室冷房負荷重み係数(実測による透過日射量に対する冷房負荷重み係数)、日本建築学会関東支部第40回学術研究会発表会、1969

†4 Mitalas.G.P.: An Experimental Check on the Weighting Factor Method of Calculating Room Cooling Load, ASHRAE Transactions, Vol.75, PartII, 1969

### 29.5.1 ガラスの熱貫流率

#### (1) 普通単層ガラス

熱貫流率は普通よく  $5.5 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$  が用いられている。これはガラス自体の熱抵抗は無視し、内側表面熱伝達率  $7.5 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ 、外側表面熱伝達率  $20 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$  とした場合の値である。特に外部日除けのない窓面で周囲に障害物がないような場合には第 24 章に述べた大気放射を考慮して計算する。

#### (2) 吸熱単層ガラス

熱貫流率は透明ガラスと変わらないが、日射吸収率が大きいため日射相当外気温を用いる。

#### (3) 複層ガラス

中空層をはさんで 2 枚のガラスからなる。中空層の熱抵抗の分だけ全体の熱抵抗が増すので、熱貫流率は  $2.6 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$  程度になる。

#### (4) 反射ガラス

金、銀、アルミニウムなどの金属をガラス面に蒸気の形で吹きつけてガラス表面に金属の薄膜を作ったものは日射反射率が高く、透過率もかなり高いが、これは通常複層ガラスの 1 枚としてこの蒸着面を中空層に面して用いられる。したがって、放射熱伝達が少なくなるため、熱貫流率は 1.5 程度になる。

### 29.5.2 ベネシャンブラインドがある場合のガラス

ベネシャンブラインドを多数のスラットの染合体とみなしたとき、ガラスとの間の空気は完全に室内空気と混合しにくいので、ある程度の熱抵抗をもつとみなされる。田中、宮川の実験<sup>†1)</sup>によれば、夜中の空調停止時ではガラスとベネシャンブラインドとの合成体の熱貫流率はだいたい  $4 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$  程度になる。

### 29.5.3 外気温のとり方

日射の当たる外壁面のガラス熱貫流熱量を計算する場合に外気温のとり方が問題となる。これは日射を吸収して高温となった外壁面に沿って暖い上昇気流が生じるために、ガラス外面付近の気温は一般外気温よりかなり高くなる。したがって、熱取得は過小評価されがちとなる。

---

†1 木村, 田中, 宮川: 回転式空調実験室によるガラス窓からの熱負荷変動に関する実験的研究空調和・衛生工学, 44[7], 1970

### 29.5.4 室内側表面熱伝達率のとり方

室内側表面熱伝達率は便宜的に対流成分と放射成分との和として一般に考えられているが、厳密には放射成分は室内各表面間の放射熱授受が問題となり、対流成分は窓付近に空調吹出口がある場合とない場合あるいは空調停止時とで当然異なる。略算的にこの考え方を整理すると表 29.9 のようになる。

表 29.9 室内側表面熱伝達率[W/(m<sup>2</sup>K)]

	対流	放射	$\alpha_i$
窓面に沿う空調吹出のある場合	7	夏 5.5	12.5
		中 5.0	12.0
		冬 4.5	11.5
窓面に沿う空調吹出のない場合および空調停止時	4	夏 5.0	9.0
		中 4.5	8.5
		冬 4.0	8.0

### 29.5.5 外表面熱伝達率のとり方

外表面熱伝達のうち放射については第 24 章大気放射の項で扱った。対流熱伝達率は風速によって変わるが、これは窓面近傍の風速によるのであって、外部一般風速とは直接関係づけられない。

伊藤、岡および著者らは実在建物での実験によってこの関係を明らかにした<sup>†1)</sup>。それによると、ある建物の外壁面に対し、その方位と風向と外部風速によって壁面近傍の風速はある程度関係づけられ、また壁面近傍風速と対流熱伝達率は関係づけられる。夏の日射が当たる面についての実験結果は得られていないが、著者は暫定的に一般の実用的数値としては次のアルゴリズムに示すような形で求められるという提案を行なった。

外表面対流熱伝達率を求めるアルゴリズム

入力 V: 外部一般風速 m/s

DIR: 風向き(北から時計方向に計った角度)

WA: 壁面方位角(南から西方向が正、東方向が負の角度)

†1 伊藤直明, 他: 自然風下における建築物外壁面の対流熱伝達について(II), 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1968-10

出力 VC : 壁面近傍風速 m/s

AC : 外表面対流熱伝達率 kcal/m<sup>2</sup>h°C

計算順序

(1) 壁面に対する風向を計算する。

$$RWD=WA+180-DIR$$

もし $|RWD|>180$ ならば $RWD=360-|RWD|$

もし $-45\leq|RWD|\leq 45$ ならば、表面は風上側、それ以外は風下側

(2) 壁面近傍風速を求める。

(i)もし $|RWD|<90$ (風上側)ならば

$$V>2 \text{ のとき } VC=0.25\times V$$

$$V\leq 2 \text{ のとき } VC=0.5$$

(ii)もし $|RWD|\geq 90$ (風下側)ならば

$$VC=0.3+0.05\times V$$

(3) 外表面熱伝達率を求める。

$$AC=4.7+7.6\times VC$$

## 29.6 外壁貫流熱

### 29.6.1 軽量壁

カーテンウォールなど熱容量の非常に小さい外壁の場合は、瞬間的熱取得をそのまま冷房負荷と考えてよい。内側および外側の表面熱伝達率のとり方、外気温のとり方についてはガラスの場合と同様である。

### 29.6.2 重量壁

一般に軽構造以外の外壁、内部の熱貫流による熱取得は不定常熱伝導によって求めなければならない。これについては第23章に詳述してあるのでここでは省略する。

重み係数法で外壁貫流熱負荷を計算する場合は、外壁の応答係数を外壁外表面から室内側境界層までを含めて計算して、これに外表面温度  $TO_n$  を与えたときの室内側熱流の応答を熱取得  $HG_n$  とし、熱取得に対する冷房負荷重み係数

$WX_j$ を用いて冷房負荷  $CL_n$ を算出する。また、著者らは室内水蒸気の影響を含めた室内の放射熱授受の理論的計算から表 29.10 に示すような  $WX$  の値を求めた。

$$HG_n = \sum_{j=0}^{\infty} Y_j \cdot T O_{n-j} \quad (29.9)$$

$$CL_n = \sum_{j=0}^{\infty} WX_j \cdot HG_{n-j} \quad (29.10)$$

ここに、 $TO_n$ は室温基準の外表面温度であることに注意する。 $TO_n$ は第 24 章に述べた外表面での熱平衡式を作って求める。 $HG_n$ を求めるときに、外壁外表面で吸収される日射量を外気温度と組み合わせて相当外気温度  $SAT_n$ を用いる場合には、外壁の応答係数を外壁表面熱伝達率を含めたものとして求めておく。これを  $YA_j$ とすると、熱取得  $HG_n$ は次式から計算される。

$$HG_n = \sum_{j=0}^{\infty} YA_j \cdot SAT_{n-j} \quad (29.11)$$

外壁の熱貫流率が  $3 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ 程度以下の場合、実用的には式(29.9)によらなくても式(29.11)で十分であろう。

表 29.10

$j$	ASHRAE 暫定提案 RMRX <sub>j</sub>	木村、石野 理論 WX <sub>j</sub>	木村略算用提案 WX <sub>j</sub>
0	0.60	0.632	0.70
1	0.15	0.058	0.15
2	0.09	0.044	0.10
3	0.06	0.035	0.05
4	0.04	0.028	-
5	0.03	0.023	-
6	0.02	0.019	-
7	0.01	0.016	-
8	-	0.014	-
9	-	0.012	-
$WX_j / WX_{j-1}$		0.878	-

## 演習問題

(1) 照明発熱  $HL_n$  による冷房負荷  $CL_n$  を式(29.5), 式(29.6)の照明発熱の重み係数  $WL_j$  を用いて表わすとき、

$$CL_n = \sum_{j=0}^{\infty} WL_j \cdot HL_{n-j}$$

の代わりに

$$CL_n = V_0 \cdot HL_n + V_1 \cdot HL_{n-1} + C \cdot CL_{n-1}$$

と書き表わせることを示し、定数  $V_0, V_1, C$  を  $A, B$  で表わせ。

(2) 式(29.10)と式(29.11)とまとめると、

$$CL_n = \sum_{j=0}^{\infty} U_j \cdot SAT_{n-j}$$

となり、

$$U_j = \sum_{i=0}^j YA_i \cdot WX_{j-i}$$

であることを証明せよ。

## 第30章 間欠空調 (Intermittent Air Conditioning)

### 30.1 室温変動と熱負荷

#### 30.1.1 冷房負荷と除去熱量

第29章の熱取得と冷房負荷とは室温が常時一定であるという仮想に基づいている。実際は24時間空調の場合でも室温が設定室温付近のある範囲内を上下することになるので、空調装置による除去熱量は冷房負荷とは異なる。間欠空調の場合には、夜間運転を中止すると室温が大幅に変動し、このために早朝の予熱予冷時間とそのときの負荷は大きくなり、室内蓄熱を考えると夜間の室温の影響が24時間以上にもわたることがある。

#### 30.1.2 間欠空調の3期間

間欠空調の1日を室温と冷房負荷との変動特性に関して分けると3種になる。調整時、非調整時および予熱時である。

(1)調整時とは、室内が快適温度に保たれる期間で、室温を一定に保つために必要な冷房負荷は変動する。実際、上述のように室内設定温度を中心として快適範囲内を上下に変動する場合は、供給すべき必要な熱量は冷房負荷と異なり、これを除去熱量(heat extraction)という。

(2)非調整時とは、熱供給をしない期間で、熱取得に応じて室温が変動する。ただし場合によりある程度の熱供給をすることもある。これは厳寒期の凍結防止あるいは夜間電力を利用した蓄熱運転など種々の理由によるが、調整時と同一の室温を保つ必要はないのでいずれにしても室温は変動する。

(3)予熱時とは、調整時に先立って室温を室の使用開始時までに空調によって快適条件に到達させる時間帯をいう。空調装置の容量を100%利用するのがたてまえで、必要な予熱時間はこれに左右される。また予熱時間を定めると必要な

装置容量が定まる。冷房の場合は予冷(pull down)、暖房の場合は予熱(pick up)という語が一般に用いられているが、ここでは冷房暖房にかかわらず予熱という語を用いる。

上の3期間についてそれぞれ室温、冷房負荷、周壁の表面あるいは内部の温度が、間欠空調の問題を解く上で、条件で与えられるものか求めるものであるかが異なる。これを整理して表 30.1 に示す。

表 30.1

	室温	冷房負荷	周壁温度
調整時	設定（基準の0）	未知	未知
非空調時	未知	0	未知
予熱時	未知	既知…予熱時間未知 未知…予熱時間既知	未知

### 30.1.3 室温変動と負荷変動の形

図 30.1 に、重構造の建物の室、軽構造の建物の室について、夏、秋、冬の典型的な室温と負荷との変動の形を上記の3種の期間に分けて示す。これらは説明的な図で、具体的な例について計算したものではないが、傾向を理解するために役に立つものと思う。熱負荷は冷房を正、暖房を負にとってある。

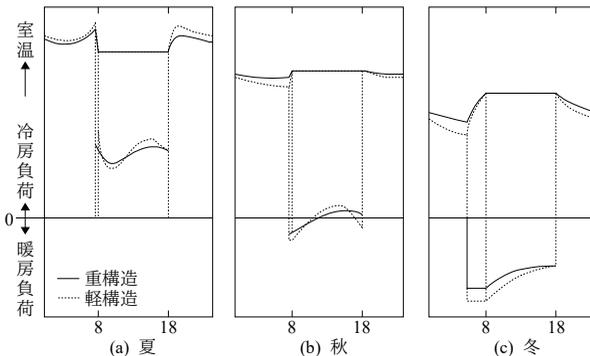


図 30.1

### 30.2 室の熱容量

間欠空調の室温変動と冷房負荷とを求めるには室の熱容量を知ることが重要である。

### 30.2.1 室内空気の熱容量

室内空気の熱容量は空気と水蒸気との熱容量の和と考える。室容積  $V[\text{m}^3]$ 、空気の定圧比熱  $C_{pa}[\text{kJ/kg K}]$ 、空気の密度  $\rho_a[\text{kg/m}^3]$ 、水蒸気の定圧比熱  $C_{pv}[\text{kJ/(gK)}]$ 、絶対湿度  $x[\text{g/kg}]$ とすると、

$$Q_a = (C_{pa} + C_{pv}x) \rho_a V \approx C_{pa} \rho_a V \quad [\text{kJ/K}] \quad (30.1)$$

$$\approx 1.2 V \quad [\text{kJ/K}]$$

となる。実際の室で家具がある場合には空気の熱容量は家具の熱容量に比べてわずかであるが、0.1 時間程度の短い時間間隔の室温変動を計算する場合には計算に入れる必要がある。

### 30.2.2 家具の熱容量

家具の熱容量は室温変動にかなり大きな影響を及ぼす。著者らは家具使用についての実態調査を行ったが、事務所建築の一般事務室 44 例について統計をとってみると表 30.2 のような結果が得られた<sup>†1</sup>。

表 30.2 事務所建築の単位容積あたり家具の熱容量  $[\text{kJ/m}^3\text{C}]$

	平均	標準偏差
家具	7.29	2.01
書類	5.02	2.22
家具+書類	12.31	1.51

### 30.3 熱容量質点系による数値解

著者は不規則な外乱に対応して変動する室温と熱負荷とを同時に求めてゆく数値解法を提案した。これは外壁床版、および内壁などをいくつかの層に分割しておおのこの層の質点にその層の熱容量が集中していると考え、その層の温度はその質点に代表させて各質点間の熱平衡を考える。室温とその各層の温度に関する連立方程式を作り、これを解いて各時の室温および室温と室内側表面との間の対流熱伝達量で表わされる熱負荷を順次計算してゆく。

<sup>†1</sup> 木村建一、伊藤直明：事務所建築の家具の熱容量、日本建築学会関東支部第 29 回研究発表会、1961-1、同続報、同第 34 回、1963-5。

30.3.1 各質点での熱平衡式

ある室内空間が  $M$  個の異なる周壁で囲まれているとし、図 30.2 に示すようにその第  $m$  壁を  $l+1$  個の層の質点に分割して、その室内側から  $i$  番目の層の代表温度を  $\theta_{i,m}$  とし、その層の熱容量を  $Q_{i,m}$ 、 $i$  層と  $i-1$  層との中間点間の熱コンダクタンスを  $W_{i,m}$  とすると、

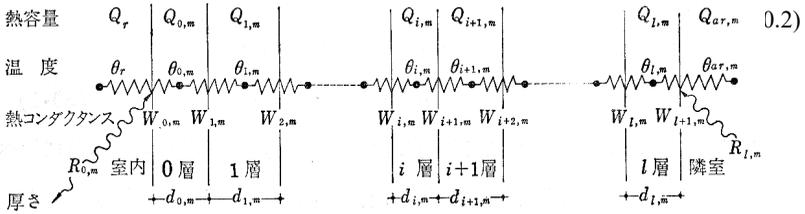


図 30.2

となり特に表面層(第0層)と室内空気との間の熱コンダクタンス  $W_{0,m}$  は

$$W_{0,m} = \frac{A_m}{\frac{1}{\alpha_m} + \frac{d_{0,m}}{2\lambda_{0,m}}} \quad (30.3)$$

となる。ここに  $A_m$  は  $m$  壁の表面積、 $\alpha_m$  は  $m$  壁表面での表面对流熱伝達率、 $d_{i,m}$ 、 $\lambda_{i,m}$  はそれぞれ  $m$  壁  $i$  層の厚さ、熱伝導率である。

室内の熱容量を  $Q_r$ 、室温を  $\theta_r$ 、室内発生熱を  $H_r$ 、冷房供給熱量を  $CL$  とすると、室温変動の微分方程式は次のようになる。

$$Q_r \frac{d\theta_r}{dt} + \sum_{m=1}^M W_{0,m} (\theta_r - \theta_{0,m}) = H_r - CL \quad (30.4)$$

第  $m$  壁内の各質点での熱平衡式は次のようになる。

表面層(第0層)

$$Q_{0,m} \frac{d\theta_{0,m}}{dt} + W_{0,m} (\theta_{0,m} - \theta_r) + W_{1,m} (\theta_{0,m} - \theta_{1,m}) + R_{0,m} = H_{0,m} \quad (30.5)$$

内部第  $i$  層

$$Q_{i,m} \frac{d\theta_{i,m}}{dt} + W_{i,m} (\theta_{i,m} - \theta_{i-1,m}) + W_{i+1,m} (\theta_{i,m} - \theta_{i+1,m}) = H_{i,m} \quad (30.6)$$

隣室側表面層 (第  $l$  層)

$$Q_{l,m} \frac{d\theta_{l,m}}{dt} + W_{l,m}(\theta_{l,m} - \theta_{l-1}) + W_{l+1,m}(\theta_{k,m} - \theta_{ar,m}) + R_{l,m} = H_{l,m} \quad (30.7)$$

ここに、 $H_{0,m}$ ,  $H_{i,m}$ ,  $H_{l,m}$  はそれぞれ表面層、第  $i$  層、隣室側表面層の層内発熱であって、たとえば表面で吸収される日射、パネルヒーティングの温水コイル、照明発熱などを意味する。また  $R_{0,m}$ ,  $R_{l,m}$  はそれぞれ室内側、隣室側の表面層から放射される放射熱と室内の他の表面層からの放射熱の吸収される熱量との差である。 $\theta_{ar,m}$  は  $m$  壁の隣室温度である。

### 30.3.2 数値解の連立方程式

同様な熱平衡式を室内を囲む  $M$  個の壁についてたて、また隣室についても同様にと考えると、これらは室温、隣室温、壁体内各層の質点の温度に関する連立微分方程式となる。これに差分を適用して数値解の式に変換する。第 18 章の数値解法の考え方で、たとえば第  $m$  壁第  $i$  層の  $t=n\Delta t$  の時刻の温度を  ${}_n\theta_{i,m}$  と表わすと、上の式(30.6)は次のようになる。

$$Q_{i,m} \frac{{}_{n+1}\theta_{i,m} - {}_n\theta_{i,m}}{\Delta t} + W_{i,m}({}_n\theta_{i,m} - {}_n\theta_{i-1,m}) + W_{i+1,m}({}_n\theta_{i,m} - {}_n\theta_{i+1,m}) = {}_nH_{i,m} \quad (30.8)$$

すなわち  $t=n\Delta t$  の各部の温度が与えられていれば  $t=(n+1)\Delta t$  のときの  $i$  層の温度はこの式から求められる。

このように各時刻の励振に応じて  $\Delta t$  ごとに順次各部の温度が求められるので、表面対流熱伝達率などの物性値が温度によって変化するような非線形の場合でも扱うことができる。これに対し次項以下に述べる重み関数、重み係数を用いる方法は重量の原理に基づいているので、このような非線形問題は解くことができない。

### 30.3.3 室温変動と冷房負荷変動の式

間欠空調の場合、表 30.1 に示したように 1 日を調整時、非調整時、予熱時の 3 期間に分けて考えるが、ここでは非調整時から計算を始める。この理由は調整時は室温が一定で、周壁温度も空調停止時頃になるとほぼ室温に近い温度になると考えられるからである。したがって、初期条件としては各部温度が全部室温に等しいと仮定して計算を始める。

**(1) 非調整時**

式(30.4)を数値解の式に直して、 $CL=0$  とおけば、 $t=(n+1)$ 時の室温は  $t=n$  時の各部温度を用いて

$${}_{n+1}\theta_r = {}_n\theta_r + \frac{\Delta t}{Q_r} \left\{ H_r - \sum_{m=1}^M W_{0,m}(\theta_r - \theta_{0,m}) \right\} \quad (30.9)$$

から求められる。これを予熱開始時まで順次上記の連立方程式を解きながら、求めていく。

**(2) 予熱時**

予熱時間と装置容量の限界条件を決めて反復計算を行なう。たとえば予熱時間は4時間以内、装置容量は24時間空調の場合の負荷の最大値の1.05倍を条件として与えてみる。予熱時間を  $p\Delta t$ 、装置容量を  $CL_{max}$  とすると、まず室使用開始時の  $\Delta t$  時間前から  $CL_{max}$  の熱を供給した場合 ( $p=1$ )、上記の連立方程式の計算をして室使用開始時の室温を求める。冷房の場合この室温が設定室温より下がりすぎであれば、 $CL_{max}$  より少ない供給熱量で済むので反復によってちょうど設定室温になるような予熱負荷を求める。もし室開始時の室温が設定室温まで下がらなければ、 $2\Delta t$  時間前から予熱を始めて、上と同じ過程で反復計算により予熱負荷を求める。もし予熱時間が条件の4時間としても設定室温に到達しない場合は限界条件を変える必要がある。つまりこの例では予熱を4時間以上とするか、装置容量を最大負荷の1.05倍以上とするかである。

**(3) 調整時**

室温が一定であるから式(30.4)の第1項は0である。したがって、冷房負荷は、各部温度が得られれば、

$$CL_n = \sum_{m=1}^M W_{0,m} (\theta_{0,m} - {}_n\theta_r) + {}_nH_r \quad (30.10)$$

から求められる。

**30.3.4 計算例**

著者らはこの壁体熱容量質点系による解法を用いていくつかの計算例を試みた<sup>†1</sup>。層を多く分割すればするほど正解に近くなるが、繰り返し計算であるから

<sup>†1</sup> 木村建一、小林清蔵：壁体熱容量質点系による蓄熱負荷の近似解法、日本建築学会論文報告集

電算機使用には適した計算といえる。

次に最も簡単な場合として、外壁が軽量壁、床はコンクリート単層でこれを2層に分けて計算する例を示す。

【例題 30.1】 図 30.3 に示すような間口奥行とも 6 m、天井高 2.7 m の室がある。内壁と床とは厚さ 12 cm のコンクリートでこれを 2 層に分け表面から厚さの 1/4 のところに質点があるとする。この質点の温度を  $\theta_s$ 、室温を  $\theta_r$  とするとき、 $\theta_r$  と  $\theta_s$  との変動の微分方程式をたて、その一般解と数値解とを導け。また、適当な物性値とおおのの外気条件を用い、予熱時間 2 時間のときの室温と質点の温度と暖房負荷との変動を 15 分間隔で数値解によって求めよ。

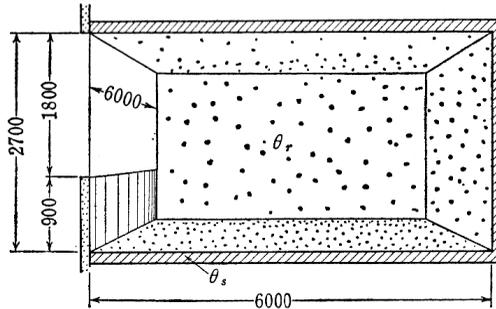


図 30.3

【解】 室内と外気との熱コンダクタンスを  $W_1$ 、室内と構造体質点の間の熱コンダクタンスを  $W_2$ 、室内の熱容量を  $Q_r$ 、質点が受け持つ壁体床の熱容量を  $Q_s$  とし、外気温を  $\theta_a$ 、熱供給を  $H$  とすると、 $\theta_r$  と  $\theta_s$  とに関する微分方程式は次のようになる。

$$Q_r \frac{d\theta_r}{dt} + W_1(\theta_r - \theta_a) + W_2(\theta_r - \theta_s) = H \quad (30.11)$$

$$Q_s \frac{d\theta_s}{dt} + W_2(\theta_s - \theta_r) = 0 \quad (30.12)$$

これを整理して

号外, 1966.

木村, 小林 : 壁体熱容量質点系による日射蓄熱負荷の比較計算、日本建築学会関東支部第 38 回研究発表会 1967.

木村, 小林 : 中間期の蓄熱負荷の計算、日本建築学会論文報告集号外 1967.

木村, 小林 : 日射蓄熱負荷の週間変動、同上.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta_r}{dt} + a_1\theta_r - a_2\theta_s &= b_1\theta_a + b_2H \\ \frac{d\theta_s}{dt} + a_2\theta_r - a_3\theta_s &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (30.13)$$

ここに、  $a_1 = \frac{W_1 + W_2}{Q_r}$     $a_2 = \frac{W_2}{Q_r}$     $a_3 = \frac{W_2}{Q_s}$     $b_1 = \frac{W_1}{Q_r}$     $b_2 = \frac{1}{Q_r}$

これを連立微分方程式として解けばよい。

(1) 一般解

ラプラス変換を用いる。

$$L(\theta_r) = f_r(s) \quad L(\theta_s) = f_s(s) \quad L(\theta_a) = g_a(s) \quad L(H) = g_H(s)$$

とすると、第 17 章の公式を用いて、 $t=0$  にて  $\theta_r = \theta_{r0}$ 、 $\theta_s = \theta_{s0}$  とすると、上の両式は、次のように変換される。

$$\begin{aligned} s f_r(s) - \theta_{r0} + a_1 f_r(s) - a_2 f_s(s) &= b_1 g_a(s) + b_2 g_H(s) \\ s f_s(s) - \theta_{s0} - a_3 f_r(s) - a_2 f_s(s) &= 0 \end{aligned}$$

これを  $f_r(s)$ 、 $f_s(s)$  について解くと、

$$\left. \begin{aligned} f_r(s) &= \frac{(s+a_3)\{\theta_{r0} + b_1 g_a(s) + b_2 g_H(s)\} + a_2 \theta_{s0}}{(s+a_1)(s+a_3) - a_2 a_3} \\ f_s(s) &= \frac{a_3 \{\theta_{r0} + b_1 g_a(s) + b_2 g_H(s)\} + (s+a_2) \theta_{s0}}{(s+a_1)(s+a_3) - a_2 a_3} \end{aligned} \right\} \quad (30.14)$$

となり、 $\theta_a$  と  $H$  とが数式で与えられ、 $g_a(s)$  と  $g_H(s)$  とがわかれば、上の 2 式と逆変換して  $\theta_r$  と  $\theta_s$  とが求められる。

(2) 数値解

$\frac{d\theta_r}{dt}$  を  $\frac{n+1\theta_r - n\theta_r}{\Delta t}$  に、  $\frac{d\theta_s}{dt}$  を  $\frac{n+1\theta_s - n\theta_s}{\Delta t}$  におきかえればよいから、前の 2 つ

の微分方程式から  $n+1\theta_r$ 、 $n+1\theta_s$  は次のような式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} n+1\theta_r (1 - \Delta t a_1) - n\theta_r + \Delta t a_2 \cdot n\theta_s + \Delta t b_1 \cdot n\theta_a + \Delta t b_2 \cdot nH \\ n+1\theta_s (1 - \Delta t a_3) - n\theta_s + \Delta t a_3 \cdot n\theta_r \end{aligned} \right\} \quad (30.15)$$

(3) 数値計算

物性値として下の表の値を用いる。

$$Q_r = 10 \cdot C_{pa} \cdot \rho_a \cdot V = 1127 \text{ kJ/K}$$

$$Q_s = C_{pc} \cdot \rho_c \cdot S \cdot \delta / 2 = 3200 \text{ kcal / } ^\circ\text{C}$$

$$W_1 = 6 \times 1.8 \times K_G + 6 \times 0.9 \times K_W = 64.8 \text{ kcal / h } ^\circ\text{C}$$

$$W_2 = \frac{S}{1/a_i + \delta/2\lambda} = 733 \text{ kcal/h}^\circ\text{C}$$

$$a_1 = \frac{W_1 + W_2}{Q_r} = 2.95 \quad a_2 = \frac{W_2}{Q_r} = 2.71 \quad a_3 = \frac{W_2}{Q_s} = 0.229$$

$$b_1 = \frac{W_1}{Q_r} = 0.240 \quad b_2 = \frac{1}{Q_r} = 0.00369$$

コンクリート熱伝導率	$\lambda = 1.6 \text{ kW/(mK)}$
コンクリート比熱	$C_{pc} = 0.86 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$
空気比熱	$C_{pa} = 1.0 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$
コンクリート密度	$\rho_c = 2200 \text{ kg/m}^3$
空気密度	$\rho_a = 1.16 \text{ kg/m}^3$
ガラス熱貫流率	$K_G = 6.4 \text{ W/(m}^2\text{K)}$
外壁腰熱貫流率	$K_W = 1.2 \text{ W/(m}^2\text{K)}$
室内表面熱伝達率	$\alpha_i = 9 \text{ W/(m}^2\text{K)}$
室容積	$V = 97.2 \text{ m}^3$
コンクリート表面積	$S = 120.6 \text{ m}^2$
質点受持厚さ	$\delta/2 = 0.06 \text{ m}$

$\Delta t = 0.25$  であるから、 ${}_{n+1}\theta_r$  と  ${}_{n+1}\theta_s$  とを求める式は次のようになる。

$$\begin{aligned} {}_{n+1}\theta_r &= 0.262 {}_n\theta_r + 0.678 {}_n\theta_s + 0.0600 {}_n\theta_a + 0.00092 {}_nH \\ {}_{n+1}\theta_s &= 0.943 {}_n\theta_s + 0.0572 {}_n\theta_r \end{aligned}$$

また調整時の暖房負荷は上の式で  ${}_{n+1}\theta_r = {}_n\theta_r$  とおけばよいから、

$${}_nH = (0.801 {}_n\theta_r - 0.737 {}_n\theta_s - 0.0652 {}_n\theta_a) \times 10^3 \text{ kcal/h}$$

これらの式を用いて計算した結果を図 30.4 に示す。なお条件として用いた外気温も同図に示してある。

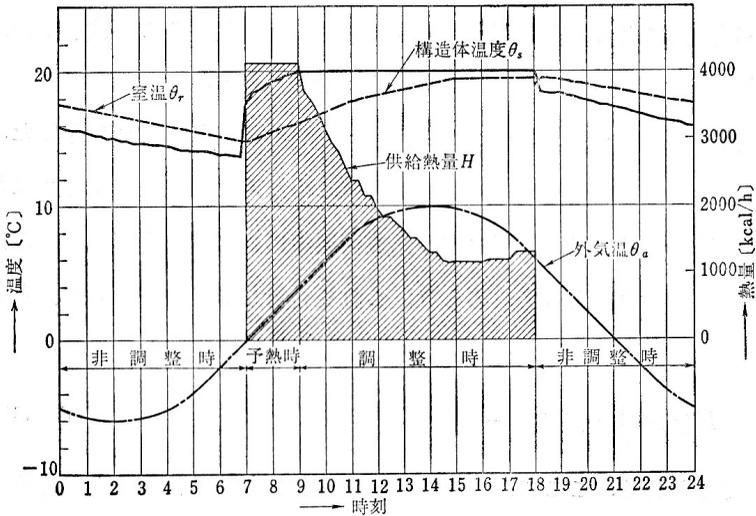


図 30.4

### 30.4 解析解

#### 30.4.1 空調停止後の室温変動

第16章の重み関数の後半で述べたように、従来の室温変動理論によって、各外乱要素に対する室温の重み関数をまず求めておき、デュアメル積分の式を用いて計算し、最後に重ね合わせれば室温が得られる。このとき熱供給だけを0とすれば空調停止後の室温変動となる。これを式で表わせば、空調停止時を  $t=0$  にとって、室温  $\theta_r(t)$  は次のようになる。

$$\theta_r(t) = \sum_k \int_0^t \varphi_k(\tau) E_k(t-\tau) d\tau \quad (30.16)$$

ここに、 $E_k(t)$  は  $k$  種の外乱でこれに対する室温の重み関数が  $\varphi_k(\tau)$  である。

式(30.16)によって室温変動は明快に求められるが、ここでは前章の冷房負荷の計算結果を用いて逆に室温を求める方法を試みる。

24時間室温を一定に維持するための供給熱量を冷房負荷と定義した。間欠空調の室温変動と熱負荷を求めるにはまずこの冷房負荷を求めなければならない。外気温、日射、風、照明などの熱負荷要素に対するある室の  $t$  時の冷房負荷は

前章の計算法によって求められ、これを合計したものを  $H(t)$  とする。いま空調停止時を  $t=0$  にとると、それ以後の室温  $\theta(t)$  は、

$$H(t) + \int_0^t \varphi_r(\tau) \theta(t-\tau) d\tau = 0 \quad (30.17)$$

を解いて得られる。ここに、 $\varphi_r(\tau)$  は室温変位に対する冷房負荷の重み関数である。つまり、 $\tau=0$  にて瞬間的に室温が  $1^\circ\text{C}$  上昇しその後はもとの室温が維持されるとしたとき、 $\tau$  時にその室温を維持するための供給熱量という意味の  $\tau$  時の冷房負荷が  $\varphi_r(\tau)$  である。室温変位とは設定室温などの基準温度からの実際の室温の変位をいう。こういう意味を含んでこれを単に室温ということもある。室温変位に対する冷房負荷の重み関数  $\varphi_r(\tau)$  は室を囲む各部位についての室温変位に対する内表面熱流の重み関数の和として求められる。

$$\varphi_r(\tau) = \sum_k A_k \varphi_{q11}(\tau) \quad (30.18)$$

ここに、 $A_k$  は各部位の面積、 $\varphi_{q11}(\tau)$  はその部位の室温変位に対する表面熱流の重み関数で、第 23 章に記したものである<sup>†1</sup>。

軽量壁の場合は  $\varphi_r(\tau)$  は熱貫流率に面積をかけたものにほかならない。簡単な場合の解の方法を次の例題によって示す。

【例題 30.2】  $H(t)=H_0 \sin \omega t$ 、 $\varphi_r(\tau)=\varphi_0 e^{-k\tau}$  のとき、式(30.17)から  $t$  時の室温  $\theta(t)$  を求めよ。

【解】 式(30.17)は

$$H_0 \sin \omega t + \int_0^t \varphi_0 e^{-k\tau} \theta(t-\tau) d\tau = 0$$

となる。この式をラプラス変換する。 $L=\{\theta(t)\}=f(s)$  として、

$$\frac{H_0 \omega}{s^2 + \omega^2} + \frac{\varphi_0}{s+k} f(s) = 0$$

$$\therefore f(s) = -\frac{H_0 \omega (s+k)}{\varphi_0 (s^2 + \omega^2)}$$

逆変換して、

<sup>†1</sup>  $\varphi_{q11}(\tau)$  の添字記号の意味： $q$  は熱流、 $11$  の前の  $1$  は励振の起こる側の表面でこの場合は室内側であるから  $1$ 、後の  $1$  は応答の起こる側の表面でこの場合は室内側であるから  $1$  である。熱流の向きは外側(0側)から内側(1側)へ向かう方を正にとつてある。

$$\theta(t) = -\frac{H_0 \omega}{\Phi_0} (\cos \omega t + \frac{k}{\omega} \sin \omega t)$$

が得られる。これが求める室温の式である。

【例題 30.3】  $\varphi_r(\tau)$  は第 16 章で述べた暖房に対する室温の重み関数  $\varphi_H(\tau)$  がわかっているならば、これから求められることを説明せよ。

【解】  $\varphi_H(\tau)$  は  $\tau=0$  にて瞬間的に単位の暖房を与えたときの室温であり、 $\varphi_r(\tau)$  は  $\tau=0$  にて瞬間的に単位の室温を上げたときの冷房負荷であるから、相互の関連を見いだせばよい。なおここでの室温とは設定室温を基準の 0 とし、これに対する変位を意味することに注意する。

$H_1(t)$  の暖房を与えたときの室温  $\theta(t)$  は定義により

$$\theta(t) = \int_0^t \varphi_H(\tau) H_1(t-\tau) d\tau \quad (30.19)$$

であり、 $\theta(t)$  の室温を与えられたときの冷房負荷  $H_2(t)$  は

$$H_2(t) = \int_0^t \varphi_r(\tau) \theta(t-\tau) d\tau \quad (30.20)$$

で表わされる。両式の  $\theta(t)$  が同じものであれば  $-H_1(t) = H_2(t)$  でなければならない。像空間の式に変換して考えればこの関係は簡単である。

$$\begin{aligned} L\{\theta(t)\} &= f(s) & L\{H_1(t)\} &= h(s) \\ L\{\varphi_H(\tau)\} &= \lambda_H(s) & L\{\varphi_r(\tau)\} &= \lambda_r(s) \end{aligned}$$

とすると、 $L\{H_2(t)\} = -h(s)$  となるから、(30.19)、(30.20)の両式は、

$$\begin{aligned} f(s) &= \lambda_H(s) h(s) \\ -h(s) &= \lambda_r(s) f(s) \end{aligned}$$

となる。したがって

$$\lambda_H(s) \lambda_r(s) = -1 \quad (30.21)$$

という伝達関数間の関係が得られる。これを逆変換すれば

$$\int_0^t \varphi_H(\tau) \varphi_r(t-\tau) d\tau = -\delta(t) \quad (30.22)$$

となる。式(30.21)および式(30.22)は重要な関係式である。実際には式(30.18)から求めた方がわかりやすい場合が多いので、これを次の例題で示す。

【例題 30.4】 第 16 章の【例題 16.5】で求めた最も簡単な暖房に対する室温の重み関数

$$\varphi_H(\tau) = \frac{1}{Q} e^{-\frac{w}{Q}\tau}$$

が与えられているとき、室温変位に対する冷房負荷の重み関数  $\phi_r(\tau)$  を求めよ。

【解】  $\phi_H(\tau)$  をラプラス変換して、

$$\lambda_H(s) = \frac{\frac{1}{Q}}{s + \frac{W}{Q}}$$

式(30.19)により、

$$\lambda_r(s) = -\frac{1}{\lambda_H(s)} = -Q\left(s + \frac{W}{Q}\right)$$

両辺を  $s$  で除すと

$$\lambda_r(s) \frac{1}{s} = -Q - \frac{W}{s}$$

となり、これを逆変換すると

$$\int_0^t \phi_r(\tau) d\tau = -Q\delta(t) - W$$

となる。左辺は単位応答である。すなわち、室温を  $t > 0$  にて  $1^\circ\text{C}$  に保つために必要な冷房負荷の意で  $\phi_r(t)$  とすると、

$$\phi_r(t) = -Q\delta(t) - W \quad (30.23)$$

となる。これは考えてみると当然の式であり、わざわざ  $\phi_H(\tau)$  から求める必要はない。またこの場合は  $\phi_r(t) = d\phi_r(t)/dt = 0$  となってしまうので  $\phi_r(t)$  を求める意味がなく、式(30.23)の  $\phi_r(t)$  を解としておく。

### 30.4.2 予熱負荷と予熱時間

式(30.16)を解いた式、たとえば[例題 30.2]の場合は最後の  $\theta(t)$  の解式から空調停止後の室温が計算される。この計算を翌日の室使用開始時までまず行なっておく。空調停止を  $t=0$  にとり、翌日の室使用開始時を  $t=t_b$  とし、上の計算で求めたそのときの室温を  $\theta_b$  とする。ところが実際は  $t=t_b$  にて  $\theta=0$  にならなければならない。それには  $t=t_b$  以前から空調を始めて  $t=t_b$  にて  $\theta=0$  になるようにすればよい。その供給熱量は予熱時の期間は一定で、その値は装置容量  $C$  [kW] に等しいとし、予熱時間を  $t_p$  とする。ここで改めて予熱開始時を  $t=0$  にとると、予熱終了時すなわち室使用開始時は  $t=t_p$  となる。したがって問題は  $C$  と  $t_p$  とのいずれかを与えて他方を求めることになる。

暖房に対する室温の重み関数  $\phi_H(\tau)$  をここで用いる。ここでは冷房負荷を正にとっているから冷房に対する室温の重み関数は  $-\phi_H(\tau)$  となる。予熱開始時  $t=0$  よ

り熱供給  $C$  を行なったときの室温降下はこれを用いて計算され、予熱終了時  $t=t_p$  のときの室温は、

$$\theta(t_p) = - \int_0^{t_p} C \phi_H(\tau) d\tau \quad (30.24)$$

で求められる。これは単位の熱供給に対する室温の単位応答  $\phi_H(\tau)$  を用いて計算することと全く同じである。すなわち

$$\theta(t_p) = -C \phi_H(t_p) \quad (30.25)$$

となる。ここで重畳の原理から、冷房停止後の室温上昇の結果の室開始時の室温  $\theta_b$  と、冷房による室温降下の結果の室開始時の室温  $\theta(t_p)$  との和が 0 になればよいわけであるから、

$$\theta_b + \theta(t_p) = 0 \quad (30.26)$$

となる。これが  $C$  と  $t_p$  との関係を決める条件式となる。

【例題 30.5】 [例題 30.4] の場合で、 $\theta_b$  が与えられていたとき、(30.26) 式から  $C$  と  $t_p$  との関係を求めよ。

【解】  $\phi_H(\tau) = \frac{1}{Q} e^{-(W/Q)\tau}$  であるから、式(30.24)と式(30.25)より、

$$\begin{aligned} \theta_H(\tau) &= \frac{1}{Q} e^{-(W/Q)\tau} \\ &= -\frac{C}{Q} \left[ -\frac{Q}{W} e^{-(W/Q)\tau} \right]_0^{t_p} = \frac{C}{W} (e^{-(W/Q)t_p} - 1) \end{aligned}$$

となる。したがって式(30.26)より、

$$\theta_b + \frac{C}{W} (e^{-(W/Q)t_p} - 1) = 0$$

$$\therefore C = \frac{W \theta_b}{1 - e^{-(W/Q)t_p}} \quad (30.27)$$

一般に予熱 1 時間の場合の予熱負荷を  $C_1$  とすると、一般に予熱  $m$  時間の場合の予熱負荷  $C_m$  は重み関数だけに関係し、いい換えれば室の熱的性質だけに関係し、外乱には関係がないことがわかる。たとえば上の例題の場合では

$$C_1 = \frac{W \theta_b}{1 - e^{-W/Q}} \quad C_m = \frac{W \theta_b}{1 - e^{-(W/Q)m}}$$

であるから

$$C_m = \frac{1 - e^{W/Q}}{1 - e^{-(W/Q)m}} C_1 \quad (30.28)$$

となる。したがって、1時間予熱の場合の予熱負荷  $C_1$  をまず求めておけば、(30.28)式から、予熱時間  $m$  を与えれば予熱負荷  $C_m$  が求められるし、 $C_m$  が装置容量で限定されれば、必要最小限の予熱時間  $m$  を求めることもできる。もちろん  $m < 1$  となってもさしつかえない。

### 30.4.3 調整時の冷房供給熱量

調整時は室温が基準の0である。予熱時およびその前の非調整時の室温  $\theta(t)$  が既知であれば、調整時に室温を設定温度で一定に保つため冷房供給熱量  $G(t)$  は

$$G(t) = H(t) + \int_0^t \varphi_r(\tau) \theta(t - \tau) d\tau \quad (30.29)$$

で表わされる。ここに  $H(t)$  は式(30.17)中と同義の冷房負荷で、 $\varphi_r(\tau)$  は室温変位に対する除去熱量重み関数である。この式の右辺第2項が間欠空調のため室内構造体の蓄熱によって生ずる負荷で、蓄熱負荷とよばれる。

## 30.5 重み係数法による解

### 30.5.1 空調停止後の室温変動

一般解の解式を実際に数値を入れて計算する場合には冷房負荷  $H(t)$  が数式で与えられていなければならない。ランダムな外乱をパルスの組合せとして用い定められた時間間隔ごとに負荷計算を行なう重み係数法による解を次に示す。ここでは  $\varphi_r(\tau)$  に対応して室温変位に対する除去熱量重み係数  $WZ_j$  を考える。 $WZ_j$  は室を囲む各部位の面積  $A_k$  とその応答係数  $Z_{kj}$  の積の総和として次式から求められる。

$$WZ_j = - \sum_k A_k Z_{kj} - Q \cdot D_j \quad (30.30)$$

ここに、 $Q$  は室の熱容量で  $D_0=1$ 、 $D_1=-1$ 、 $D_j=0(j>1)$  である。これは一般解の式(30.2)、式(30.3)に相当する。

$t=0$  にて冷房停止した後の  $t=n\Delta t$  のときの冷房負荷を  $CL_n$ 、とすると、室温変位  $TR_n$  は

$$CL_n + \sum_{j=0}^n WZ_j \cdot TR_{n-j} = 0 \quad (30.31)$$

を解いて

$$TR_n = \frac{1}{WZ_0} (-CL_n - \sum_{j=1}^n WZ_j TR_{n-j}) \quad (30.32)$$

から求められる。

### 30.5.2 予熱時間と予熱負荷

三角波励振を用いる応答係数、重み係数をたとえば1時間間隔で計算する方法では予熱のようなステップ入力を表わすことができない。これを扱うには次のような方法が考えられる。

- (1) く形波励振による壁体の応答係数、室の重み係数によってすべて計算する。
- (2) 時間間隔を細かくとった三角波励振を用いる。
- (3) 予熱時間のみく形波励振とし、一般には三角波励振を用いる。
- (4) 三角波励振をそのまま使い、負荷の形は実状と異なってもそのままにしておく。
- (5) てい形波励振でより一般的な応答係数を作る。
- (6) 直角三角形励振に対する応答係数を作り、三角波応答と組み合わせて用いる。

†1

ここでは(4)の方法で説明する。これは予熱負荷の計算結果を装置容量決定に用いるためには適当ではないが、年間空調負荷の計算には正しい値を与えるものと考えることができる。またこの方法で時間間隔を十分短く取れば(2)の場合となり、短く取れば取るほど正解に近くなるが電算機の計算時間、記憶容量とも大となる。

まず、重み関数を用いる方法と同様に予熱停止後の室温変動を式(30.32)によって求めてゆき、翌日の室使用開始時まで仮に空調が停止していたと仮想したときの室使用開始時の室温を  $TR_B$  とする。ここで冷房に対する室温の重み係数  $WT_j$  を考える。これは三角波励振で与えられる冷房パルスによって室温が降

†1 松尾陽, 武田仁: レスポンス・ファクター法による熱負荷計算法と計算例(1), 空気調和・衛生工学 44[4], 1970-4

下してゆく時間的変化を時系列で表わしたものである。

したがって、装置容量を  $CAP$  とすると、予熱開始後  $p\Delta t$  時間後の室温降下は

$$CAP \sum_{j=0}^p WT_j \text{ である。これが上記の } TRB \text{ に等しくなるように } p \text{ を定めると、}$$

室使用開始時にちょうど設定室温になる。すなわち、

$$CAP \sum_{j=0}^p WT_j = TRB \quad (30.33)$$

とおけば、逆に予熱時間  $p\Delta t$  を与えれば、この関係から必要な装置容量を求めることができる。また  $p=0$  のときの予熱負荷を  $CAP_0$  とすると、一般に予熱が  $p\Delta t$  時間のときの予熱負荷  $CAP_p$  は

$$CAP_p = \frac{WT_0}{\sum_{j=0}^p WT_j} CAP_0 \quad (30.34)$$

で表わされ、これは全く室の形状、構造に関係するだけあって、外乱、窓面の方位等には無関係となる。

また予熱時の室温は重量の原理から、予熱がなかったとしたときの予熱時の室温変動と、初めの熱的系の温度が全部 0 としたとき予熱による室温変動とを重ね合わせれば求められる。

【例題 30.6】暖房に対する室温の重み関数  $\phi_H(\tau)$  から三角波励振で与えられる冷房に対する室温の重み係数  $WT_j$  を求める。

【解】  $\phi_H(\tau)$  は  $\sigma(\tau)$  で暖房が与えられたときの室温である。第 23 章での応答係数の求め方で述べたように三角波励振はこう配  $1/\Delta t$  の直線の組合せによって表わされるから、 $WT_j$  は  $\frac{1}{\Delta t} t$  の励振に対する応答がわかれば同一の組合せから求められる。第 16 章の公式から

$$\int_0^t \delta(\tau) d\tau = U(t) \quad \int_0^t U(\tau) d\tau = t$$

であるから、 $U(t)$  に対する応答は単位応答で

$$\phi_H(t) = \int_0^t \phi_H(\tau) d\tau$$

であり、 $t$ に対する応答は

$$\Phi_H(t) = \int_0^t \phi_H(\tau) d\tau$$

である。したがって、 $\frac{1}{\Delta t}t$  に対する応答は  $\frac{1}{\Delta t}\Phi_H(t)$  である。上述のように、三角波励振は

$t \leq -\Delta t$  にて 0

$$-\Delta t < t \leq 0 \text{ にて } \frac{1}{\Delta t}(t + \Delta t)$$

$$0 < t \leq \Delta t \text{ にて } \frac{1}{\Delta t}(t + \Delta t) - \frac{2}{\Delta t}t$$

$$\Delta t < t \text{ にて } \frac{1}{\Delta t}(t + \Delta t) - \frac{2}{\Delta t}t + \frac{1}{\Delta t}(t - \Delta t)$$

与えられる。 $\phi_H(\tau)$  は暖房、 $WT_j$  は冷房に対するものであるから符号が反対になることに注意して、三角波励振に対する応答は

$t \leq -\Delta t$  にて 0

$$-\Delta t < t \leq 0 \text{ にて } \frac{1}{\Delta t}\Phi_H(t + \Delta t)$$

$$0 < t \leq \Delta t \text{ にて } \frac{1}{\Delta t}\Phi_H(t + \Delta t) - \frac{2}{\Delta t}\Phi_H(t)$$

$$\Delta t < t \text{ にて } \frac{1}{\Delta t}\Phi_H(t + \Delta t) - \frac{2}{\Delta t}\Phi_H(t) + \frac{1}{\Delta t}\Phi_H(t - \Delta t)$$

与えられることになる。そこで、時間間隔  $\Delta t = 1$  時間とすると求める冷房に対する室温の重み係数  $WT_0, WT_1, WT_2, WT_3, \dots$  はそれぞれ  $t=0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$  を上式に入れた値にほかならないから、順々に次のようにして計算することができる。

$$\left. \begin{aligned} WT_0 &= -\Phi_H(1) \\ WT_1 &= -\Phi_H(2) + 2\Phi_H(1) \\ WT_2 &= -\Phi_H(3) + 2\Phi_H(2) - \Phi_H(1) \\ WT_3 &= -\Phi_H(4) + 2\Phi_H(3) - \Phi_H(2) \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (30.35)$$

【例題 30.7】室温変位に対する除去熱量重み係数  $WZ_j$  と  $WT_j$  との関係式を導け。

【解】室に図 30.5 のような単位の除去熱量があったとすると、最初の室温に対する室温変動は  $WT_j$  のようになる。まず時間  $t=0$  では  $WT_0$  の室温変位に対する除去熱量は  $WZ_0, WT_0$  で、これは  $HE_0$  に等しいから

$$WZ_0, WT_0 = 1$$

となる。次に  $t=\Delta t$  ( $j=1$ ) では  $WT_0$  に対する除去熱量は  $WZ_1; WT_0$  で、 $WT_1$  に対する除去熱量は  $WZ_0 \cdot WT_1$  で両者の和が  $HE_1=0$  でなければならぬから、

$$WZ_1WT_0 + WZ_0WT_1 = 0$$

となる。同様に、 $j \geq 1$  については

$$\sum_{i=0}^j WZ_i WT_{j-1} = 0$$

である。

【例題 30.8】  $\Phi_H(t) = \frac{1}{Q} e^{-(W/Q)t}$  のとき  $WT_j$  を求めよ。

【解】  $\Phi_H(t) = \int_0^t \varphi_H(\tau) d\tau = \frac{1}{W} (1 - e^{-(W/Q)t})$

次に  $t$  に対する応答は、

$$\Phi_H(t) = \int_0^t \varphi_H(\tau) d\tau = \frac{1}{W} \left\{ t - \frac{Q}{W} (1 - e^{-(W/Q)t}) \right\}$$

したがって、求める  $WT_j$  は前例題の結果の式に数値を入れて次のように得られる。

$$\begin{aligned} WT_0 &= -\frac{1}{W} \left\{ 1 - \frac{Q}{W} (1 - e^{-W/Q}) \right\} \\ WT_1 &= -\frac{1}{W} \left\{ 2 - \frac{Q}{W} (1 - e^{-2W/Q}) \right\} + \frac{2}{W} \left\{ 1 - \frac{Q}{W} (1 - e^{-W/Q}) \right\} \\ &= \frac{Q}{W^2} (-1 - e^{-2W/Q} + 2e^{-W/Q}) \\ WT_2 &= -\frac{1}{W} \left\{ 3 - \frac{Q}{W} (1 - e^{-3W/Q}) \right\} + \frac{2}{W} \left\{ 2 - \frac{Q}{W} (1 - e^{-2W/Q}) \right\} \\ &= \frac{1}{W} \left\{ 1 - \frac{Q}{W} (1 - e^{-W/Q}) \right\} = WT_1 e^{-W/Q} \end{aligned}$$

一般に  $j \geq 2$  に対して

$$WT_j = WT_1 e^{-(j-1)(W/Q)} \tag{30.36}$$

【例題 30.9】 非常に軽量の構造の室で、その形状寸法は間口 6 m、奥行 10 m、外壁腰高 90 cm、窓高 180 cm、天井高 270 cm である。外壁、窓の熱貫流率をそれぞれ 1.2, 3.5 W/(m<sup>2</sup>K)、換気回数 2 回の割で外気を導入する場合、室容積あたり室の熱容量 3.5 kJ/(m<sup>3</sup>K) として冷房に対する室温の重み係数  $WT_j$  を求める。ただし内壁側隣室、上下階の室も同一条件とする。

【解】 まず  $W$  と  $Q$  とを求める。室容積  $V = 6 \times 10 \times 2.7 = 162 \text{ m}^3$  であるから

$$\begin{aligned} W &= 6 \times 0.9 \times 1.2 + 6 \times 1.8 \times 3.5 + 2 \times 3.6 \times 162 \\ &= 6.5 + 38.3 + 108.2 = 153 \text{ W/K} \end{aligned}$$

$$Q = 3.5 \times 162 = 564 \text{ W/K}$$

$$e^{-(W/Q)} = e^{-0.27} = 0.763$$

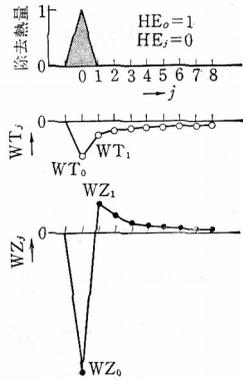


図 30.5

これらを前例題の式に代入して、

$$WT_0 = -\frac{1}{153} \left\{ 1 - \frac{1}{0.27} (1 - 0.763) \right\} = \frac{-1}{153} \left( 1 - \frac{0.237}{0.27} \right) = -0.804 \times 10^{-3}$$

$$WT_1 = \frac{1}{41.31} (-1 - 0.583 + 2 \times 0.763) = -1.14 \times 10^{-3}$$

$$WT_2 = -1.14 \times 10^{-3} \times 0.763 = -0.869 \times 10^{-3}$$

$$WT_3 = -0.869 \times 10^{-3} \times 0.763 = -0.663 \times 10^{-3}$$

### 30.5.3 調整時の除去熱量

調整時に室温を一定に保つために必要な供給熱量は、24時間空調の冷房負荷  $CL_n$  と室温が非調整時に変動することによって生ずる負荷が加算されたものになり、実際には空調装置から室に運びこまれる空気による除去熱量  $HE_n$  である。すなわち、これは

$$HE_n = CL_n + \sum_{j=0}^{\infty} WZ_j \cdot TR_{n-j} \quad (30.37)$$

によって求められる。ここに  $WZ_j$  は室温変位  $TR$  に対する除去熱量重み係数である。(30.37)式で  $HE_n=0$  としたのが、非調整時の式(30.31)である。

### 30.5.4 計算例

図 30.6 は著者がカナダ国立研究所に留学中電子計算機を用いて計算した結果の一例である。事務所建築の内部ゾーンの照明と換気とによる冷房負荷を24時間空調の場合と間欠空調の場合とで比較し、土曜・日曜が休日となっているために生ずる金曜から月曜にかけての負荷と室温の変動との日変化も示してある。この計算には、重み係数法を用い、時間間隔 0.1 時間で計算させたものを直接プロッターに描かせたものを示している。

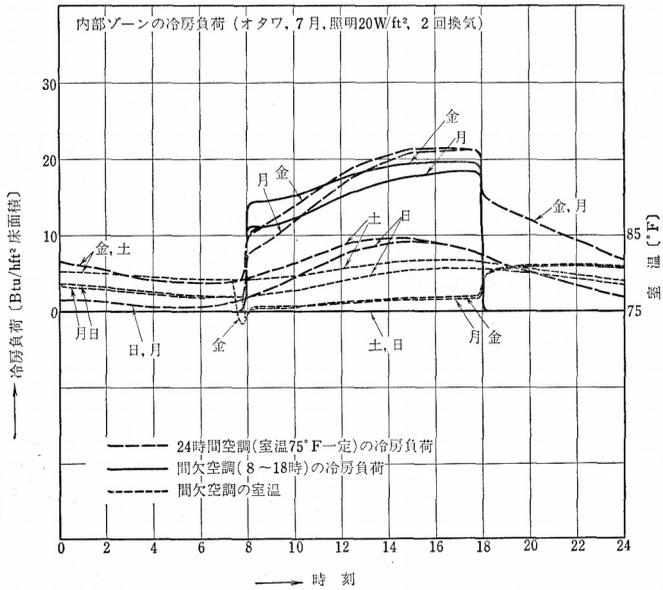


図 30.6

## 付 録

### 付録 1. 文 献

#### 国内編纂書

- (1) 空気調和・衛生工学会編：空気調和・衛生工学便覧 I, 昭和 42 年版, 1968.
  - (2) 建築設備大系編集委員会編：建築設備大系 1, 建築設備原論 I, 彰国社, 1965.
  - (3) 日本機械学会編：機械工学便覧, 改訂第 5 版, 1966.
  - (4) 日本建築学会編：建築設計資料集成 2, 丸善, 1960.
  - (5) 日本建築学会編：新訂建築学便覧, 丸善, 1955
  - (6) 日本建築学会編：建築学大系 8, 音・光・熱・空気・色, 彰国社, 1969.
  - (7) 同上 22, 室内環境調整, 彰国社, 1957.
  - (8) 日本冷凍協会編：空気調和冷凍便覧, 1963.
  - (9) 照明学会編：照明のデータブック, オーム社, 1958.
  - (10) 日本機械学会編：伝熱工学資料, 改訂第 2 版, 1966.
  - (11) 日本機化学会編：ふく射伝熱に関する最近の発展, 1966.
  - (12) 渡辺要, 柳町政之助, 井上宇市共編：建築設備ハンドブック, 朝倉書店, 1967.
  - (13) 井上宇市編：建築設備演習, 裳華房, 1964.
  - (14) 渡辺要編：建築計画原論 I, 丸善, 1962.
  - (15) 同上 II, 丸善, 1965.
  - (16) 同上 III, 丸善, 1965.
  - (17) 井上宇市編：高層建築の設備計画, 彰国社, 1964.
  - (18) 日本建築学会：設計計画パンフレット 1, 日照調整, 1957.
  - (19) 同上 2, 住宅の保温設計, 1957.
  - (20) 同上 3, 室内気候設計, 1957.
  - (21) 同上 4, 音響設計 (改訂新版), 1969.
  - (22) 同上 10, 住宅の暖房設計, 1960.
  - (23) 同上 14, 騒音防止設計 1.
  - (24) 同上 15, 騒音防止設計 2.
  - (25) 同上 18, 換気設計, 1966.
  - (26) 同上 16, 採光設計, 1963.
  - (27) 渡辺要編：防寒構造, 理工図書, 1957.
  - (28) 吉田洋一, 吉田正夫共編：数表, 培風館, 1958.
  - (29) 日本建築学会編：建築設計資料集成 6, 丸善, 1969.
-

- (30) 木村建一編：建築環境学 1, 彰国社, 1992.
- (31) 木村建一編著：建築環境学 2, 彰国社, 1993.

### 外国編纂書

- (51) American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, ASHRAE Guide, Handbook of Fundamentals, 1967.
- (52) Institution of Heating and Ventilating Engineers, IHVE Guide, 1965.
- (53) Illuminating Engineering Society, IES Lighting Handbook (4 th Ed.), New York, 1966.
- (54) Wexler, A. & Wildhack, W.A. Ed., Humidity and Moisture Vol.3 ; Reinhold Pub. Corp., New York, 1965.
- (55) Carrier Company, Handbook of Air Conditioning System Design, McGraw Hill Book Co., 1965.
- (56) Proposed Procedures for Determining Heating and Cooling Loads for Energy Calculations, ASHRAE Task Group on Energy Requirements for Heating and Cooling, 1968.

### 国内単行本

- (101) 木村幸一郎：建築計画原論（新版）, 共立出版, 1959.
  - (102) 井上宇市：空気調和ハンドブック（新版）, 丸善, 1967.
  - (103) 井上宇市：建築設備ポケットブック, 相模書房, 1964.
  - (104) 内田秀雄：空気調整の基本計画, 共立出版, 1955.
  - (105) 谷下市松：工業熱力学, 裳華房, 1959.
  - (106) 藤木武肋, 佐藤俊：伝熱学概論, 共立出版, 1953.
  - (107) 近藤次郎：演算子法, 培風館, 1956.
  - (108) 渡辺一郎：原動機（新訂版）, 実数出版, 1965.
  - (109) 藤田重文：化学工学（岩波全書）, 岩波書店, 1956.
  - (110) 栗野誠一, 葛岡常雄：伝熱工学, 丸善, 1957.
  - (111) 渡辺一郎：熱力学, 共立出版.
  - (112) 伊藤毅：音響工学原論, コロナ社.
  - (113) 井上宇市：設備計画法, コロナ社, 1966.
  - (114) 木村宏：設備原論, 共立出版, 1958.
  - (115) 内田秀雄：湿り空気と冷却塔, 裳華房, 1963.
  - (116) 森口繁一：JIS FORTRAN 入門（上）,（下）, 東京大学出版会, 1969.
  - (117) 鬼頭史城：演算子法とラプラス変換, ダイヤモンド社, 1967.
-

- (118) 谷一郎：流れ学, 第3版, 岩波書店, 1967.
- (119) 原田幸夫：流体工学, 槇書店, 1965.
- (120) 山本義一：大気輻射学, 岩波書店, 1954.
- (121) 石原正雄：建築換気設計, 朝倉書店, 1969.
- (122) R.A. サイダーズ(藤沢忠訳)：コンピュータグラフィックス, 産業能率短期大学出版部, 1969.
- (123) 宇田川光弘：パソコンによる空気調和計算法, オーム社, 1986.

#### 外国単行本

- (151) McAdams, W.H., Heat Transmission, 3ed Ed., McGraw Hill Book Co., New York, 1954; Kogaku-sha Co., Tokyo.
  - (152) Jacob, M., Heat Transfer Vol. 1, John Wiley & Sons, 1950.
  - (153) Ibid, vol. 2, 1957.
  - (154) Carslaw, H.S. & Jaeger, J.C., Conduction of Heat in Solids, 2<sup>nd</sup> Ed., Oxford, 1959.
  - (155) Hottel, H.C. & Sarofim, A.F., Radiative Transfer, McGraw Hill Book Co., New York, 1967.
  - (156) Sparrow, E.M. & Cess, R.D., Radiation Heat Transfer, Brooks/Cole Pub. Co., Belmont, Calif., 1967.
  - (157) Churchill, R.V., Operational Mathematics, McGraw Hill Book Co. & Kogakusha Co., 1958.
  - (158) Doetsch, G., Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation, 2<sup>nd</sup> Ed., R. Oldenbourg Verlag, München, 1961.
  - (159) Crandall, S.H., Engineering Analysis-A Survey of Numerical Procedures, McGraw Hill Book Co., New York, 1956.
  - (160) Van Wylen, G.G., Thermodynamics, John Wiley & Sons, Inc., Toppan Co., Tokyo, 1959.
  - (161) Carrier, Cherie, Grant & Roberts, Modern Air Conditioning, Heating & Ventilating, 3<sup>rd</sup> Ed., Pitman Pub. Corp., 1959.
  - (162) Knudsen & Harris, Acoustical Designing in Architecture.
  - (163) Threlkeld, J.C., Thermal Environmental Engineering, Prentice Hall, 1962.
  - (164) Recknagel/Sprenger, Taschenbuch für Heizung Lüftung und Klimatechnik, R. Oldenbourg Verlag, München, 1967.
  - (165) Hopkinson, R.D., Architectural Physics-Lighting, BRS Dept. of Scientific and Industrial Research, Her Majesty's Stationary Office, 1963.
  - (166) Hewitt, H. & Vause, A.S., Lamps and Lighting, Arnold Pub., London, 1966.
  - (167) Eckert, E.R.G., Introduction to the Transfer of Heat and Mass, McGraw Hill Book Co., 1950.
-

- (168) Geiger, R., Climate near the Graound, Harvard, 1966.
  - (169) Aronin, J.E., Climate and Architecture, Reinholod Pub. Co., 1953.
  - (170) Bauer, C.R., Peluso, A.P., Gomberg, D.A., Basic PL/1 Programming, Addison-Wesley Publishing Company, 1968.
  - (171) Parslow, R.D., Prowse, P.W., Green, R.E., Computer Graphics, Plenum Press, 1969.
  - (172) Fanger, P. O., Thermal Comfort, Danish Technical Press, 1970.
  - (173) Kimura, K., Scientific Basis of Air Conditioning, Applied Science Publishers, 1977.
-

## 付録2. 単 位 換 算

長さ	$a$ [m] = 3.280833 × $a$ [ft] $a$ [km] = 0.62137 × $a$ [mile] $a$ [cm] = 0.3937 × $a$ [in]	$b$ [ft] = 0.30480 × $b$ [m] $b$ [mile] = 1.60935 × $b$ [km] $b$ [in] = 2.540 × $b$ [cm]
面積	$a$ [m <sup>2</sup> ] = 10.7639 × $a$ [ft <sup>2</sup> ] $a$ [cm <sup>2</sup> ] = 0.1550 × $a$ [in <sup>2</sup> ] $a$ [km <sup>2</sup> ] = 247.1 × $a$ [acre] = 0.38610 × $a$ [mile <sup>2</sup> ] = 100 × $a$ [ha]	$b$ [ft <sup>2</sup> ] = 0.09290 × $b$ [m <sup>2</sup> ] $b$ [in <sup>2</sup> ] = 6.452 × $b$ [cm <sup>2</sup> ] $b$ [acre] = 0.004047 × $b$ [km <sup>2</sup> ] $b$ [mile <sup>2</sup> ] = 2.590 × $b$ [km <sup>2</sup> ]
容積	$a$ [m <sup>3</sup> ] = 35.314 × $a$ [ft <sup>3</sup> ] $a$ [cm <sup>3</sup> ] = 0.0610234 × $a$ [in <sup>3</sup> ] $a$ [m <sup>3</sup> ] = 1000 × $a$ [litre]	$b$ [ft <sup>3</sup> ] = 0.0283170 × $b$ [m <sup>3</sup> ] $b$ [in <sup>3</sup> ] = 16.39 × $b$ [cm <sup>3</sup> ] $b$ [ft <sup>3</sup> ] = 7.48055 × $b$ [USgal]
比重量	$a$ [g/cm <sup>3</sup> ] = 0.03613 × $a$ [ft <sup>3</sup> ] $a$ [g/cm <sup>3</sup> ] = 62.4283 × $a$ [in <sup>3</sup> ] $a$ [kg/m <sup>3</sup> ] = 0.06243 × $a$ [acre]	$b$ [lb/in <sup>3</sup> ] = 27.6797 × $b$ [m <sup>2</sup> ] $b$ [lb/ft <sup>3</sup> ] = 0.01602 × $b$ [cm <sup>2</sup> ] $b$ [lb/ft <sup>3</sup> ] = 16.02 × $b$ [km <sup>2</sup> ]
重量	$a$ [kg] = 2.20462 × $a$ [lb] $a$ [g] = 15.4324 × $a$ [gr] $a$ [g] = 0.035274 × $a$ [oz]	$b$ [lb] = 0.45359 × $b$ [kg] $b$ [gr] = 0.064799 × $b$ [g] $b$ [oz] = 28.34954 × $b$ [g]
圧力	$a$ [kg/cm <sup>2</sup> ] = 14.223 × $a$ [lb] = 0.98067 × $a$ [bar] $a$ [mmHg] = 0.01934 × $a$ [gr] $a$ [mAq] = 2.893 × $a$ [oz]	$b$ [lb/in <sup>2</sup> ] = 0.07031 × $b$ [kg/cm <sup>2</sup> ] = 0.06895 × $b$ [bar] $b$ [lb/in <sup>2</sup> ] = 51.71 × $b$ [mmHg] $b$ [inHg] = 0.3456 × $b$ [mAq]
速度	$a$ [m/s] = 3.28083 × $a$ [ft/s] $a$ [km/h] = 0.62138 × $a$ [mile/h]	$b$ [ft/s] = 0.30480 × $b$ [m/s] $b$ [mile/h] = 1.60935 × $b$ [km/h]
仕事	$a$ [kcal] = 3.96832 × $a$ [Btu] $a$ [kg·m] = 7.23300 × $a$ [ft·lb] $a$ [joule] = 0.73761 × $a$ [ft·lb] $a$ [kWh] = 860.0 × $a$ [kcal] $a$ [kcal] = 0.001163 × $a$ [kWh] $a$ [kcal] = 0.001581 × $a$ [HP·h]	$b$ [Btu] = 0.25200 × $b$ [kcal] $b$ [ft·lb] = 0.13826 × $b$ [kg·m] $b$ [ft·lb] = 1.35573 × $b$ [joule]
速度	$a$ [kcal/h] = 1.163 × $a$ [watt] $a$ [kcal/h] = 0.001581 × $a$ [HP] $a$ [kcal/h] = 0.0003012 × $a$	$b$ [Btu/h] = 0.2931 × $b$ [watt] $b$ [Btu] = 3.984 × 10 <sup>-4</sup> × $b$ [HP] $b$ [Btu] = 7.591 × 10 <sup>-5</sup> × $b$
	[日本冷凍トン]	[日本冷凍トン]
	$a$ [日本冷凍トン] = 3320 × $a$ [kcal/h] $a$ [kcal/h] = 0.0003307 × $a$ [USRT] $a$ [USRT] = 3024 × $a$ [kcal/h]	$b$ [日本冷凍トン] = 13174 × $b$ [Btu/h] $b$ [Btu/h] = 8.333 × 10 <sup>-5</sup> × $b$ [USRT] $b$ [USRT] = 12000 × $b$ [Btu/h]

付録

---

熱流	$a$ [kcal/m <sup>2</sup> h] = 0.3687 × $a$ [Btu/ft <sup>2</sup> h]	$b$ [Btu/ft <sup>2</sup> h] = 2.7122 × $b$ [kcal/m <sup>2</sup> h]
	$a$ [kcal/m <sup>2</sup> h] = 1.163 × $a$ [watt/m <sup>2</sup> ]	$b$ [Btu/ft <sup>2</sup> h] = 3.154 × $b$ [watt/m <sup>2</sup> ]
	$a$ [watt/m <sup>2</sup> ] = 860.0 × $a$ [kcal/m <sup>2</sup> h]	$b$ [watt/m <sup>2</sup> ] = 317.06 × $b$ [Btu/ft <sup>2</sup> h]
	$a$ [kcal/m <sup>2</sup> h] = 3.306 × $a$ [kcal/坪 h]	
	$a$ [kcal/坪 h] = 0.3025 × $a$ [kcal/m <sup>2</sup> h]	
比熱	$a$ [kcal/kg°C] = 3.96832 × $a$ [Btu/lb°F]	$b$ [Btu/lb°F] = 0.25200 × $b$ [kcal/kg°C]
容積比熱	$a$ [kcal/m <sup>3</sup> °C] = 0.06243 × $a$ [Btu/ft <sup>3</sup> °F]	$b$ [Btu/ft <sup>3</sup> °F] = 16.018 × $b$ [kcal/m <sup>3</sup> °C]
エンタルピー	$a$ [kcal/kg] = 1.800 × $a$ [Btu/lb]	$b$ [Btu/lb] = 0.5555 × $b$ [kcal/kg]
熱伝導率	$a$ [kcal/mh°C] = 0.6720 × $a$ [Btu/fth°F]	$b$ [Btu/fth°F] = 1.488 × $b$ [kcal/mh°C]
	$a$ [kcal/mh°C] = 1.163 × $a$ [watt/m°C]	$b$ [Btu/fth°F] = 1.731 × $b$ [watt/m°C]
	$a$ [watt/m°C] = 0.8600 × $a$ [kcal/mh°C]	$b$ [watt/m°C] = 0.5779 × $b$ [Btu/fth°F]
	$a$ [kcal/mh°C] = 8.064 × $a$ [Btu in/ft <sup>2</sup> h°C]	
	$b$ [Btu in/ft <sup>2</sup> h°C] = 0.1240 × $b$ [kcal/mh°C]	
熱貫流率	$a$ [kcal/m <sup>2</sup> h°C] = 0.2048 × $a$ [Btu/ft <sup>2</sup> h°F]	$b$ [Btu/ft <sup>2</sup> h°F] = 4.882 × $b$ [kcal/m <sup>2</sup> h°C]
	$a$ [kcal/m <sup>2</sup> h°C] = 1.163 × $a$ [watt/m <sup>2</sup> °C]	$b$ [Btu/ft <sup>2</sup> h°F] = 5.678 × $b$ [watt/m <sup>2</sup> °C]
	$a$ [watt/m <sup>2</sup> °C] = 0.8600 × $a$ [kcal/m <sup>2</sup> h°C]	$b$ [watt/m <sup>2</sup> °C] = 1.761 × $b$ [Btu/ft <sup>2</sup> h°F]
熱抵抗	$a$ [m <sup>2</sup> h°C/kcal] = 4.882 × $a$ [ft <sup>2</sup> h°F/Btu]	$b$ [ft <sup>2</sup> h°F/Btu] = 0.2048 × $b$ [m <sup>2</sup> h°C/kcal]
拡散率	$a$ [m <sup>2</sup> /h] = 0.0002778 × $a$ [ft <sup>2</sup> /h]	$b$ [ft <sup>2</sup> /h] = 0.3600 × $b$ [m <sup>2</sup> /h]
流量	$a$ [m <sup>3</sup> /h] = 0.5886 × $a$ [cfm]	$b$ [cfm] = 1.699 × $b$ [m <sup>3</sup> /h]
	$a$ [m <sup>3</sup> /h] = 16.67 × $a$ [l/min]	$b$ [cfm] = 28.32 × $b$ [l/min]
	$a$ [l/min] = 2.119 × $a$ [m <sup>3</sup> /h]	$b$ [l/min] = 0.4720 × $b$ [cfm]
重量速度	$a$ [kg/m <sup>2</sup> h] = 0.2048 × $a$ [lb/ft <sup>2</sup> h]	$b$ [lb/ft <sup>2</sup> h] = 4.882 × $b$ [kg/m <sup>2</sup> h]
物質移動係数	$a$ [kcal/m <sup>3</sup> h (kg/kg)] = 0.1124 × $a$ [Btu/ft <sup>3</sup> h (lb/lb)]	
	$b$ [Btu/ft <sup>3</sup> h (lb/lb)] = 8.899 × $b$ [kcal/m <sup>3</sup> h (kg/kg)]	

---

## 索引

%湿り基準.....	19	圧力損失曲線.....	231
24時間空調.....	384	圧力損失係数.....	31, 71, 144, 333
4端子電極.....	296	圧力分布.....	347
ASHRAE.....	87, 270, 274	圧力平衡式.....	337, 339, 348, 352
Basic.....	243	位相差.....	285
Berlageの式.....	270, 274	位相遅れ.....	176
Bouguerの式.....	269	緯度.....	266
Bromwichの積分.....	212	色の3属性.....	83
CAD.....	248	板ガラスの透過率.....	96
CO <sub>2</sub> 濃度.....	90	ウィーン(Wien)の放射の法則.....	46
COP.....	261	ウィーンの変位則.....	46
CPS.....	247	ウェバー・フェヒナーの法則.....	74
FORTRAN.....	242	ウェバーの式.....	75
Goff-Gratchの式.....	160	運動の方程式.....	64
Java.....	243	運動量.....	64
MRT.....	88	雲量.....	276
ppm.....	90	雲量係数.....	277
profile angle.....	313	内側表面熱伝達率.....	27
pv線図.....	254	エクセルギー.....	263
SI単位.....	10	エネルギー.....	3
SI単位系.....	7	エネルギーの式.....	66
SPR.....	144	エンタルピー.....	37, 160, 370
t-x線図.....	160	エンタルピー基準総括熱伝達率.....	59
TS線図.....	262	エントロピー.....	39, 262
Wexler-Hylandの式.....	160	エントロピー差.....	262
アイリングの残響時間の式.....	109	演算子.....	243
アナロジー.....	6, 149	演算子法の原理.....	209
アボガドロの法則.....	36	煙突.....	114
アボガドロ定数.....	10	煙突効果.....	342
アルキメデス数.....	148	オイラー数.....	148
アルゴリズム.....	239, 319, 392	オームの法則.....	21, 73
アルペード.....	276	オストワルド表色系.....	84
アルミはく.....	45	オリフィス面積.....	336
圧縮機.....	257, 259	汚染物質.....	114
圧力.....	15, 142	汚染物質濃度.....	90
圧力基準物質伝達率.....	149	応答.....	190
圧力降下.....	228, 229, 231	応答係数.....	297
圧力差.....	232, 334	温度.....	11
圧力差分布.....	347		
圧力損失.....	31, 69, 143, 228		

索引

温度こう配.....	40, 218	階差方程式.....	218
温度境界層.....	61	外気温に対する室温の重み関数.....	201
温度分布.....	220	外気導入.....	227
温熱環境指標.....	85	外表面の総合熱伝達率.....	304
音の強さのレベル.....	107	外表面温度.....	139
音の波動方程式.....	120	外表面熱伝達率.....	392
音の反射回数.....	108	外部ゾーン.....	377
音圧.....	76, 119	外壁貫流熱.....	393
音圧レベル.....	76	外乱.....	201
音響エネルギー.....	104	外乱要素.....	205, 377
音響エネルギー透過率.....	77	拡散.....	113
音響減衰率.....	107	拡散係数.....	58, 114, 150
音響出力.....	77	拡散透過.....	117
音速.....	120	拡散日射.....	273, 386
重み関数.....	181, 190, 198, 214, 286, 289	拡散量.....	114, 116
重み係数法.....	393, 410	確率密度関数.....	187
帯状放射源.....	128	角加速度.....	172
カード.....	248	角関係.....	121
ガステ体放射等価半球面.....	315	乾き空気.....	18
ガラス窓貫流熱.....	390	乾球温度.....	86
ガラス窓透過日射.....	386	乾燥空気.....	18
カルノーサイクル.....	256	完全ガス.....	254, 256
カルマン・ニクラゼ (Karman-Nikuradse) の式.....	70	完全ガスの状態式.....	36
仮想すきま面積.....	334	完全拡散反射.....	117
仮想抵抗.....	356	完全拡散放射.....	124
仮定値.....	238	完全拡散面光源.....	124
加速度.....	119	完全黒体面.....	44
可逆サイクル.....	256	感覚.....	74
可視光線.....	254	換気.....	368
家具の熱容量.....	398	換気の図解法.....	228
火災.....	350	換気回数.....	110, 328, 414
華氏.....	11	換気駆動力.....	231
回帰直線.....	165	換気系.....	358
回路.....	354	換気量.....	229
回路の置き換え.....	356	環境空間.....	2
回路網.....	354	環境指標.....	74
快晴時水平面天空日射.....	274	環境推計.....	185
快適環境.....	2, 5	管内対流伝達率.....	327
快適範囲.....	88	管摩擦係数.....	71, 245, 360
開口部.....	231	貫流熱量.....	199
		間欠空調.....	396

索引

間接照明.....	80, 252	クーロン.....	22
関係演算子.....	243	グラスホフ数.....	52, 148, 149
関係湿度.....	18, 160	グレア定数.....	82
関数軸.....	154	グレッツ数.....	52, 148
風.....	345	グローブ温度計.....	87
キルヒホッフ.....	45	雲からの日射.....	273
キルヒホッフの法則.....	98	駆動力.....	344
器具からの発熱.....	385	駆動力の特性曲線.....	228
基準温度.....	199	空げき内の水蒸気.....	374
基準値.....	75	空気の拡散係数.....	150
基本励振.....	175	空気の密度.....	342
機械語.....	242	空気線図.....	160, 225, 236, 363
気体の圧力増加係数.....	35	空気調和器.....	236
気体の膨張係数.....	35	空調熱負荷.....	328
気密機構.....	335	屈折角.....	93
気密性.....	335	屈折率.....	95
記号.....	7, 236	ゲイ・リュサックの法則.....	35
逆変換.....	211, 288	ゲージ圧力.....	17, 330
吸収.....	252	煙濃度.....	352
吸収器.....	264	傾斜面天空日射.....	275
吸収係数.....	93	形態係数.....	47, 121, 133, 308
吸収率.....	45, 92, 95, 158	系.....	6
吸着.....	368	経度.....	267
吸熱単層ガラス.....	391	計算機.....	233
吸放湿.....	371	計算機言語.....	239
居住域.....	105	軽量材.....	292
居住人員.....	384	軽量壁.....	393
許容濃度.....	90	結露.....	227, 328, 345, 363
供給熱量.....	263	結露のメカニズム.....	363
境界条件.....	184, 287	顕熱負荷.....	384
境界層.....	50, 61, 223, 292	原空間.....	209, 288
境界面発熱.....	296	減光補償率.....	79, 253
強制対流.....	59	減衰.....	103
鏡面反射.....	117	減幅率.....	176
凝縮器.....	258, 264	限界レイノルズ数.....	70, 71
局部抵抗.....	73, 356	コンダクタンス.....	22
極座標系.....	180	コンパイル.....	242
近似曲線.....	245	コンピュータグラフィックス.....	248
行列.....	290	格子形ルーバー.....	279
行列の積.....	297	光束.....	252
木村・滝沢の図表.....	131	光束発散度.....	122

索引

光束法.....	253	指向性ガラスブロック.....	118
公比.....	301	試行錯誤法.....	220
効率.....	251	時角.....	266, 267
広義の効率.....	252	時間間隔.....	299
高層建築.....	331, 342	時間数列.....	207, 302
合成形積分方程式.....	216	時系列.....	207
合成抵抗.....	356	時差.....	267
黒体の放射定数.....	10, 48	次元解析.....	52
黒体単色放射量.....	46	自己相関関数.....	188
サッシの漏気特性.....	334	自然換気.....	142
サッシ定数.....	334	自然照明.....	78
サットン(Sutton)の式.....	114	自然対流.....	59
サブルーチン.....	236	自然対流熱伝達.....	149
サンプル値.....	245	室の熱容量.....	397
差分式.....	218	室温.....	394
最小2乗法.....	165	室温降下.....	412
最小可聴音.....	76	室温変位に対する除去熱量重み係数.....	413
最大許容濃度.....	111	室温変位に対する冷房負荷の重み関数.....	406
最頻値.....	186	室温変動.....	191, 396
彩度.....	83	室温変動の微分方程式.....	399
採光率.....	130	室温変動理論.....	141, 195
採光率図表.....	130	室温変動率.....	109
作動ガス.....	257	室使用開始時.....	401
作動温度差.....	263	室内圧.....	143, 329
作動状態.....	231	室内空気の熱容量.....	398
作動物質.....	257	室内条件.....	89
三角関数.....	168	室内水蒸気の放射率.....	316
三角形パルス.....	297	室内絶対湿度.....	364
三角図表.....	158	室内側表面熱伝達率.....	392
三角波励振.....	411	湿り空気.....	17
算術演算子.....	243	湿り空気の混合.....	225
残響時間.....	107	湿り比熱.....	59, 366
システム.....	247	湿気.....	363
シミュレーションネットワーク.....	351	湿気コンダクタンス.....	28
シャワード数.....	148	湿気移動.....	368
シャフト.....	347, 348	湿気伝導率.....	28
シュミット-棚沢の図解法.....	223	湿気平衡.....	374
シュミットの図解法.....	223	湿球温度.....	19, 160
シュミット数.....	148	湿度.....	17
仕事.....	254, 255	実験式.....	165
刺激.....	74	射出率.....	305

索引

遮音性能.....	78	振幅.....	285
周期関数.....	171	真空圧.....	17
周期定常.....	205	人工照明.....	78
周期的重み関数.....	206	人体の熱平衡.....	85
周期的熱伝導.....	284	人体発熱.....	384
周期的変動.....	205	すきま長さ.....	334
周波数応答.....	175	すきま抵抗.....	333
修正有効温度.....	87	すきま風.....	73, 328
集熱器の総合効率.....	327	スタントン数.....	148
集熱板.....	321	ステートメント.....	234
集熱量.....	321	ステファン・ボルツマンの法則.....	44
重量材.....	292	ストークスの法則(Stokes's law).....	62
重量壁.....	393	スネルの法則.....	95
重力加速度.....	10	スラット.....	315
出力.....	240	図.....	154
瞬間的熱取得.....	390	図解法.....	223
所要照度.....	379	図計算.....	244
除去熱量.....	396, 410	図表.....	244
消散係数.....	106	垂直面直達日射.....	272
照度.....	79, 104, 253	垂直面天空日射.....	275
照度基準.....	80	水蒸気圧.....	18, 305
照度計.....	253	水蒸気濃度.....	57
照度指標.....	81	水蒸気発生.....	370
照度段階.....	80	水蒸気発生量.....	368
照明器具.....	252	水蒸気分圧.....	18, 317
照明効率.....	79, 252, 253	水蒸気密度.....	19
照明設備.....	78	水頭.....	16
照明電力.....	253	水平面直達日射.....	271
照明発熱.....	378	錐面積分の法則.....	124
照明発熱量.....	253	数値解.....	398, 403
照明負荷の重み係数.....	382	数値解法.....	218, 400
照明負荷蓄熱係数.....	383	数値計算.....	403
照明率.....	79, 252	セイビン.....	107
上昇気流.....	342	性能.....	251
状態変化.....	37	成績係数.....	259
蒸気濃度基準物質移動係数.....	57	清澄度.....	272
蒸気分圧基準物質移動係数.....	57	静圧.....	68
蒸発器.....	258, 264	静圧再取得.....	144
蒸発潜熱.....	38, 237, 367	積分方程式.....	202
蒸発量.....	150	摂氏.....	11
色相.....	83	設定室温.....	401

索引

絶対圧力.....	16, 331, 343	太陽位置.....	265, 266
絶対温度.....	12, 36	太陽高度.....	106, 266
絶対湿度.....	18, 144, 160	太陽時.....	269
絶対湿度基準物質移動係数.....	57	太陽定数.....	106, 265
絶対単位.....	10	太陽熱集熱器.....	321, 323
潜熱負荷.....	384	太陽方位角.....	266
線形 1 階微分方程式.....	182	体積弾性率.....	120
線形性.....	196	対流.....	24
線放射源.....	127	対流熱伝達.....	50, 366
遷移領域.....	71	対流熱伝達率.....	50, 51, 322, 323, 392
全圧.....	68, 143	対流熱伝達量.....	386
全形態係数.....	99, 125	対話.....	247
全発散光束.....	252	大気.....	106, 269
全般拡散照明.....	80	大気汚染.....	114
ソフトウェア.....	235	大気透過率.....	269
外側表面熱伝達率.....	27	第 1 域.....	105
粗度.....	70	第 2 域.....	105
双曲線関数.....	179	第 3 域.....	105
層流.....	51, 69, 245	単位.....	7
相互反射.....	252	単位応答.....	198, 201, 286, 289
相対湿度.....	14, 87	単位応答関数.....	198
相当外気温度.....	140, 391	単位関数.....	198
相当厚.....	223, 292	単色放射量.....	46
相反定理.....	201, 298	単層均質平面壁.....	286
相反法則.....	133	短波長域.....	97
総括熱伝達量.....	59	端末器.....	247
総合吸収率.....	101	断熱圧縮.....	256, 257
総合反射率.....	101	断熱変化.....	39, 260
装置容量.....	397, 401, 410	断熱飽和温度.....	19
像関数.....	217	断熱膨張.....	256
像空間.....	209	暖房に対する室温の重み関数.....	201, 407
速度こう配.....	61	暖房負荷.....	376, 402
速度境界層.....	61	重畳.....	231
速度助走区間.....	54	重畳の原理.....	196, 289, 409
損失水頭.....	69	地上高.....	331
ダイヤグラム.....	236	地表面温度.....	327
ダルシー・ワイスパツハ (Darcy-Weisbach) の式.....	69	蓄熱.....	376
建物外表面での熱平衡.....	307	中央値.....	186
多室換気.....	339	中間点.....	245
多層壁.....	283, 284, 292	中空層.....	145
		中性帯.....	142, 351

索引

中波長域.....	97	電気伝導率.....	23
昼光率加算法.....	130	電子計算.....	233
柱状図.....	155	電力消費量.....	79
調整時.....	400, 410	トリチェリ (Torricelli) の定理.....	68
調和分析.....	172	度数分布.....	186
超越関数.....	177	等エントロピー変化.....	39, 262
超越関数の展開式.....	180	等温圧縮.....	256
長波長域.....	97	等温変化.....	255
直交座標図.....	155	等温膨張.....	256
直接照明.....	80, 252	等式.....	139
直接入射光束図.....	131	等分目盛.....	155
直達日射.....	269, 386	統計量.....	185
直列結合.....	230, 356	透過損失.....	77
デュアメル積分.....	181, 202, 298	透過日射.....	386
デュアメル積分定理.....	289	透過率.....	92, 158
デュアメルの定理.....	190, 193	透過率曲線.....	97
デルタ関数.....	196	透湿抵抗.....	28
手計算.....	233	透湿率.....	28, 374
照り返し.....	99	透湿量.....	28
低温放射域.....	97	動圧.....	68
定圧比熱.....	13, 38	動作係数.....	257, 258
定圧変化.....	255	動粘性係数.....	62
定義範囲.....	170	特異解.....	182
定積比熱.....	13, 38	特異点.....	213
定容変化.....	254	特性.....	6
抵抗.....	21, 356	曇天日.....	276
抵抗曲線.....	228	内そう法.....	245
抵抗特性.....	71	内外圧力差.....	343
抵抗率.....	23	内表面温度.....	364
天井裏空間.....	380	内表面熱伝達率.....	364
天空日射.....	273, 274	内部エネルギー.....	34, 255
天空率.....	121	内部ゾーン.....	377
天空率図表.....	130	内部結露.....	365
伝達関数.....	288, 407	2階1次常微分方程式.....	183
伝導.....	24	2次元定常熱伝導.....	220
伝搬.....	120	2重根.....	214
電圧降下.....	23	2等辺三角形パルス.....	207
電位差.....	21	ニュートンの冷却則.....	50
電気回路網.....	340	日射.....	265
電気系.....	358	日射エネルギー.....	97
電気抵抗.....	358	日射の遮蔽.....	278

索引

日射吸収率.....	98, 140, 322	熱力学の第2法則.....	36
日射相当外気温度.....	303	熱力学的温度.....	259
日射熱取得.....	265	粘性の法則.....	61
日射熱負荷.....	386	粘性係数.....	61, 69
日射反射率.....	391	ノモグラフ.....	155
日赤緯.....	266	ハーゲン・ポアズイユ(Hagen-Poiseuille)の法則.....	69
入射角.....	93	ハードウェア.....	235
入力.....	6, 240	パール.....	16
ヌセルト数.....	52, 148, 149	ハイスラーの線図.....	152
ぬれ面.....	366	ハイスラー線図.....	153
熱コンダクタンス.....	25	はく離.....	54
熱の仕事当量.....	10, 34	バラスト損失.....	253
熱ポンプ.....	259	バラスト損失係数.....	379
熱移動係数.....	215	バラスト発熱.....	379
熱拡散率.....	42, 116, 151, 200, 286	パラメータ.....	146
熱貫流率.....	140, 141, 364, 391, 406	バロメータ.....	17
熱供給.....	142, 370	パワーレベル.....	77
熱橋.....	221	波長別透過率.....	96
熱効率.....	37, 257	配管.....	258
熱取得.....	195, 208, 376	配管系.....	356, 358
熱取得に対する冷房負荷重み係数.....	393	配管網.....	360
熱授受.....	257	発生器.....	264
熱損失係数.....	215	発達した流れ.....	54
熱抵抗.....	24, 292	発動機.....	260
熱的系.....	141, 190, 314	発熱量.....	80
熱伝達.....	26	判定.....	236
熱伝達率.....	32, 50, 147	半透明体.....	313
熱伝達率の簡略式.....	53	反射ガラス.....	391
熱伝導.....	25, 40	反射日射.....	273, 275
熱伝導の微分方程式.....	41	反射率.....	83, 92, 158
熱伝導比抵抗.....	23	反復法.....	218, 220, 355
熱伝導率.....	26, 116, 151, 298, 320	反放射.....	273
熱負荷.....	396	$\pi$ 定理.....	146
熱平衡式.....	140, 366, 394	ヒートポンプ.....	259
熱容量.....	14, 109, 141, 199, 202, 215	ピオ数.....	148
熱容量質点系.....	398	比視感度.....	254
熱流.....	12	比重量.....	298
熱量.....	12	比体積.....	19
熱力学.....	33	比熱.....	13, 237, 298
熱力学のサイクル.....	254	比熱比.....	38, 260
熱力学の第1法則.....	33		

索引

比容積.....	255	部分積分.....	181
比率図.....	155	部分分数分解.....	214
被照面.....	252	風圧.....	229
非線形問題.....	400	風圧係数.....	332, 346
非調整時.....	400	風下室.....	346
非定常熱伝導.....	66, 115, 223, 283	風向.....	392
非定常熱伝導の微分方程式.....	42	風上室.....	351
非定常熱伝導理論.....	283	風速.....	331
微分方程式.....	218	風速の指数法則.....	331
必要換気量.....	90	複層ガラス.....	391
標準時.....	267	物質移動.....	56
表面温度.....	139	物質移動係数.....	32
表面温度の単位応答.....	295	物質伝達.....	31
表面結露.....	363	物質平衡.....	144
表面熱伝達率.....	26, 139, 151, 199	物質平衡式.....	144, 366
表面熱流.....	289, 296	分岐点.....	355
表面反射率.....	93	分散.....	186
ファンの特性曲線.....	229, 231	分子密度.....	114, 116
フィックの拡散の法則.....	113	分子量.....	150
フーリエの熱伝導.....	115	分布図.....	155
フーリエの熱伝導の法則.....	40	ヘヴィサイドの展開定理.....	299
フーリエ級数.....	168, 207, 284	ベクレ数.....	148
フーリエ級数の公式.....	170	ペッテンコーフェル.....	90
フーリエ数.....	148	ベネシャンブラインド.....	278, 391
フェヒナーの式.....	75	ヘビサイドの展開定理.....	213
プランクの定数.....	46	ベルヌーイの定理.....	67
プランクの法則.....	45	平均吸音率.....	107
プラントル数.....	52, 148, 149	平均周壁温度.....	88
ブリズ・ソレイユ.....	279	平均値.....	185
フルード数.....	148	平衡式.....	138
フローチャート.....	236, 386	並列結合.....	230, 356
プログラム.....	236	壁体温度.....	286
プログラム言語.....	242	壁体内温度分布.....	224
吹出気流速度.....	104	壁体熱容量質量点系.....	401
吹出口速度.....	105	壁面に対する太陽方位角.....	268
吹出口定数.....	105	壁面近傍風速.....	392
不完全拡散透過.....	118	偏微分方程式.....	184
不完全拡散反射.....	117	変数軸.....	154
不変性.....	196	片対数.....	155
負圧.....	330	ボイラー.....	251
負荷変動.....	397	ボイル・シャルルの法則.....	36

索引

ホテル.....	315	床面での熱平衡.....	312
ポテンシャル.....	21	有害物質.....	90
ボルツマンの定数.....	46	有効温度.....	86
細長率.....	332	有効放射定数.....	48, 319
放射.....	24	有毒ガス濃度.....	110
放射定数.....	48	有毒ガス発生量.....	111
放射熱伝達率.....	49, 310, 322	予熱開始時.....	408
放射熱伝達量.....	47, 386	予熱時.....	400
放射能.....	44	予熱時間.....	410
放射率.....	45, 48, 98, 319	予熱負荷.....	410
方位角.....	266	容積比.....	90
法線面直達日射.....	269	容積百分率.....	90
法線面直達日射量.....	269	ラジアン.....	177
飽和曲線.....	161	ラプラス (Laplace) の微分方程式.....	43
飽和水蒸気圧.....	14, 160	ラプラス変換.....	209, 210, 287, 369, 403
飽和絶対湿度.....	18, 161, 363	ランベルトの余弦則.....	47
飽和線.....	363	ランベルト面.....	117
飽和度.....	18	立体角投射の法則.....	123
膨張弁.....	258	立体角投射率.....	121
翻訳.....	239	流体の圧力.....	67
マイクロバル.....	16	流量係数.....	73, 333
まぶしさの指標.....	82	流路.....	354
マンセル表色系.....	84	留数.....	213
摩擦損失.....	69	留数定理.....	213
ミリバル.....	16	両対数.....	155
見かけの太陽高度.....	119, 278	ルイスの関係.....	58
密度.....	13	ループ.....	238
密閉度.....	318	ルクス.....	79
ムーディ (Moody) 線図.....	71	レイリー・ジーンズ(Rayleigh-Jeans)の法則.....	46
ムーディ線図.....	245	レイリー数.....	148
無次元化.....	151	レーノルズ数.....	52, 69, 148, 149, 245, 360
無次元数.....	146, 147	冷凍機.....	251
メジアン.....	186	冷媒.....	257
明度.....	83	冷媒ガス.....	258
モード.....	186	冷房供給熱量.....	410
モル比.....	19	冷房負荷.....	195, 265, 376, 396, 405
モル流量.....	150	冷房負荷の重み係数.....	208, 390
ヤグロー.....	86	冷房負荷重み係数.....	389
ヤコブ(Jacob)の図表.....	131	励振.....	190
屋根散水.....	366	連続の原理.....	62
夜間放射.....	306		

---

索引

---

連続の方程式.....	63	漏入空気量.....	344
連立微分方程式.....	215	漏入漏出量.....	347
連立方程式.....	294, 355	論理演算子.....	243
露点温度.....	19, 160, 164, 363	ワット数.....	253, 385

---

## Version 履歴

Ver. 0.5.0	2009/03/10	一般公開
Ver. 0.5.1	2009/03/27	図番号等を微修正
Ver. 0.7.0	2009/08/24	<u>10.3.2 ラディオシティ</u> を追加 (石野) <u>10.3.3 ゲプハルトの吸収係数</u> を追加 (石野) <u>15.4 環境推計</u> を追加 (富樫)
Ver. 0.8.0	2009/12/10	索引付けを完了 (富樫) <u>20.2.4 フォートラン</u> を <u>20.2.4 プログラム言語</u> として内容変更 (富樫)
Ver. 0.8.1	2011/4/23	数式などの誤植を微修正 (富樫)
Ver. 0.8.2	2016/2/01	全体レイアウト調整、LibreOffice データに移行



著者紹介：

木村 建一	(きむら けんいち)
1957 年	早稲田大学理工学部建築学科卒業
1959 年	早稲田大学大学院修士課程修了
1960-62 年	米国マサチューセッツ工科大学留学
1965 年	工学博士 (早稲田大学)
1967-69 年	カナダ国立研究所留学
1973-99 年	早稲田大学理工学部教授
現在	国際人間環境研究所代表
現住所	早稲田大学名誉教授 埼玉県所沢市榎町 13-21

---

## 建築設備基礎

Fundamental Theories of Building Services

---

著 者 木村建一

発行者 木村建一

---

©2009 by Ken-ichi Kimura. Printed in Japan.

発行所 国際人間環境研究所  
〒160-0022 東京都新宿区新宿 5-11-18-606  
TEL/FAX: 03-3341-8360; URL: [www.irihe.org](http://www.irihe.org)

